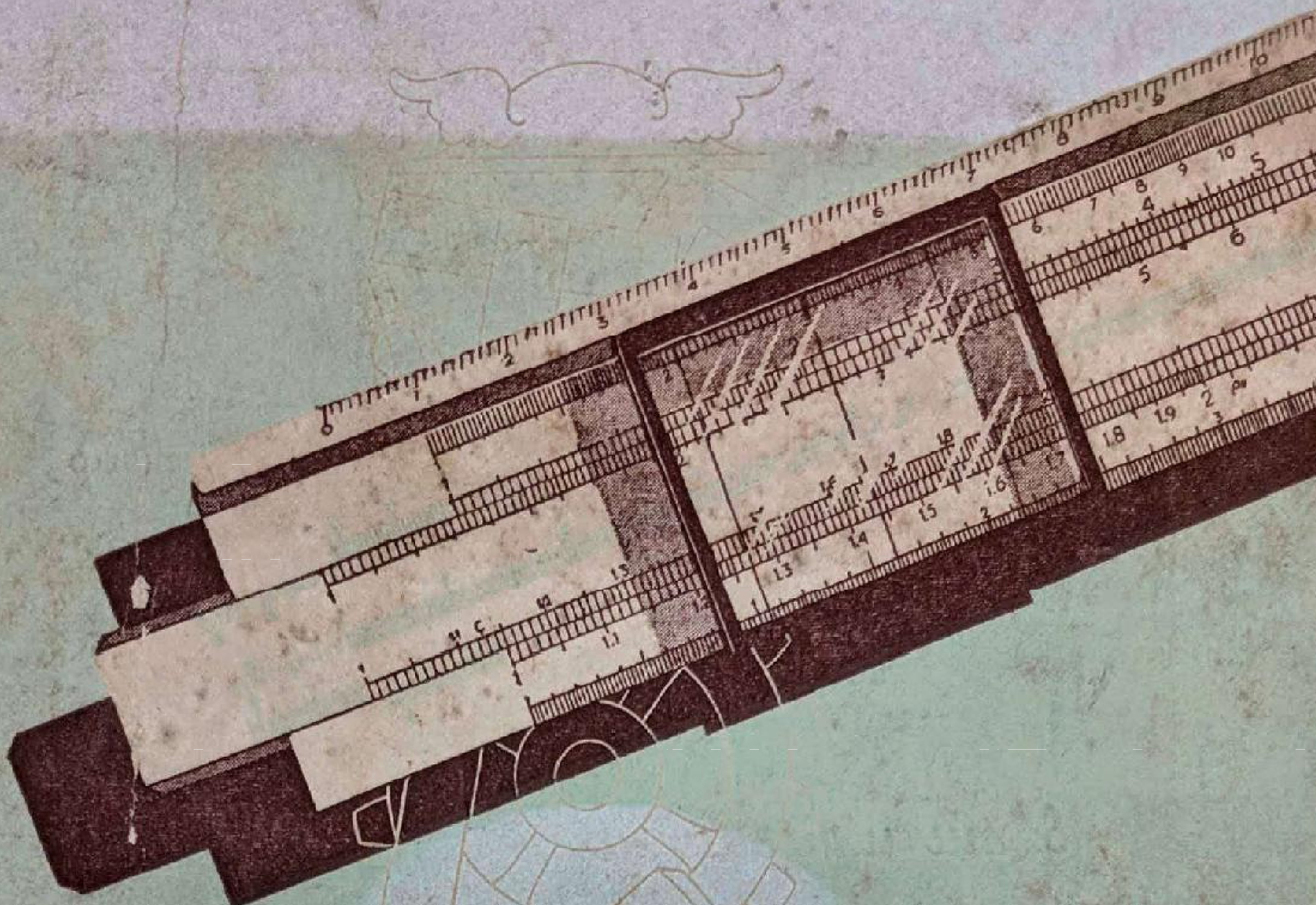


ADI PRATIKNO

BAGAIMANAKAH KITA BEKERDJA ... MISTAR - HITUNG DAN DENGAN TJAKERA - HITUNG

Diusahakan dari naskah C. DE GALAN

...ERBIT BUKU TEHNIK H. STAM - KEBAJORAN-BARU (DJAKARTA)

Nama Buku aslinja: Hoe werk ik met de rekenliniaal en met de rekenschijf ?

C. DE GALAN

Bagaimanakah kita bekerdja dengan

MISTAR - HITUNG

dan dengan tjakera-hitung?

Diterdjemahkan oleh
ADI PRATIKNO

PENERBIT BUKU TEHNIK - H. STAM
DJAKARTA-RAYA - DJL. TJEMPEDAK 2A
KEBAJORAN-BARU - KOTAKPOS 204

Kata pengantar

Pada waktu kami menghimpun buku ini, kami bermaksud untuk membuat suatu penuntun jang sederhana tentang pemakaian mistar-hitung.

Keterangan2 menurut teori jang dalam2 tidak kami adakan, sekalipun tjara mengerdjakannja didalam penerangan sederhana itu dapat dipertanggung-djawabkan untuk mereka jang telah mempunjai pengetahuan ilmu pasti jang tjukup. Bahwasanja kita dapat beladjar mempergunakan mistar-hitung dengan tiada berpengetahuan ilmu pasti, sedang masih dapat mengambil keuntungan2 pula, semoga buku ini dapat membuktikannja.

Berdasarkan pelbagai tjontoh2, kami berusaha untuk membuktikan, bahwa mistar-hitung jang lazim terpakai, ja'ni dari sistim Rietz, adalah lebih mudah untuk dikerdjakan, daripada mengalikan serta membagi dengan memakai apa jang disebut: pembagian2-utama.

Untuk kepentingan mereka jang beladjar sendiri, telah kami lampirkan daftar djawaban untuk soal2.

Untuk menghindar kesukaran2 bagi para peladjar jang memiliki tjakera-hitung-Alro, pada waktu mempeladjari buku ini, maka — didalam seluruh bahan-peladjaran — dimasukkan bahan2 tentang tjakera-hitung tersebut, tempo2 didalam uraian, tempo2 — djika halnja mengenai keterangan2 pendek — didalam peringatan2. Dengan ini semoga dapat memuaskan untuk mereka jang memiliki tjakera-hitung, dan semoga buku ini tidaklah mendjadi berubah sifatnja.

Kemudian kami mengharapkan kritik2 jang dapat memperbaiki serta memperlengkapi pekerdjaan kami ini.

Mai 1952. PENULIS

ISI

§ 1 Sedikit tentang aldjabar

Ketjakapan didalam mengerdjakan mistar-hitung dapat diperoleh dengan kebiasaan. Bekerdja dengan memakai pembagian²-utama, djadi tjara mengerdjakan mengalikan, membagi, memperpangkatkan, dan menghitung akar dapat dipeladjari oleh setiap orang, djuga dengan tiada berpengetahuan ilmu pasti, ja'ni dengan mempeladjari suatu penuntun serta latihan².

Untuk dapat mempergunakan pembagian² istimewa, seperti pembagian log, -goniometris dsb.-nja, dengan sendirinja adalah mendjadi sjarat pertama untuk mengetahui dasar² ilmu pasti jang perlu.

Akan tetapi untuk dapat mengerdjakan pembagian²-utama jang lebih mudah, adalah baik — untuk dapat mempunjai kejakinan-kerdja —, djika kita mengetahui tentang logaritma serta sifat²-nja. Bukanlah maksud buku ini untuk menambah pengetahuan tadi didalam bahan peladjarannja. Untuk mereka jang sekedar hendak mengetahui tentang prinsip², atas mana mistar-hitung didapatkan, dalam § ini kami berikan peladjaran tentang pengertian² logaritma dengan tjara jang sangat mudah serta diberikan beberapa sifat²-dasar. Mereka, jang mempunjai pengetahuan tjukup tentang ilmu pasti, dapat melampaui § ini.

Dalam aldjabar, kita bekerdja dengan huruf² jang dimaksudkan sebagai bilangan². Suatu hasil-kali, terdiri dari faktor² jang sama, kita tulis sebagai *pangkat*, umpamanja:

$$a \times a \times a \times a = a^4.$$

Bilangan a, kita sebut bilangan-pokok, dan 4 adalah *eksponen* dari pangkat.

Dua pangkat dari bilangan-pokok jang sama, kita kalikan dengan mendjumlahkan eksponen²:

$$a^3 \times a^2 = a^5.$$

Dua pangkat dari bilangan-pokok jang sama, kita bagi dengan mengurangi eksponen²:

$$a^5 : a^2 = a^3.$$

Pangkat 10^3 dapat kita hitung dengan mengalikan bilangan-pokok sbb.:

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000.$$

Pada soal tersebut diatas dapat didjumpai 2 kemungkinan:

a. harga dari pangkat dan eksponen dapat diketahui; kemudian dapat dihitung bilangan-pokoknja;

b. harga dari pangkat dan bilangan-pokok dapat diketahui; dan eksponen dapat dihitung.

Djadi djika kita — sebagai lazim dikerdjakan dalam aldjabar — mengambil huruf x untuk bilangan jang belum diketahui, maka soal diatas dapat ditulis:

a. $x^3 = 1000.$

b. $10^x = 1000.$

Untuk soal² sebagai djenis *a*, dalam aldjabar kita sering memakai tjara menulis lain.

Djika $x^3 = 1000$, kita menulis $x = \sqrt[3]{1000}$, dimana dalam hal ini $x = 10$. Bentuk dibelakang tanda $=$ kita sebut ***bentuk-akar.*** Bilangan 10 disebut akar-pangkat-tiga dari 1000.

Kalau eksponen jang diketahui adalah 2, maka kita sebut akar-pangkat-dua atau akar. Angka 2 tidak ditulis dalam tanda $\sqrt{}$.

Beberapa tjontoh adalah sbb.:

$$\sqrt[3]{125} = 5; \text{ sebab } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125.$$
$$\sqrt[3]{64} = 4; \quad ,, \quad 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64.$$
$$\sqrt{25} = 5; \quad ,, \quad 5^2 = 5 \times 5 = 25.$$
$$\sqrt{16} = 4; \quad ,, \quad 4^2 = 4 \times 4 = 16.$$

Demikian pula untuk soal² djenis *b*: $10^x = 1000$, kita memakai tjara menulis lain, jaitu:

$$x = {}^{10}\log 1000.$$

Dalam soal ini $x = 3$.

Maka kita menjebut ${}^{10}\log 1000 = 3$; (log adalah singkatan untuk logaritma).

Suatu log adalah eksponen dari bilangan-pokok 10. Oleh karena dalam aldjabar kita senantiasa bekerdja dengan bilangan-pokok 10, maka 10 tidak kita tulis dan kita hanja menulis log sadja untuk memaksudkan ${}^{10}\log$.

Beberapa tjontoh²:

$$\log 100 = 2; \text{ sebab } 10^2 = 100.$$
$$\log 10 = 1; \quad ,, \quad 10^1 = 10.$$
$$\log 100.000 = 5; \quad ,, \quad 10^5 = 100.000.$$

Sehingga disini kita mengambil tjontoh², dimana terdapat bilangan² penuh. Ada pula soal² jang tidak serupa itu, umpamanja: $x = \sqrt{20}$. Menurut keterangan diatas, maka x harus memenuhi kepada $x^2 = 20$. Bilangan x sematjam tersebut tidak ada. Dalam praktek, kita bekerdja dengan *mendekati* bilangan x, dengan perkataan lain: kita berusaha mentjahari bilangan x sedemikian rupa, sehingga x^2 mendekati bilangan 20. Djika kita mengambil untuk x jaitu 4,4, maka kita mendapatkan $4{,}4^2 = 4{,}4 \times 4{,}4 = 19{,}36$.

Djika kita memilih $x = 4{,}47$, ternjata kita lebih mendekati 20 lagi, karena $4{,}47^2 = 19{,}9809$. Kita dapat lebih mendekati lagi, akan tetapi dengan mendekati dalam 3 angka dengan teliti, sudahlah tjukup untuk kita (lihat § 2).

Dengan tidak memperdulikan kepada sifat mendekati tadi, kita menulis $\sqrt{20} = 4{,}47$. Nilai² dari bentuk-akar kita tetapkan dengan memakai daftar² atau dengan mistar-hitung; untuk akar²-pangkat-dua dan pangkat-tiga, ada pula tjara² menghitung tersendiri. Pada waktu menentukan pengertian tentang arti eksponen pada hal. 7 serta pada tjontoh² pada hal. 8, mula² kita berpendapat, bahwa eksponen adalah sebagai suatu penundjuk dari sedjumlah faktor² jang sama dari sesuatu hasil-kali. Dalam pada itu, eksponen harus merupakan suatu bilangan penuh.

Djika kita akan menentukan x dari $x = \log 20$, maka untuk x tidak dapat didapatkan bilangan penuh; sebab $10^1 = 10$ dan $10^2 = 100$.

Dalam aldjabar, kita tidak boleh terlepas dari pendirian — sekalipun dalam keadaan seperti diatas — jaitu untuk memperhatikan arti pertama dari eksponen serta tidak boleh memberi nilai² jang tidak penuh atau jang mendekati. Demikianlah, maka log 20 (dalam 4 angka) dapat ditetapkan 1,301; artinja $10^{1,301} \doteq 20$ [1]).

Angka 1 jang berdiri dimuka koma, kita sebut *petundjuk* log, dan kumpulan angka² dibelakang koma disebut *mantis*.

Petundjuk log dapat kita tetapkan dengan membandingkan bilangan² dari pangkat 10, diantara-mana bilangan jang kita maksudkan itu terletak. (20 terletak antara 10^1 dan 10^2; petundjuknja ialah 1);

---

[1]) Tentang arti dari bilangan² petjahan sebagai eksponen tidak diterangkan disini.

adapun mantis harus ditjari dalam daftar atau dengan mistar-hitung [1]).

Beberapa tjontoh²:

$\log 75 = 1{,}875$	$\log 2{,}36 = 0{,}373$
$\log 750 = 2{,}875$	$\log 23{,}6 = 1{,}373$
$\log 7500 = 3{,}875$	$\log 236 = 2{,}373$

Dalam tjontoh² diatas tergambarlah suatu sifat penting dari logaritma, jaitu:

Mantis dari log a tidak bergantung pada tempat koma dalam bilangan a itu.

Setiap logaritma, menurut uraian diatas, adalah suatu eksponen dari sesuatu pangkat dari 10.

Sifat² dari eksponen merupakan pula sifat² dari logaritma.

Pada hal. 7 diterangkan dua sifat dari eksponen, ja'ni: pada hasil-kali dari pangkat² dengan bilangan-pokok sama, eksponen² didjumlahkan; pada hasil-bagi, eksponen² dikurangi.

Kini kita dapat menulis setiap bilangan dengan logaritma sebagai suatu pangkat dari 10.

Dari $\log 75 = 1{,}875$ dan $\log 23{,}6 = 1{,}373$, berikutlah $10^{1,875} = 75$ dan $10^{1,373} = 23{,}6$.

Untuk $75 \times 23{,}6$, kita dapat menulis: $10^{1,875} \times 10^{1,373} = 10^{3,248}$ (sebab $1{,}875 + 1{,}373 = 3{,}248$).

Dengan kata lain, logaritma dari $75 \times 23{,}6$ adalah sama dengan djumlah logaritma² dari 75 dan 23,6 atau $\log 75 \times 23{,}6 = \log 75 + \log 23{,}6$.

Dalam aldjabar, kita dapat merumuskan sifat jang terpenting tadi sbb.:

$$\log ab = \log a + \log b$$ [2])

Proses mengalikan, didalam logaritma mendjadi dikembalikan kepada proses menambah.

---

[1]) Tjara menghitung mantis hanja dapat dikerdjakan dengan djalan ilmu pasti tinggi dan merupakan suatu pekerdjaan jang memakan waktu lama.

[2]) Dengan ab kita maksudkan $a \times b$; tanda $\times$ lazimnja tidak ditulis.

Tjara seperti diatas ternjata berlaku pula untuk hasil-bagi:

$$\frac{75}{23{,}6} = \frac{10^{1{,}875}}{10^{1{,}373}} = 10^{0{,}502} \text{ (sebab } 1{,}875 - 1{,}373 = 0{,}502).$$

Atau lebih umum lagi: $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b.$

Proses membagi, didalam logaritma mendjadi dikembalikan kepada proses mengurangi.

Dari hal diatas berikutlah:

$$\log a^2 = \log a \times a = \log a + \log a = 2 \times \log a.$$

Demikianlah rumus dapat ditulis sbb.:

Logaritma dari suatu pangkat adalah sama dengan logaritma dari bilangan-pokok, dikalikan dengan eksponen dari pangkat itu.

Djadi $\log a^p = p \times \log a.$

Dari $\log \frac{a}{b} = \log a - \log b$; berikutlah

$$\log \frac{a}{a} = \log a - \log a = 0.$$

Sekarang $\frac{a}{a} = 1$; karena itu kita menetapkan:

$$\log 1 = 0.$$

Dari hal diatas, berikutlah bahwa hanja logaritma dari bilangan² lebih dari 1, adalah *positif.*

$$\log \frac{1}{a} = \log 1 - \log a = 0 - \log a = -\log a.$$

Djika $\frac{1}{a}$ adalah suatu bilangan lebih ketjil dari 1, ternjata logaritma dari $\frac{1}{a}$ adalah *negatif.*

Logaritma dari bilangan lebih ketjil dari 1 adalah *negatif.*

§ 2 Nilai jang mendekati. Petundjuk

Bilangan² jang kita pergunakan dalam tehnik, kebanjakan didapatkan dengan tjara mengukur. Dalam hal itu kita harus senantiasa insjaf, bahwa bilangan² tadi adalah bilangan² jang mendekati, sekalipun kita memakai alat² jang lebih teliti lagi.

Djika kita melandjutkan perhitungan kita dengan memakai nilai² jang mendekati tadi, maka sangat mudah kita akan tertipu untuk menganggap hasil² jang kita peroleh sebagai hasil² jang sebenarnja, umpamanja: apa jang dihasilkan dalam sedjumlah angka persepuluhan (desimal) jang besar, jang kita biarkan didalam perhitungan.

Djika umpamanja kita harus menghitung luas dari sebuah lingkaran jang mempunjai garistengah — setelah didapatkan dengan mengukur — sebesar 156 mm, maka perhitungan kita mendjadi:

$$\tfrac{1}{4}\pi d^2 = \tfrac{1}{4} \times 3{,}14 \times 15{,}6^2 \text{ cm}^2 = 191{,}0376 \text{ cm}^2.$$

Seolah-olah kita akan menganggap hasil tadi sebagai hasil jang sebenarnja; jakni djika kita menganggap perlu untuk menulis hasil tersebut dalam bilangan kurang dari 7 angka, umpamanja 191,04 cm², maka seolah-olah kita menganggap pekerdjaan kita telah selesai dengan memuaskan.

Tidak ada hal jang lebih tepat. Djika kita mengingat, bahwa tjara mengukur garistengah tadi paling tinggi akan sampai kepada 0,1 mm, sehingga pandjang garistengah menurut kenjataan akan ada diantara 155,9 mm dan 156,1 mm, maka hasil luas akan berlainan.

Sebab djika kita menghitung lagi luas lingkaran tersebut untuk garistengah $d = 15{,}61$ cm, maka kita akan mendapatkan:

$$\tfrac{1}{4}\pi d^2 = \tfrac{1}{4} \times 3{,}14 \times 15{,}61^2 \text{ cm}^2 = 191{,}2825985 \text{ cm}^2.$$

Djika kita membandingkan kedua hasil tersebut, ternjata kita dapat menentukan dengan tegas, bahwa luas lingkaran adalah 191 cm².

Tentang angka^2 dibelakang koma, bagi kita kurang tegas, karena kurang telitinja didalam mengukur garistengah tadi.

Maka tidaklah berguna sama-sekali untuk mengambil garistengah sebesar 156 mm, untuk mendapatkan luas lingkaran sebesar 191,0376 cm^2. Kita dapat menghilangkan dengan tenang angka^2 dibelakang koma tersebut.

Pada umumnja kita dapat menentukan, bahwa pada suatu djumlah sebesar 191 cm^2, beberapa bagian sepersepuluh-ribu dari 1 cm^2 tidak berpengaruh apa^2.

Pertimbangan^2 dari pelbagai sudut telah menundjukkan perlunja membatasi angka^2 pada bermatjam-matjam perhitungan sehingga 3 angka atau setinggi-tingginja, 4 angka. Dalam hal itu kita bulatkan; artinja pada waktu membulatkan 4 angka, maka angka keempat ditambah dengan 1, djika angka kelima adalah 5 atau lebih; djika angka tadi kurang dari 5, maka angka^2 berikutnja kita hapuskan atau kita ganti dengan nol; hal itu bergantung pada tempatnja dari koma.

Demikian pula tjara bekerdja kita untuk membulatkan 3 angka.

Tjontoh^2:

27648	dibulatkan	3	angka	mendjadi	27600;	dibulatkan	4 angka mendjadi 27650.
24,8329	,,	3	,,	,,	24,8;	,,	4 angka mendjadi 24,83.
0,72496	,,	3	,,	,,	0,725;	,,	4 angka mendjadi 0,7250
1,1953	,,	3	,,	,,	1,20;	,,	4 angka mendjadi 1,195.

Suatu keuntungan besar dari mistar-hitung ialah, bahwa semua bilangan mendjadi dibulatkan 3 angka (dalam beberapa hal dlm. 4 angka), lazimnja dengan tiada terlampau mengganggu ketelitian.

Petundjuk.

Djumlah angka^2 dalam suatu bilangan jang berdiri dimuka koma, selandjutnja disebut *petundjuk.*

Petundjuk untuk 28,7 adalah 2 (dimuka koma berdiri dua angka).

Djika tidak ada angka lain daripada *nol* jang berdiri dimuka koma, maka petundjuk = 0, pada waktu tepat dibelakang koma berdiri angka lain dari nol.

Djika dibelakang koma djuga berdiri nol², maka petundjuk kita sebut negatif. Petundjuk tadi adalah seberapa kali —1, sebanjak djumlah·nol² dibelakang koma jang berdiri dimuka angka bukan nol jang pertama [1]).

Dibawah ini tertulis angka² dengan petundjuknja dalam tanda kurung:

287	(3);	4,856	(1);	58472	(5);
0,4709	(0);	0,074	(—1);	60 000	(5);
200,5	(3);	0,0008	(—3);	24,08	(2).

§ 3 Mistar-hitung

Djumlah djenis mistar-hitung adalah besar; dewasa ini untuk hampir setiap djabatan, orang telah membuat djenis tersendiri. Mistar²-hitung istimewa itu pada hakekatnja hanja berbeda didalam pembagian²-nja daripada jang lazim terpakai: pembagian² istimewa dan tanda² tulisan lain terdapat disampingnja pembagian²-utama [2]).

Dalam buku ini, terutama kita bitjarakan mistar-hitung jang terpakai untuk umum, jakni dari sistim Rietz, jang mempunjai pembagian-reciproke. Untuk mereka jang hendak mempeladjari mistar-hitung istimewa, dapat pula memakai bahan²-peladjaran jang diberikan dalam buku ini, karena dalam garis besarnja adalah sama, hanja mungkin terdapat beberapa pembagian² ditempat lain daripada diterangkan disini [3]).

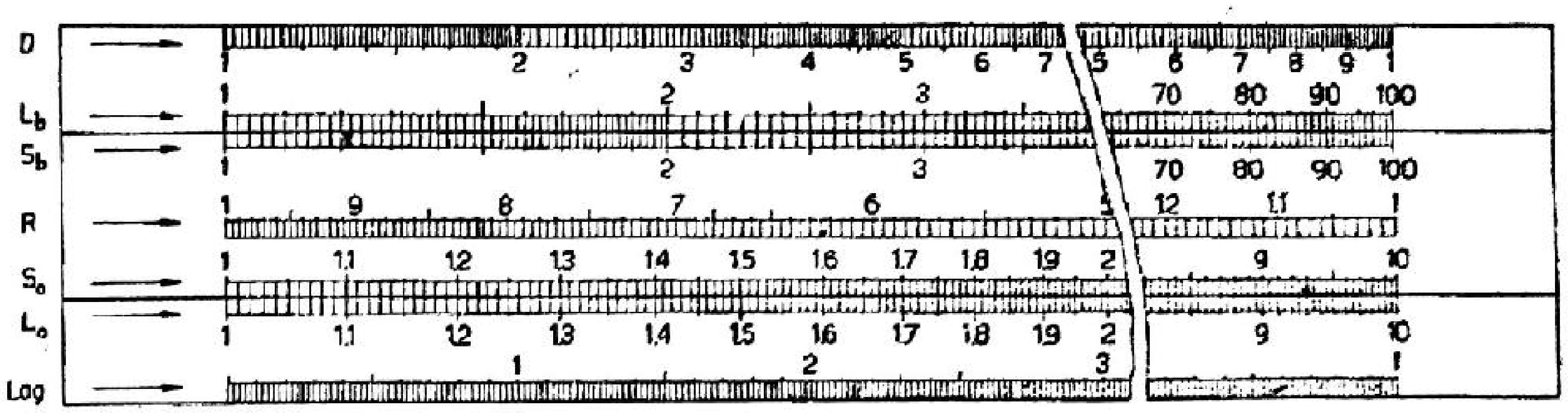
Mistar-hitung terdiri dari 3 bagian: mistar, sorong (gisir) dan pedjalan.

Ditengah-tengah *mistar* terdapat suatu parit dengan pinggir²-sisi beralur. Dalam parit itu dapat digerakkan sebuah *sorong* jang sama

[1]) Petundjuk untuk logaritma adalah kurang dari 1 daripada petundjuk jang dimaksudkan disini.

[2]) Lihat § 26 dan peringatan² pada lain² §.

[3]) Dibagian belakang dari § ini, pemakai² tjakera-hitung dapat melihat pembagian² (skala) jang dapat disesuaikan dengan pembagian-mistar-hitung jang sedang kita bitjarakan.



Gamb. 1

pandjang dengan mistar, dan gerakan itu harus dapat dikerdjakan dengan mudah. Sorong itu pun harus dapat digerakkan dengan arah jang sebaliknja, dengan tiada boleh terlihat renggang sedikitpun. Beberapa pegas badja dalam mistar dimaksudkan untuk menghindarkan, bahwa mistar mendjadi tertarik bengkok oleh sebab pengaruh temperatur (suhu).

Pedjalan terdiri dari sepotong katja, terikat dalam sebuah rangka dari logam, jang — djika disorongkan pada mistar — harus dapat bergerak kian kemari dengan rata. Sebuah pegas ketjil didalam rangka tadi menekan setjukupnja; pegas itu harus ada dibagian atas.

Pada muka katja tersebut tertulis 3 garis^2 ketjil, jang selandjutnja akan kita sebut garis^2-pedjalan [1]).

Bagian terpenting dari mistar ialah pembagian^2 jang tertulis pada mistar dan sorong.

Pada muka atas dari mistar terdapat 4 pembagian, jaitu: dua dibagian atas dan dua lagi dibagian bawah; pada muka atas dari sorong terdapatlah 3 pembagian. Pembagian^2 pada pinggir^2 sisi mistar dan pada muka bawah dari sorong sementara ini belum kita bitjarakan.

Dengan *sikap-permulaan* kita maksudkan sikap mistar dan sorong, dimana pembagian atas dan bawah dari sorong djatuh tepat dimuka pembagian mistar (lihat gamb. 1).

Pada gamb. 1 pembagian^2 diberi tanda simbol^2, dari atas kebawah sbb.: D; L_b; S_b; R; S_o; L_o dan Log. Simbol^2 tersebut senantiasa akan kita pakai didalam mempeladjari pelbagai djenis pembagian tadi.

---

[1]) Pada beberapa djenis mistar hanja terdapat 1 garis-pedjalan; djuga dengan garis itu, kita sementara dapat mengerdjakan seluruh tjara bekerdja jang dipeladjarkan disini.

Pembagian² L_b; S_b; R; S_o dan L_o pada kebanjakan mistar² mempunjai sebuah pembagian-tambahan ketjil berwarna merah diudjung kiri dan kanan. Tambahan tersebut tidak tergambar pada gamb. 1.

Ambillah mistar dalam sikap-permulaan dimuka kita. Pada pinggir-sisi mistar diatas terdapatlah pembagian dalam cm sebagai pada mistar biasa. Dengan pembagian tsb. kita dapat menentukan, bahwa djarak jang terbagi pada muka itu ialah sepandjang 250 mm.

Terketjuali pembagian *log*, semua pembagian dimuka-atas adalah setjara logaritmis. Artinja, benarlah bahwa dimuka tertulis bilangan² pada pembagian² D; L_b; S_b; R; S_o dan L_o, tetapi djarak² antara bilangan² jang terdapat dari titik-permulaan pembagian² tadi adalah sama dengan logaritma² dari bilangan² tersebut, hanja perbandingan² pada masing² pembagian adalah berbeda.

Pembagian² L_o dan S_o (mistar-bawah dan sorong-bawah) terdiri dari bilangan² dari 1 sampai 10 [1]).

Djarak jang terbagi ialah 25 cm. Log 1 = 0, dari itu pada permulaan pembagian tertulis 1. Log 10 = 1; karena 10 tertulis pada udjung terachir, ternjata 250 mm diambil sebagai kesatuan.

Log 3 = 0,477. Djadi angka 3 tertulis pada djarak 0,477 × 250 mm = 119,25 mm dari titik permulaan. Dengan tjara seperti diatas, kita menempatkan angka² selandjutnja.

Pembagian L_b dan S_b ditentukan dari 1—100.

Log 100 = 2. Karena pembagian² tadi adalah pandjang 250 mm pula, ternjata 125 mm diambil sebagai kesatuan.

Log 10 = 1. Kita melihat pula, bahwa angka 10 terdapat ditengah-tengah L_b dan S_b.

Log 30 = 1,477. Maka angka 30 terdapat pula pada djarak 1,477 × 125 mm = 184,6 mm, dari titik permulaan, dsb.-nja.

L_b dan S_b dibandingkan dengan L_o dan S_o tertulis dengan perbandingan 1 : 2.

Pembagian D ditentukan dari 1—1000.

---

[1]) Sementara ini pembagian merah dikanan dan kiri pembagian² masih kita kesampingkan.

Karena log 1000 = 3, maka *pembagian D dibuat dengan perbandingan 1 : 3 daripada L_o dan S_o.*

Kini prinsip dari mistar-hitung jalah, bahwa kita telah menentukan logaritma² dari bilangan² pada pelbagai perbandingan, sedang bilangan² itu sendiri ditempatkan pada titik² pembagian. Dengan demikian kita memperoleh: bahwa pada dasarnja, pada waktu kita memakai mistar itu — kita bekerdja dengan logaritma² dari bilangan², dan dari itu kita dapat memakai sifat² logaritma.

Tjakera-hitung-Alro

Tjakara-hitung dibuat dinegeri Belanda dengan diberi nama *tjakera-hitung-Alro.* Alat penghitung itu, sekalipun dalam bentuknja telah berubah mendjadi tjakera, tetapi dalam prinsipnja tetap sama dengan mistar persegi-pandjang. Tjakera-hitung tadi paling tepat dapat kita samakan dengan sebuah mistar jang dibengkokkan sedemikian rupa, sehingga titik² permulaan dan -terachir dari masing² pembagian djatuh berimpitan.

Pembagian² tadi terletak pada lingkaran² jang konsentris (sepusat), karena itu pembagian paling dalam, agak sedikit kurang pandjang, jang mengakibatkan sedikit kurang teliti dalam perhitungan². Disamping itu pembagian² jang terletak lebih diluar agak lebih pandjang daripada pembagian² pada mistar lurus. Pada umumnja tjakera-hitung terdjual didalam berbagai-bagai djenis, sedang pembagian jang paling disukai mendjadi diutamakan.

Tjakera-hitung terdiri dari bagian tetap dan bagian jang dapat berputar, masing² memainkan peranan sebagai mistar dan sorong. Djenis Alro jang tjotjok dengan mistar Rietz, jang terutama diuraikan dalam buku ini, adalah djenis 200 *R*. Djika kita selandjutnja membitjarakan tentang tjakera-hitung-Alro, maka kita memaksudkan djenis tadi, terketjuali djika dengan djelas disebut djenis lain.

Pada bagian-tetap (selandjutnja kita sebut skala-tetap) terdapatlah pembagian² dari dalam keluar sbb.: N^3; R; N^2 dan N, jang berturut-turut tjotjok dengan pembagian-mistar sebagai dibitjarakan diatas; D; R; L_h dan L_n. Pembagian-N^3 terdiri dari bilangan² dari 1—1000, seperti pembagian-D pada mistar; pembagian-N^2 terdiri dari 1—100 dan pembagian-N dari 1—10. Pembagian-R akan dibitjarakan dibelakang (lithat § 11).

Pada bagian-berputar (jang selandjutnja disebut skala-berputar) terdapat berturut-turut dari dalam keluar: pembagian² N, N^2; S & T, T dan S. Kedua pembagian pertama adalah sesuai dengan pembagian S_o dan S_b dari mistar; djadi pembagian² tadi berturut-turut adalah dari 1—10 dan dari 1—100. Pembagian² lainnja akan dipeladjari kemudian.

Melalui pembagian² tersebut dapat digeserkan sebuah pelat jang bening, dengan garis-rambut, jang mempunjai maksud sama dengan pedjalan beserta garis-pedjalannja.

Apa jang dipeladjarkan dalam buku ini, dalam garis besarnja dapat dipergunakan pada tjakera-hitung-Alro, djika dalam hal ini kita mengganti simbol² mistar: D, L_b, L_o, S_b dan S_o dengan N^3, N^2 (skala-tetap), N (skala-tetap), N^2 (skala berputar) dan N (skala berputar). Selama dibutuhkan, kita akan memberitahukan dalam tiap² §, berapa banjak akan terdapat perbedaan² pada waktu bekerdja dengan tjakera-hitung-Alro, — kadang² didalam uraian, kadang² pada peringatan² dibawah — sehingga para pemakai tjakera-Alro dapat pula mengambil keuntungan sebanjak-banjaknja dari aparat mereka.

Untuk dapat bekerdja dengan tjakera-hitung-Alro dengan tangkas, hendaknja tjakera itu dibuka dan ditempatkan dimuka saudara, sehingga sorong terletak dimedja dan tjakera membuat sudut 45° dengan medja. Sorong dapat diputar dengan djari telundjuk, sedang djari² lainnja dapat memegang aparat. Dengan ibu-djari kita dapat menggerakkan pelat jang bening (jang selandjutnja kita sebut pula: *pedjalan*) dengan garis-rambut. Kita dapat mentjoba sedemikian, sehingga dapat bekerdja dengan aparat itu dengan tangan kiri, sedang tangan kanan kita pakai untuk mentjatat hasil².

§ 4 Tjara membatja dan menjetel bilangan

Untuk membuat mistar dapat terpakai setjara praktis, maka djumlah bilangan² jang tertulis pada pembagian² dibuat seketjil-ketjilnja. Demikianlah kita mendapatkan pada pembagian² L_b dan S_b bilangan² penuh dari 1—10, dan lipat²-10-nja; pada pembagian L_a dan S_a disampingnja bilangan²-penuh dari 1—10, djuga kita dapatkan bilangan² 1,1; 1,2; 1,3; dsb.-nja.

Pada waktu menetapkan bilangan² — termaksud untuk garis²-bagi jang berdiri antara bua bilangan²-penuh pada pembagian mistar — kita harus mulai dari sudut bilangan² jang diketahui.

Suatu tabiat dari pembagian menurut logaritma dari mistar-hitung ialah, bahwa djarak² antara bilangan² kekanan mendjadi bertambah ketjil. Lihatlah pembagian² L_b dan S_b (pada tjakera-Alro jaitu kédua pembagian N^2). Artinja: djarak antara bilangan² 10 dan 20 adalah lebih ketjil daripada djarak antara 20 dan 30; djarak antara 30 dan 40 adalah lebih ketjil lagi, dsb.-nja. Djarak antara bilangan² 1 dan 2 pada L_b dan S_b pada hakekatnja adalah sama dengan djarak antara 10 dan 20 [1]).

Hal² sebagai diatas dapat terlihat pula pada pembagian² D, L_o dan S_o.

Suatu akibat daripada mendjadi lebih ketjilnja djarak² tadi ialah bahwa pembagian² jang lebih ketjil, jang terdapat antara bilangan² jang tertulis itu, tidak mempunjai arti jang sama pada semua bagian² dari mistar.

Hal itu, untuk mereka jang pertama kali beladjar, merupakan kesukaran paling besar. Keharusan untuk selalu menghitung garis²-bagi ketjil tadi menghambat pekerdjaan. Karena itu adalah perlu untuk beladjar membatja dan menjetel bilangan² dengan tjepat. Untuk mereka jang baru mulai beladjar, adalah baik untuk membatja § ini dengan sebaik-baiknja dan melatih diri sebanjak mungkin.

---

[1]) Sebab $\log 20 - \log 10 = \log \frac{20}{10} = \log 2$.

Pembagian L^0 [1])

Pada tjakera-hitung-Alro pembagian tadi dapat disamakan dengan pembagian-N. Djika segitiga ketjil jang hitam (indeks) dari skala-berputar berdiri diatas 1, maka kedua pembagian-N saling bertemu dengan tepat.

Pada keadaan mendjadi bertambah ketjilnja djarak² antara garis²-bagi ketjil, dapat kita lihat, bahwa L_0 mempunjai 3 djenis pembagian, jakni dari 1—2; dari 2—4; dan dari 4—10.

Djarak antara bilangan² 1 dan 2 terbagi dalam 10 bagian, sebagaimana terdapat pula dengan berturut-turut pada mistar-hitung, jakni bilangan²: 1.1; 1.2 dsb.-nja.

Tiap² djarak dibagi lagi dalam 10 bagian, djadi tiap² bagian ketjil menambahkan 1 pada angka ketiga dari bilangan itu.

Djadi dari pada permulaan bilangan² berikut masuk bilangan garis²-bagi: 1 — 1.01 — 1.02 — 1.03 — 1.04 —, dst.

Terutama bilangan² dipelbagai pembagian², dimana terdapat 0 di-tempat selain titik permulaan, seringkali menjusahkan untuk mereka jang pertama kali beladjar.

Hendaknja terutama hal itu diperhatikan.

Pada gambar 2 tertulislah tempat² beberapa bilangan dengan tanda-panah.

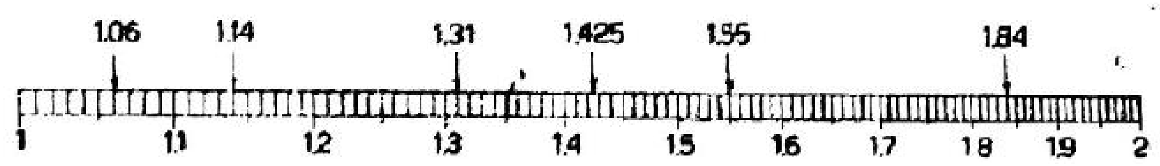
LATHIAN: Tempatkanlah garis-pedjalan jang tengah² pada bilangan² seperti pada gamb. 2 dan batjalah bilangan² itu.

Dalam hal ini, kami memperingatkan, bahwa adalah baik untuk semata-mata memakai garis-pedjalan jang tengah². Pada waktu menghitung, atjapkali harus memakai garis-pedjalan. Djika kita sudah membiasakan untuk memakai garis-pedjalan jang tengah² itu, maka kita menghindarkan diri untuk bersalah sebagai mereka jang ditengah-tengah menghitung terlupa, dengan garis manakah mereka mulai menjetel. Garis-pedjalan lainnja dipakai untuk tjara² menghitung istimewa.

Selandjutnja hendaknja kita memperhatikan, untuk menempatkan

---

[1]) Pembagian S_0 adalah sama seluruhnja dengan L_0; apa jang diuraikan disini berlaku pula untuk pembagian S_0.



Gamb. 2

garis-pedjalan tadi lurus dimuka kita, sebab djika tidak (djika garis tadi djatuh miring), maka sangatlah mudah untuk salah membatja.

Pedjalan digerakkan dengan memakai ibu-djari. Perhatikanlah supaja djangan sekali-kali menekan kepada pegas jang paling atas, sebab dengan demikian pedjalan akan berdiri serong.

Dengan sedikit ketjakapan adalah mungkin untuk membatja bilangan² dengan sepintas lalu, jang djatuh diantara garis²-bagi. Dengan menjetel garis-pedjalan di-tengah² garis²-bagi antara bilangan² 1.32 dan 1.33, maka kita telah menjetel bilangan 1.325.

Untuk mereka jang mulai beladjar adalah lebih sukar lagi untuk menjetel bilangan² jang mempunjai angka ke-4, 2, 4, 7 dsb.-nja. Djuga disini latihan sebanjak-banjaknja akan berfaedah.

LATIHAN²

Setelkanlah garis-pedjalan pada bilangan²:

1.	1.25;	1.48;	1.99;	1.83;	1.02;
	1.36;	1.60;	1.06;	1.76;	1.89.
2.	1.335;	1.825;	1.046;	1.606;	1.382;
	1.465;	1.705;	1.282;	1.111;	1.004.

Djarak antara bilangan² 2 dan 3 dan antara 3 dan 4 masing² terbagi lagi dalam 10 bagian, tiap bagian terbagi lagi dalam 5 bagian ketjil².

Dengan dimulai dari angka 2 dari mistar berturut-turut termasuklah pada garis²-bagi berikutnja bilangan²: 2.02 — 2.04 — 2.06 — 2.08 — 2.10 dsb.-nja.

Akan tetapi djelaslah, bahwa bilangan² jang mempunjai angka-gandjil sebagai angka ketiga, harus ditafsirkan diantara dua garis-bagi.

Gamb. 3

Pembagian L^0 [1])

Pada tjakera-hitung-Alro pembagian tadi dapat disamakan dengan pembagian-N. Djika segitiga ketjil jang hitam (indeks) dari skala-berputar berdiri diatas 1, maka kedua pembagian-N saling bertemu dengan tepat.

Pada keadaan mendjadi bertambah ketjilnja djarak² antara garis²-bagi ketjil, dapat kita lihat, bahwa L_0 mempunjai 3 djenis pembagian, jakni dari 1—2; dari 2—4; dan dari 4—10.

Djarak antara bilangan² 1 dan 2 terbagi dalam 10 bagian, sebagaimana terdapat pula dengan berturut-turut pada mistar-hitung, jakni bilangan²: 1.1; 1.2 dsb.-nja.

Tiap² djarak dibagi lagi dalam 10 bagian, djadi tiap² bagian ketjil menambahkan 1 pada angka ketiga dari bilangan itu.

Djadi dari pada permulaan bilangan² berikut masuk bilangan garis²-bagi: 1 — 1.01 — 1.02 — 1.03 — 1.04 —, dst.

Terutama bilangan² dipelbagai pembagian², dimana terdapat 0 ditempat selain titik permulaan, seringkali menjusahkan untuk mereka jang pertama kali beladjar.

Hendaknja terutama hal itu diperhatikan.

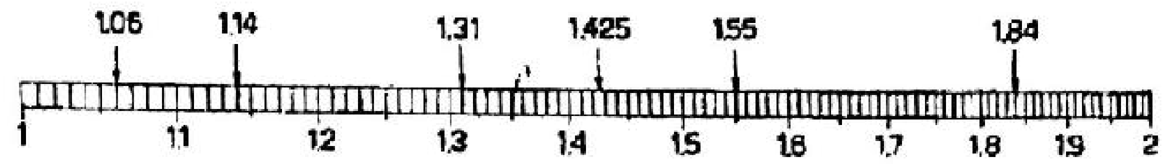
Pada gambar 2 tertulislah tempat² beberapa bilangan dengan tanda-panah.

LATHIAN: Tempatkanlah garis-pedjalan jang tengah² pada bilangan² seperti pada gamb. 2 dan batjalah bilangan² itu.

Dalam hal ini, kami memperingatkan, bahwa adalah baik untuk semata-mata memakai garis-pedjalan jang tengah². Pada waktu menghitung, atjapkali harus memakai garis-pedjalan. Djika kita sudah membiasakan untuk memakai garis-pedjalan jang tengah² itu, maka kita menghindarkan diri untuk bersalah sebagai mereka jang ditengah-tengah menghitung terlupa, dengan garis manakah mereka mulai menjetel. Garis-pedjalan lainnja dipakai untuk tjara² menghitung istimewa.

Selandjutnja hendaknja kita memperhatikan, untuk menempatkan

[1]) Pembagian S_0 adalah sama seluruhnja dengan L_0; apa jang diuraikan disini berlaku pula untuk pembagian S_0.



Gamb. 2

garis-pedjalan tadi lurus dimuka kita, sebab djika tidak (djika garis tadi djatuh miring), maka sangatlah mudah untuk salah membatja.

Pedjalan digerakkan dengan memakai ibu-djari. Perhatikanlah supaja djangan sekali-kali menekan kepada pegas jang paling atas, sebab dengan demikian pedjalan akan berdiri serong.

Dengan sedikit ketjakapan adalah mungkin untuk membatja bilangan² dengan sepintas lalu, jang djatuh diantara garis²-bagi. Dengan menjetel garis-pedjalan di-tengah² garis²-bagi antara bilangan² 1.32 dan 1.33, maka kita telah menjetel bilangan 1.325.

Untuk mereka jang mulai beladjar adalah lebih sukar lagi untuk menjetel bilangan² jang mempunjai angka ke-4, 2, 4, 7 dsb.-nja. Djuga disini latihan sebanjak-banjaknja akan berfaedah.

LATIHAN²

Setelkanlah garis-pedjalan pada bilangan²:

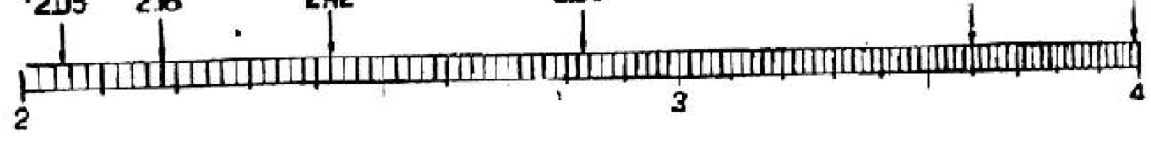
1.	1.25;	1.48;	1.99;	1.83;	1.02;
	1.36;	1.60;	1.06;	1.76;	1.89.
2.	1.335;	1.825;	1.046;	1.606;	1.382;
	1.465;	1.705;	1.282;	1.111;	1.004.

Djarak antara bilangan² 2 dan 3 dan antara 3 dan 4 masing² terbagi lagi dalam 10 bagian, tiap bagian terbagi lagi dalam 5 bagian ketjil².

Dengan dimulai dari angka 2 dari mistar berturut-turut termasuklah pada garis²-bagi berikutnja bilangan²: 2.02 — 2.04 — 2.06 — 2.08 — 2.10 dsb.-nja.

Akan tetapi djelaslah, bahwa bilangan² jang mempunjai angka-gandjil sebagai angka ketiga, harus ditafsirkan diantara dua garis-bagi.

Gamb. 3



Pada umumnja kita tidak bekerdja dengan bilangan² dari 4 angka; pada waktu bekerdja diantara bilangan²-mistar 2 dan 4 (apalagi lebih kekanan dari mistar). Melainkan sedikit kekanan dari bilangan-mistar 2. akan mungkin untuk menjisipkan angka ke-4 dengan sepintas lalu disetelkan dengan garis-pedjalan.

Pada gamb. 3 diperlihatkan lagi kedudukan² beberapa bilangan dengan memakai tanda²-panah.

LATIHAN²

1. Setelkanlah garis-pedjalan pada bilangan² jang ditundjukkan dengan tanda²-panah sebagai dalam gamb. 3.
2. Setelkanlah garis-pedjalan pada bilangan² sbb.:

	2.06;	2.44;	3.08;	3.52;	2.02;
	2.38;	2.52;	3.10;	3.88;	3.04;
3.	2.05;	3.15;	2.01;	3.77;	2.09;
	2.63;	3.91;	3.33;	3.05;	3.63.

Djarak antara bilangan²-mistar 4 *dan* 5; 5 *dan* 6; 6 *dan* 7; 7 *dan* 8; 8 *dan* 9; 9 *dan* 10 masing² terbagi dalam 10 bagian. Dengan sendirinja garis²-bagi itu akan menghasilkan angka ke-2 dari bilangan² jang berkepentingan (dengan lebih teliti lagi).

Tiap bagian itu terbagi oleh garis-bagi lebih ketjil dalam 2 bagian lebih ketjil; tiap bagian-ketjil menambahkan angka 5 sebagai angka ketiga kepada bilangan itu.

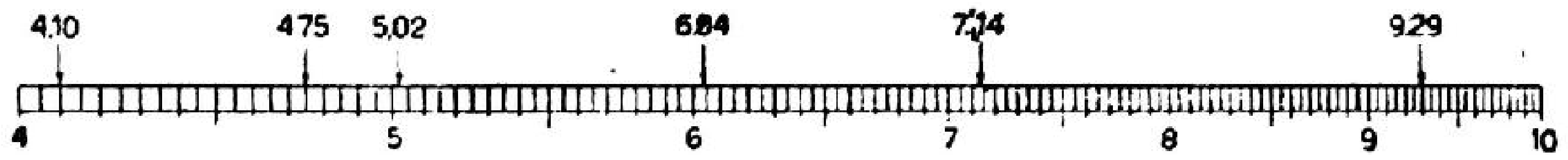
Tiap angka ke-3 selain dari angka 5 harus ditentukan dengan sepintas lalu sadja.

Gamb. 4 menggambarkan selandjutnja tentang hal itu, dimana kedudukan dari beberapa bilangan² ditundjukkan lagi dengan tanda-panah.

LATHIAN²:

1. Setelkanlah garis-pedjalan pada bilangan² jang ditundjukkan dengan tanda-panah pada gamb. 4.
2. Setelkanlah garis-padjalan pada bilangan²:

	4.20;	7.50;	4.05;	6.05;	4.85;
	5.30;	8.60;	4.55;	7.85;	5.15;
	6.40;	9.70;	5.65;	9.05;	9.20.
3.	4.02;	7.16;	8.47;	9.03;	5.01;
	6.38;	4.31;	6.77;	6.54;	7.83.



Gamb. 4

Selain dengan memakai garis-pedjalan, hendaknja kita dapat menjetel pula dengan sorong. Pada perhitungan² atjapkali terdjadi, bahwa kita harus memindahkan garis-bagi dan bilangan-sorong 1 atau dari 10 (kedua bilangan adalah dari pembagian S_o) diatas bilangan dari pembagian L_o. Karena itu adalah berfaedah untuk memahamkan hal itu dengan baik², sebelum kita mulai menghitung dengan mistar. Untuk peladjar² tjakera-hitung-Alro dapat menjetel indeks dengan setjara sebagai diatas.

LATIHAN

Buatlah latihan² dimuka pula dengan menjetel sorong pada 1 atau 10.

Achirnja atjapkali kita harus menjetel dua bilangan² jang berlainan dengan bersusun-susun pada sorong, maupun mistar. Dalam hal ini kita mempergunakan garis-pedjalan [1]).

Djika kita harus menjetel bilangan 3.68 dari sorong (pembagian S_o) diatas bilangan 4.18 dari mistar (pembagian L_o), maka kita menjetel garis-pedjalan pada 4.18 dari L_o, setelah itu menggeserkan bilangan 3.68 dari S_o dibawah garis tersebut. Setelah selesai, dibawah bilangan² 1 dari sorong (kiri) harus terbatja bilangan 1.136 pada L_o. Djika tjotjok halnja, maka kita telah tjukup baik dalam menjetel dan menghitung dan tjukuplah untuk menghitung dengan memakai pembagian² L_o dan S_o.

LATIHAN²:

1. Setelkanlah pasangan²-bilangan berikut dengan saling berhadapan; bilangan diatas adalah untuk pembagian S_o; bilangan dibawahnja untuk pembagian L_o.

Selandjutnja batjalah bilangan dibawah 1 dari sorong pada pembagian L_o. (Untuk hasil²: lihatlah daftar-djawaban dibelakang).

---

[1]) Hal itu berlaku untuk tjakera-hitung-Alro pula; pada skala-berputar dan skala-tetap.

Perhatikanlah untuk senantiasa bekerdja dengan memakai garis-pedjalan ditengah [1]).

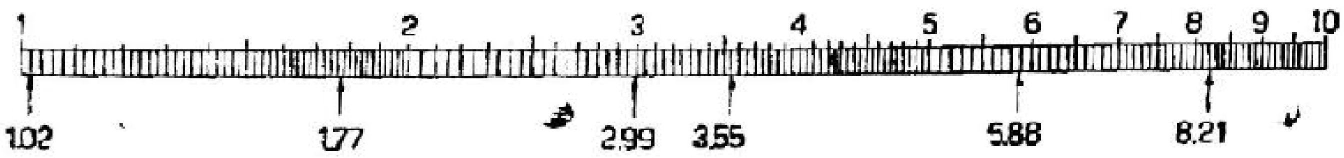
$\frac{1.04}{5.65}$; $\frac{2.64}{7.75}$; $\frac{3.45}{8.10}$; $\frac{2.07}{8.56}$; $\frac{6.25}{9.78}$.

2. Idem:

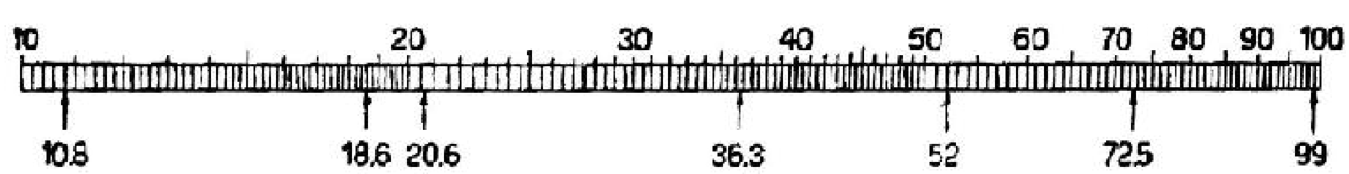
$\frac{5.15}{7.82}$; $\frac{1.175}{4.08}$; $\frac{1.005}{8.85}$; $\frac{2.14}{3.06}$; $\frac{4.36}{6.08}$.

Dalam uraian dimuka, senantiasa kita memperhatikan, agar pembagian L_0 terdiri dari bilangan² dari 1—10; sekalipun dalam bilangan² tadi dengan sengadja tidak biberi koma; pada hakekatnja titik² menggantikan koma² itu.

Pada waktu mengerdjakan pembagian² S_0 dan L_0 hendaknja kita melepaskan diri dari tanda-persepuluhan. Pada L_0 dan S_0 terbatjalah deret² dari 3 *angka* [2]); *tidak bergantung pada tempat koma didalam sesuatu bilangan. Baik bilangan* 78,5 *maupun* 0,785, *pada pembagian² L_0 dan S_0 dibatja sebagai* 7.85. *Djadi, pada waktu mengerdjakan pembagian² L_0 dan S_0 kita tidaklah terikat kepada bilangan² dari* 1—10 [3]).



Gamb. 5



Gamb. 6

---

[1]) Untuk tjakera-hitung-Alro, hendaknja latihan tersebut dibatja: Setelkanlah pasangan² bilangan berikut dengan saling berhadapan; bilangan diatas terletak pada pembagian-N dari skala-berputar; bilangan dibawah pada pembagian-N dari skala-tetap. Batjalah selandjutnja bilangan jang berdiri dibawah indeks pada skala-tetap.

[2]) Terketjuali beberapa keistimewaan; hal itu akan ternjata kemudian.

[3]) Dalam hal ini kita mempergunakan sifat logaritma: mantis tidak bergantung pada tempat tanda-persepuluhan.

Pembagian-L_b [1]).

Pembagian itu terdiri dari bilangan² dari 1—100. Pembagian tadi mempunjai 6 pembagian lebih ketjil, jaitu 3 antara 1 dan 10 dan 3 antara 10 dan 100.

Setelah dipeladjarkan setjara luas tentang pembagian L_a, maka tidaklah sukar untuk dapat memahamkan pembagian L_b. Tjukuplah dengan gambar² 5 dan 6, dimana dengan tanda²-panah ditundjukkan tempat² untuk beberapa bilangan².

Pemakaian pembagian L_b tidak semata-mata terbatas pada bilangan² dari 1—100. Sebagai djuga pada L_a, untuk beberapa perhitungan tertentu adalah tidak mendjadi soal tempat manakah jang tersedia untuk tanda-persepuluhan. Dalam keadaan tersebut, umpamanja, kita dapat menempatkan bilangan 785 pada dua tempat pada L_b, jakni sebagai 7.85 atau 78.5.

Kadang² dikerdjakan pula menghitung dengan L_b, dimana tempat tanda-persepuluhan benar harus diutamakan, sehingga pada saat itu adalah suatu keharusan untuk mengadakan perbedaan antara 7.85 dan 78.5.

Menafsirkan bilangan² pada pembagian L_b mengambil tempat jang lebih penting daripada menafsirkan bilangan² pada pembagian L_a. Hendaknja djangan dilupakan untuk melatih diri dengan giat didalam menjetel dan membatja bialangan² dimistar. Dalam hal itu hendaknja terutama diperhatikan bilangan², dimana terdapat angka pertama dibelakang tanda titik adalah angka 0. Sama halnja pada pembagian L_a, dalam hal inipun kita mudah untuk berbuat salah.

LATIHAN²:

1. Setelkanlah garis-pedjalan pada bilangan² sbb.:

1.06;	20.6;	1.59;	38.7;	2.05;	92.5;
5.15;	13.4;	30.8.			

---

[1]) Apa jang diuraikan disini berlaku pula untuk S_b. Pada tjakera-Alro kita mendapatkan pembagian ini sebagai N^2 pada kedua skala. Hendaknja kita mulai dengan mempeladjari N^2 pada skala-berputar, berhubung pembagian itu adalah lebih luas. Bilangan² pada pembagian² N^2 berwarna merah.

2. Tempatkanlah pasangan²-bilangan berikut jang tersusun kebawah. Bilangan paling atas pada L_b, bilangan paling bawah pada S_b [1]. Setelah itu, batjalah bilangan pada L_b diatas angka 1 dari S_b. (Lihatlah daftar-djawaban):

$$\frac{12.8}{8.40}; \quad \frac{1.57}{1.07}; \quad \frac{32.6}{12.3}; \quad \frac{94.5}{30.5}; \quad \frac{2.18}{1.64}.$$

$$\frac{18.5}{2.96}; \quad \frac{24.6}{1.44}; \quad \frac{38.4}{1.18}; \quad \frac{77.5}{12.3}; \quad \frac{28.4}{13.9}.$$

Pembagian-D [2])

Pembagian itu terdiri dari bilangan² 1—1000.

Setelah uraian beserta latihan² dimuka, tjukuplah untuk kita untuk membuat lebih djelasnja pembagian² ketjil, jaitu dengan menggambarkannja sebagai dalam gambar² 7, 8 dan 9.

Pada gamb. 7 terdapatlah beberapa bilangan² antara 1 dan 20; pada gamb. 8 terdapatlah bilangan² antara 10 dan 100; sedang pada gamb. 9 terdapat bilangan² antara 100 dan 1000.

Setelkanlah bilangan² tadi dengan garis-pedjalan.

Pembagian²-landjutan.

Dikanan-kiri dari pembagian-utama jang dibuat dalam warna hitam, pada kebanjakan djenis mistar, kita mendjumpai pembagian²-landjutan berwarna merah, jakni pada kelandjutan dari pembagian² L_o; S_o; S_b dan L_b.

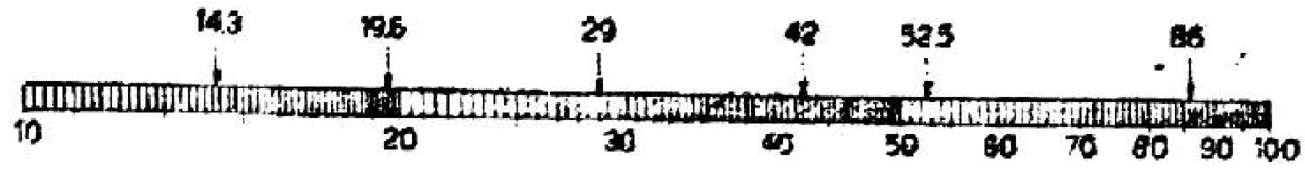
Pembagian²-landjutan-kiri adalah sama dengan udjung kanan

---

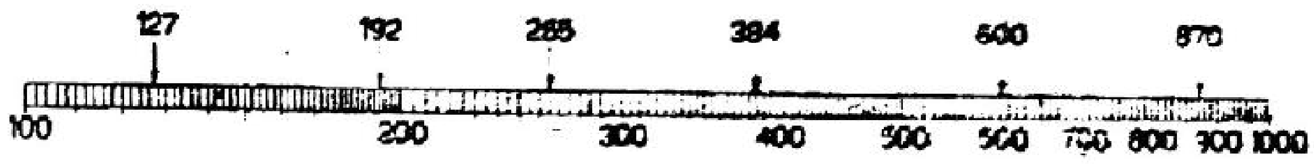
[1]) Pada tjakera-Alro, bilangan² paling atas adalah untuk skala-tetap, bilangan² paling bawah adalah untuk skala-berputar. Selandjutnja batjalah pada pembagian-N^2 dari skala-tetap, jakni bilangan jang ada dibawah indeks. Dalam hal ini hendaknja garis-rambut dipergunakan dua kali. Pertama kita mentjari bilangan paling atas dari sesuatu soal, pada skala-tetap; tempatkanlah garis-rambut diatasnja dan putarlah skala-berputar, sehingga bilangan-paling-bawah dari soal itu djatuh dibawah garis-rambut. Setelah itu garis-rambut ditempatkan diatas indeks dan dengan demikian kita dapat membatja hasil djawaban pada pembagian-N^2 dari skala-tetap.

[2]) Pada tjakera-Alro ialah pembagian-N^2. Pembagian tersebut dapat didapatkan pada skala-tetap.

Gamb. 7



Gamb. 8



Gamb. 9

pembagian-normal pada pembagian² L_a dan S_a, pembagian-landjutan berlangsung dari 8.9—10 (artinja pada pembagian itu 1 berlaku untuk 10), pada L_b dan S_b sedikit kurang daripada 79—100.

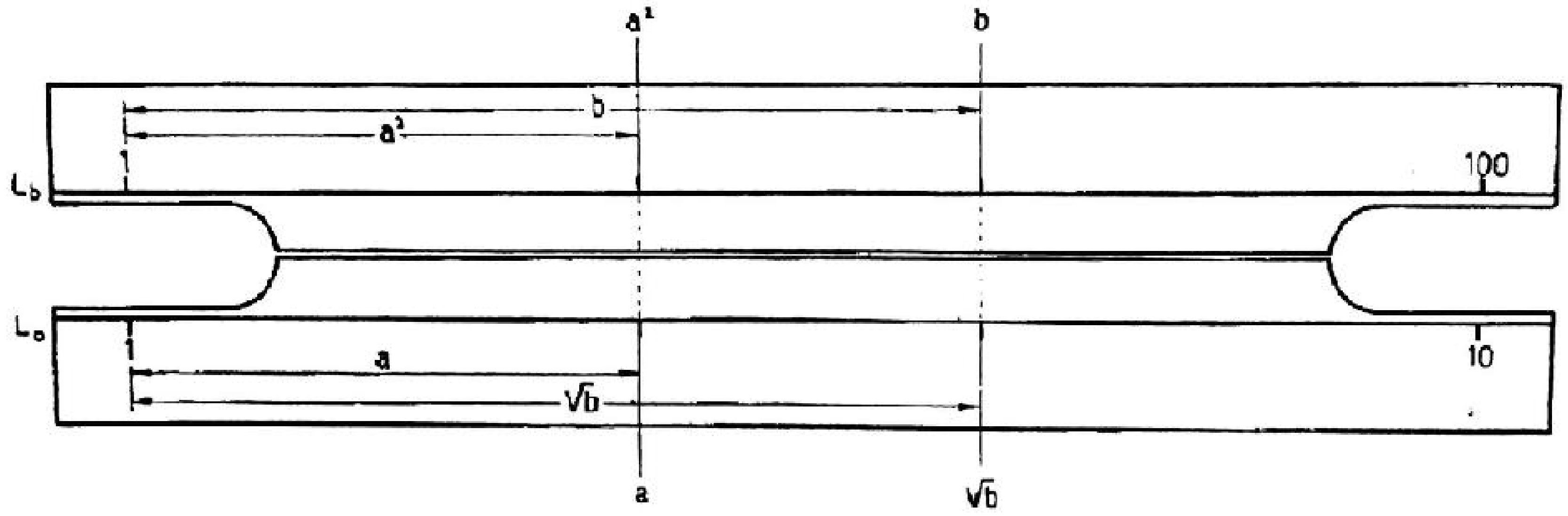
Pembagian²-landjutan-kanan adalah sama dengan permulaan pembagian normal; pembagian itu pada L_a dan S_a berlangsung dari 1—1.12 dan pada L_b dan S_b dari 1—1.28.

Pembagian-landjutan memudahkan pekerdjaan kita, karena, djika pada waktu menghitung bilangan jang harus dibatja djatuh diluar pembagian-normal, masih dapat melandjutkan pekerdjaan kita. Sebagaimana akan ternjata dalam § 14, maka pandjang dari pembagian²-landjutan tidak terpilih menurut sekehendak hati.

Karena titik-permulaan dan titik-terachir dari pembagian² pada tjakera-Alro adalah tersambung, maka disana tidak terdapat pembagian-landjutan.

§ 5 Pangkat-dua dan akar-pangkat-dua

Tjara menghitung pangkat-dua atau akar-pangkat-dua dari suatu bilangan termasuk tjara menghitung jang paling mudah; dengan sekali menjetel garis-pedjalan sudahlah tjukup. Sebab dimuka sesuatu bi-



Gamb. 10

langan a pada pembagian L_o, kita mendapatkan pembagian L_b pangkat a^2; dihadapnja suatu bilangan b pada L_b kita mendapatkan akar $\sqrt{b}$ pada pembagian L_o [1]).

Pada tjakera-hitung-Alro kita dapat mendapatkan pangkat²-dua dengan memindahkan dari pembagian-N kepada pembagian-N^2, dengan memakai garis-rambut. Dalam hal itu bukanlah mengenai hal apakah kita akan memakai pembagian- N ataukah -N^2, melainkan kita bekerdja dengan lebih teliti lagi, berkenaan dengan menjisipkan, djika kita memakai bagian jang paling diluar.

Beberapa tjontoh²:

1. Setelkanlah garis-pedjalan diatas 2 pada pembagian L_o, dibawah garis terletaklah bilangan $4 = 2^2$ pada pembagian L_b. Demikian pula dengan berhadapan satu sama lain terletaklah bilangan² (berturut-turut pada pembagian² L_o dan L_b): 3—9; 5—25; 8—64; 10—100 dsb.

2. Setelkanlah garis-pedjalan diatas 2.43 pada L_o. Pada pembagian L_b kita membatja dibawah garis, bilangan: 5.90. Untuk 2.43^2 kita mendapatkan 5,90 [2]).

Pada waktu memangkatkan kepangkat-dua, kita bekerdja dengan

---

[1]) Dalam § III telah diperingatkan, bahwa L_o telah diperhitungkan dengan perbandingan 2 × lebih besar dari L_b. Sekarang $\log a^2 = 2 \log a$. Djarak antara 1 hingga a adalah $\log a$, pada pembagian L_o adalah 2 × lebih besar dari pada djarak dari 1 hingga a pada pembagian L_b. Hal itu adalah sesuai dengan $2 \log a = \log a^2$ dari L_b.

[2]) $2{,}43^2 = 5{,}9049$; tjara menghitung pada mistar dilakukan dalam 3 angka-dengan teliti.

bilangan², bukan dengan deret²-angka. *Sekalipun demikian, tanda-persepuluhan baru kita berikan pada waktu hasil diperoleh; pada waktu menjetel pada L_o, kita tidak perlu memperhatikan koma.* Apakah kita harus menentukan $2,43^2$, ataukah $24,3^2$ atau 2430^2, senantiasa garis-pedjalan kita setelkan pada 2.43 dari L_o dan kita mendapatkan 5.90 sebagai bilangan 3 angka pertama dari pangkat-dua itu.

Hanja $2,43^2 = 5,90$; $24,3^2 = 590$ dan $243^2 = 59000$.

Pada umumnja ada dua tjara mengerdjakan mistar-hitung untuk menentukan tempat koma:

A. *Dengan menafsir setjara kasar*

Kita membulatkan bilangan sedemikian rupa, sehingga mendapatkan suatu bilangan jang dapat kita hitung dalam ingatan.

Ump.: 2,43 terletak antara 2 dan 3, djadi $2,43^2$ terletak antara $2^2 = 4$ dan $3^2 = 9$. Karena hasil telah diketahui dalam 3 angka, jakni 590, maka pangkat-duanja kita tetapkan 5,90. Demikianlah $24,3^2$ terletak antara 20^2 dan 30^2, djadi antara 400 dan 900. Maka $24,3^2 = 590$.

B. *Dengan mempergunakan petundjuk* (lihat § 2)

Untuk pelbagai tjara² mengerdjakan, senantiasa akan dipergunakan ketentuan²-petundjuk. Ketentuan² tersebut dapat agak menolong mereka jang baru mulai beladjar. Tetapi pada tjara mempergunakan ketentuan²-petundjuk terdapatlah pelbagai keberatan². Pertama: ketentuan² itu tidak mudah untuk diingat-ingat, sehingga kekusutan² tidak dapat dihindarkan. Kedua: tjara bekerdja dengan memakai ketentuan²-petundjuk dapat mengakibatkan sampai orang bekerdja dengan otomatis, sehingga ada kemungkinan, bahwa dengan kesalahan jang ketjil orang akan dapat terlibat didalam kekusutan² hasil jang tidak mudah untuk diselesaikan.

Dalam hal ini kita lebih memilih tjara tafsiran kasar.

Ketentuan²-petundjuk senantiasa ditetapkan dalam huruf² ketjil. Pada tjontoh diatas kebanjakan dikerdjakan tjara menafsirkan, hanja satu dua kali ketentuan-petundjuk itu dipergunakan.

Ketentuan-petundjuk untuk pangkat-dua berbunji sbb.:

Djika bilangan pangkat-dua djatuh pada bagian kiri dari pembagian L_b (djadi pada sebelah kiri dari 10), maka kita mendapatkan petundjuk dari pangkat-dua dengan 2 × petundjuk dari bilangan-pokok, dikurangi dengan 1.

pembagian pangkat-dua djatuh disebelah kanan pada pem-
Djika bilangan pangkat-dua djatuh disebelah kanan pada pem- bagian L_b, maka petundjuk pangkat-dua adalah sama dengan 2 × petundjuk dari bilangan-pokok.

2,43 mempunjai petundjuk 1. $2{,}43^2$ djatuh disebelah kiri dari 10, maka petundjuk $2{,}43^2$ mendjadi $2 \times 1 - 1 = 1$. Djadi $2{,}43^2 = 5{,}90$.

3. Tjarikanlah $48{,}5^2 = \ldots\ldots$

Setelkanlah garis-pedjalan diatas 4.85 pada pembagian L_o. Pada L_b kita membatja 23.5. Sekarang $50^2 = 2500$, dari sini kita dapat menafsirkan $48{,}5^2 = 2350$. Dengan ketentuan-petundjuk dapat dikoreksi sbb. : Petundjuk dari $48{,}5^2$ adalah $2 \times 2 = 4$ (pangkat-dua djatuh dikanan 10). Berkenaan dengan itu, dengan membatja 23.5, maka pangkat-dua kita tentukan 2350. Hasil sebenarnja ialah 2352,25.

LATIHAN²

Hitunglah pangkat²-dua seperti dibawah:

1.	$1{,}5^2$;	$6{,}5^2$;	$1{,}08^2$;	$5{,}49^2$;
	$2{,}4^2$;	$7{,}2^2$;	$2{,}24^2$;	$23{,}8^2$;
	$5{,}4^2$;	$9{,}7^2$;	$3{,}48^2$;	$72{,}3^2$.
2.	$8{,}16^2$;	$0{,}375^2$;	$0{,}228^2$;	
	$24{,}9^2$;	$0{,}0375^2$;	$5{,}17^2$;	
	$1{,}36^2$;	109^2;	$10{,}45^2$.	

Akar-pangkat-dua

Pada waktu mentjari akar-pangkat-dua, kita menjetel pada pembagian L_b dan membatja pada pembagian L_o. Pada tjakera-Alro, kita mulai dari pembagian N^2 dan berpindah ke-N.

Untuk memeriksa, hendaknja ditentukan $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{16} = 4$; dsb.-nja.

Pada waktu menjetel kita harus memperhatikan kepada tanda-persepuluhan.

Sebab $\sqrt{25} = 5$, dan $\sqrt{2{,}5} = 1{,}58$ (dan bukan 0,5).

Maka disini akan berbeda djauh, apakah kita menjetel pada 2,50 ataukah pada 25.0.

Suatu bilangan kita bagi, dengan dimulai dari koma kekiri dan (atau) kekanan dalam golongan dari 2 angka. Kita menjetelkan bilangan jang telah kita peroleh dengan menafsirkan suatu titik dibelakang go-

longan jang paling kiri, jang mempunjai djumlah berbeda dari nol [1]).

Djika golongan pertama hanja terdiri dari 1 angka. maka kita menjetelkan pada bagian kiri dari L_b, djika golongan itu terdiri dari 2 angka, kita setelkan pada bagian kanan L_b.

Tempat koma didalam hasil sekarang dapat ditentukan dengan mudah. Tiap golongan dimuka koma didalam hasil mewakili 1 angka dimuka koma.

Djika bilangan tadi lebih ketjil dari 1 (sehingga dimuka koma hanja berdiri 0), maka akar-pun lebih ketjil dari 1 pula; tiap golongan dari 2 nol dikanan koma didalam akar, menambahkan 1 nol dikanan koma.

Beberapa tjontoh²:

1. $\sqrt{22875} =$

Dibulatkan dalam 3 angka mendjadi 22900. Dibagi-bagi dalam golongan²: 2/29/00. Kita menjetelkan 2.29 pada pembagian L_b. Pada L_o kita mendapatkan: 1.51. Karena dalam bilangan terdapat 3 golongan, kita menentukan $\sqrt{22875} = 151$.

2. $\sqrt{246} =$

   Kita menjetelkan 2.46 dan mendapatkan 1.57 pada L_o.
   Dimuka koma ada 2 golongan, djadi $\sqrt{246} = 15{,}7$.

3. $\sqrt{0{,}00738} =$

   Dalam golongan²: 0,/00/73/80.
   Kita menjetelkan 73.8 dan mendapatkan 8.59 pada L_o. Dari hal diatas berikutlah $\sqrt{0{,}00738} = 0{,}0859$.

4. $\sqrt{187000} =$

   Dalam golongan²: 18/70/00.
   Kita menjetelkan 18.7 dan mendapatkan 4.33 pada L_o. Dari hal diatas berikutlah $\sqrt{187000} = 433$.

---

[1]) $\sqrt{100a} = 10\sqrt{a}$. Djika kita memindahkan koma dalam bilangan dibawah tanda-akar 2 tempat, maka pada hasil-akar, koma dipindahkan 1 tempat. Dari itu berikutlah, bahwa tiap golongan dari 2 angka didalam bilangan-akar adalah sesuai dengan 1 angka didalam bilangan-akar.

LATIHAN[2]

Tentukanlah:

1.	$\sqrt{30}$;	$\sqrt{118}$;	$\sqrt{5,6}$;
	$\sqrt{6,72}$;	$\sqrt{0,0567}$;	$\sqrt{0,492}$;
	$\sqrt{23,9}$;	$\sqrt{7120}$;	$\sqrt{0,0038}$
2.	$\sqrt{712}$;	$\sqrt{3,08}$;	$\sqrt{18000}$;
	$\sqrt{1,62}$;	$\sqrt{12,5}$	$\sqrt{0,00012}$;
	$\sqrt{50,8}$;	$\sqrt{67,2}$;	$\sqrt{18700}$.

§ 6 Pangkat-tiga dan akar-pangkat-tiga [1])

Pembagian-D, pada bagian atas pada mistar dibuat dengan perbandingan 1 : 3 dari pembagian L_o. Karena itu, dengan sekali menjetel pedjalan, kita mendapatkan pangkat-3 dari bilangan[2] pada pembagian L_o [1]).

Djika kita menjetel garis-pedjalan diatas 2 pada pembagian-L_o, maka kita mendapatkan $8 = 2^3$ pada pembagian-D. Djika disetelkan atas 3,19 dari L_o, didapatkan bilangan $32,5 = 3,19^3$ pada pembagian-D.

Sebagaimana terdapat pada pangkat[2]-dua, pada waktu menjetel kita tidak melihat kepada koma. Paling baik ialah untuk menempatkan koma didalam hasil setelah ditafsirkan setjara kasar.

Ump.: $3,19^3$ kita samakan dengan $3^3 = 27$. Djuga $3,19^3$ akan mempunjai 2 angka dimuka koma, sehingga $3,19^3 = 32,5$.

Djika kita harus menjetelkan $31,9^3$, maka kita menghitung sbb.; $(10 \times 3,19)^3 = 1000 \times 3,19^3$. Dari $3,19^3 = 32,50$, kita mendapatkan $31,9^3 = 32500$. ($= 1000 \times 32,5$).

---

[1]) Dalam § 24 perhitungan[2] itu diberikan untuk mistar-hitung, jang tak mempunjai pembagian-D.

[2]) Sebab $\log a^3 = 3 \log a$.

Pada tjakera-Alro kita mengerdjakan dengan kombinasi antara pembagian-N dan N^3.

132^3 kita hitung sbb.:

Setelkanlah atas 1.32 pada pembagian L_o. Pada pembagian-D kita mendapatkan 2.30.

Karena $1^3 = 1$ dan $2^3 = 8$, maka $1{,}32^3$ akan mempunjai 1 angka dimuka koma; djadi $1{,}32^3 = 2{,}3$. Dari hal diatas berikutlah $132^3 = (100 \times 1{,}32)^3 = 100^3 \times 1{,}32^3 = 2.300.000$.

$0{,}568^3 = \ldots.$

Kita menjetelkan 5.68 pada L_o. Maka kita mendapatkan 183 pada pembagian-D. Kini $5^3 = 125$, djadi $5{,}68^3 = 183$.

Karena $0{,}568 = \dfrac{5{,}68}{10}$ kita mendapatkan $0{,}568^3 = \dfrac{5{,}68^3}{10^3} = 0{,}183$.

LATIHAN²

Tentukanlah:

$2{,}42^3$;	$16{,}2^3$;	$75{,}6^3$;	$12{,}5^3$;
$3{,}18^3$;	$37{,}8^3$;	$0{,}828^3$;	$0{,}0264^3$;
$4{,}86^3$;	$48{,}5^3$;	124^3;	$10{,}9^3$.

Djuga disini tjara menghitung akar adalah sebaliknja dari tjara memangkatkan.

Djika kita menjetelkan bilangan 8 pada pembagian-D, maka kita membatja pada pembagian L_o ialah 2;
$\sqrt[3]{8} = 2$.

Djika kita menjetelkan 350 pada pembagian-D; kita mendapatkan pada L_o 7.05; djadi $\sqrt[3]{350} = 7.05$.

Djika kita menjetelkan 35 pada pembagian-D, kita mendapatkan pada L_o, $\sqrt[3]{35} = 3.27$.

Sebagaimana pada menghitung akar, pada waktu menjetel, kita harus memperhatikan pada tempat tanda-persepuluhan.

Setelah dipeladjari dengan se-luas²-nja tentang akar-pangkat-dua dapatlah kita mendjelaskan selandjutnja disini dengan pendek.

Pada akar-pangkat-tiga kita membagi bilangan² dalam golongan² dari² 3 angka dan menjetelkan bilangan² itu pada mistar, jang telah kita peroleh dengan menafsirkan adanja suatu titik pada golongan pertama jang berbeda dari nol [1]).

Tjontoh²:

1. $\sqrt[3]{0,168} =$
   Kita menjetelkan 168. Pada L_0 kita membatja 5.52.
   Dari sini kita menentukan $\sqrt[3]{0,168} = 0,552$.

2. $\sqrt[3]{3560} =$
   Kita menjetelkan 3.56 dan membatja pada L_0, 1.527.
   Karena ada 2 golongan dimuka koma, maka kita menentukan 15,27.

3. $\sqrt[3]{0,0545} =$
   Kita menjetelkan 54.5 dan membatja 3.79 pada L_0.
   Kita menentukan $\sqrt[3]{0,0545} = 0,379$.

4. $\sqrt[3]{2.800.000} =$
   Kita membagi dalam golongan²: 2/800/000. Disetelkan pada 2.8 maka kita mendapatkan pada L_0 1.41. Karena ada 3 golongan, maka kita dapatkan $\sqrt[3]{2.800.000} = 141$.

LATIHAN²

Tentukanlah akar-pangkat-tiga dari:

85;	12,6;	1040;	2100 000;
196;	458;	4620;	0,0082;
8,24;	860;	0,062;	0,000 067.

Djuga bentuk² jang lebih sukar lagi dapat kita kerdjakan dengan kombinasi L_b dan L_0 dengan sekali menjetel pedjalan.

Beberapa tjara bekerdja dapat dipeladjari sebagai dibawah:

$\sqrt[3]{a^2}$ Kita menulis bentuk ini sebagai $(\sqrt[3]{a})^2$. Kita menjetelkan a pada pembagian-D, maka kita membatja pada L_0 dibawah garis-pedjalan: $\sqrt[3]{a}$, djadi $(\sqrt[3]{a})^2$ dapat kita ketemukan pada pembagian-L_b dibawah garis-pedjalan jang tidak kita geser²-kan.

$\sqrt[3]{17,2^2}$. Dengan menjetel 17.2 pada D, maka kita membatja 6.67 (6.66) [1]) pada L_b.

[1]) $\sqrt[3]{1000a} = 10\sqrt[3]{a}$.
$\sqrt[3]{7248} = 10\sqrt[3]{7,248}$.

Bentuk itu kita tulis sbb.: $a\sqrt{a} = \sqrt{a^3} = (\sqrt{a})^3$. $a\sqrt{a}$

Kita menjetelkan a pada pembagian-L_b, maka pada L_o dibawah garis-pedjalan, dapat kita batja $\sqrt{a}$; djadi pada pembagian-D kita dapatkan $(\sqrt{a})^3 = a\sqrt{a}$.

$6{,}12\sqrt{6{,}12}$. Kita setelkan 6.12 pada L_b dan membatja 15.2 pada pembagian-D.

§ 7 Mengalikan

Pada mistar-hitung terdapatlah logaritma² dari bilangan². Dengan demikian adalah mungkin untuk mengembalikan tjara mengalikan bilangan kepada tjara menambah djarak² mistar [1]).

Hal itu kita kerdjakan dengan mistar dan sorong.

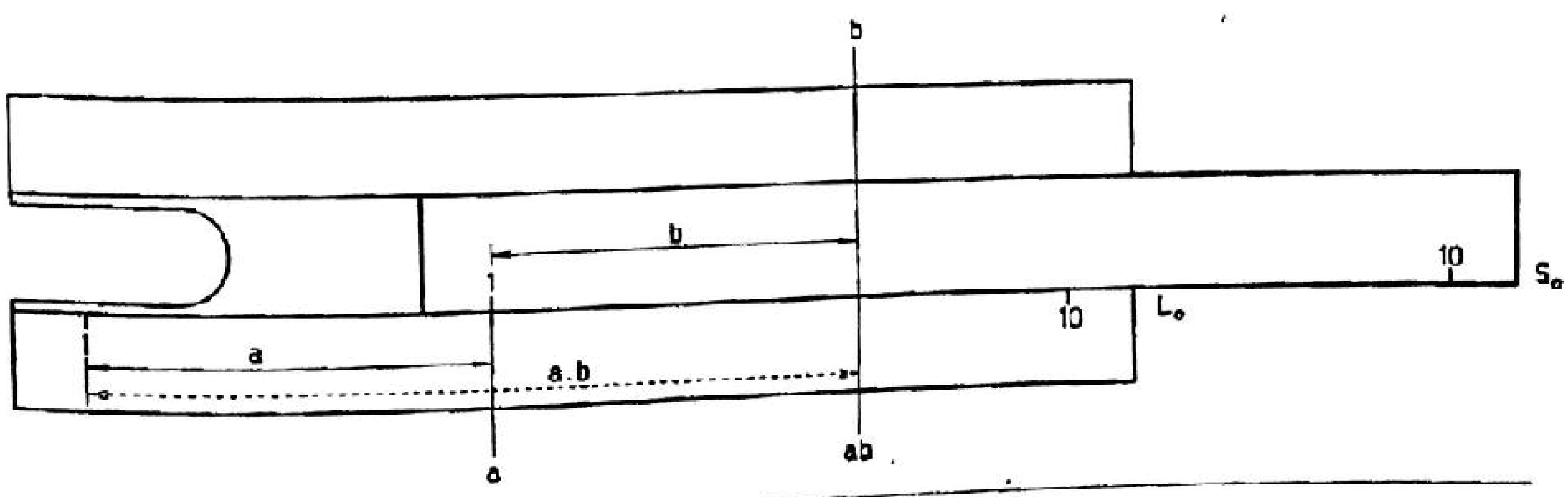
Kita mulai bekerdja dengan memakai pembagian² L_o dan S_o.

Pada dasarnja adalah sederhana. Djika kita harus mengalikan bilangan² a dan b, maka kita mengalikan 1 dari pembagian S_o diatas bilangan a dari L_o dan dibawah bilangan b pada S_o, maka kita mendapatkan hasil-kali pada L_o. Sebab dengan demikian kita telah mendapatkan $\log a + \log b$ [2]).

Tjontoh: $2{,}36 \times 3{,}24$.

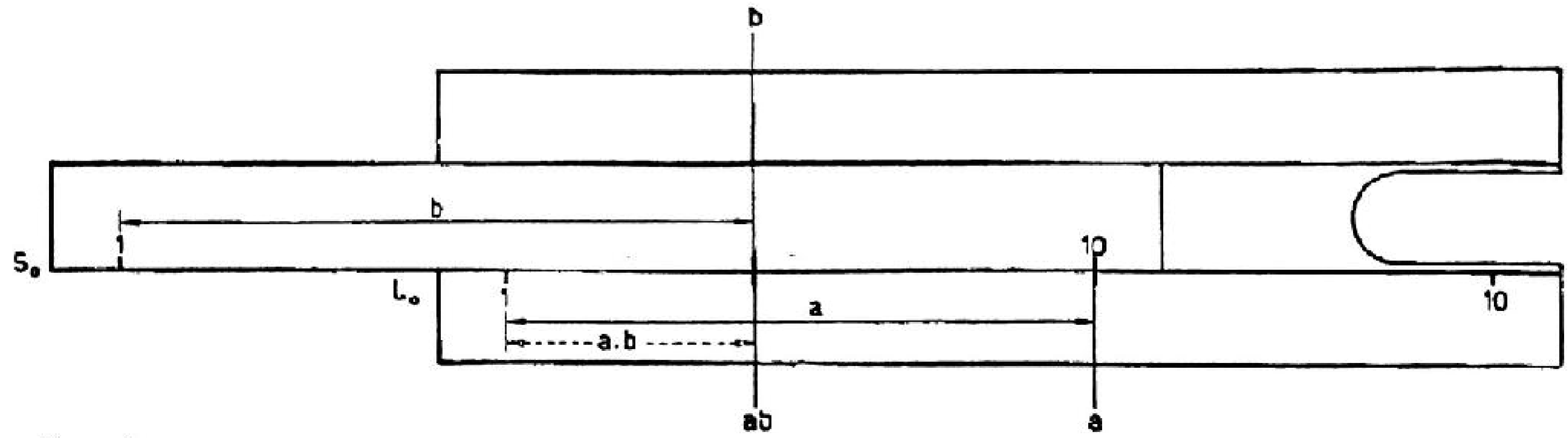
Setelkanlah 1 dari S_o diatas 2.36 pada L_o. Setelah itu setelkanlah

Gamb. 11



[1]) $\text{Log } ab = \log a + \log b$.

[2]) Tjara mengalikan dengan memakai tjakera-hitung-Alro dipeladjarkan dalam beberapa tjontoh dihalaman 37. Pada dasarnja adalah sama sebagai diatas.



Gamb. 12

garis-pedjalan diatas 3.24 dari S_o, dibawah garis itu kita membatja 7.65 pada pembagian L_o (Hasil-kali jang sebenarnja ialah 7,6464).

Pada tjontoh diatas, maka sorong dipindahkan kekanan.

Djika bilangan hasil-kali djatuh diluar L_o, maka kita *mengalikan kekiri*.

Pertama kita menjetelkan bilangan 10 dari S_o diatas bilangan a pada L_o dan kita membatja dibawah b pada S_o, jaitu hasil-kali ab [1]).

Tjontoh: 4,28 × 3,16 =

Kita menjetelkan 1 dari S_o diatas 4.28 dari L_o, maka bilangan 3.16 dari S_o djatuh diluar pembagian L_o. Kini kita menjetelkan 10 dari S_o diatas 4.28 dari L_o dan membatja dengan memakai garis-pedjalan dibawah 3.16 dari S_o pada L_o, bilangan 1.352. Karena 4 × 3 = 12, kita mendapatkan bilangan hasil-kali 13,52.

Dari tjontoh diatas ternjata, bahwa kita dapat menempatkan koma dalam hasil-kali dengan tafsiran kasar.

Sebagai kita peringatkan pada hal. 29, kita harus membiasakan untuk menafsirkan hasil²-kali. Benar, bahwa untuk tjara menghitung dengan L_o dan S_o telah terdapat ketentuan²-petundjuk jang tangkas, tetapi djika dipergunakan pembagian² lain, maka ketentuan² tadi hilanglah nilainja.

Tjara menafsirkan dapat dilakukan setjara kasar, karena pada hakekatnja hanjalah dimaksudkan untuk dipergunakannja didalam

---

[1]) Tjara bekerdja itu-pun dapat didjelaskan dengan mudah pula. Kita mengurangi log a dengan log 10 dan menambahkannja lagi dengan log b. Djadi kita menentukan $\log a - \log 10 + \log b = \log \frac{ab}{10}$. Dengan memindahkan koma, maka faktor 10 dihilangkan.

menentukan koma. Mereka jang baru mulai beladjar hendaknja mempergunakan ketentuan²-petundjuk tadi sebagai alat untuk memeriksa dan disamping itu senantiasa mengerdjakan menafsirkan hasil-kali.

Adapun ketentuan²-petundjuk tadi adalah sbb.:

> *Djika kita mengalikan* **kekanan,** *maka petundjuk hasil-kali adalah sama dengan djumlah petundjuk² faktor²* [1] **dikurangi dengan 1.**
>
> *Djika kita mengalikan kekiri, maka petundjuk hasil-kali sama dengan djumlah dari petundjuk² faktor².*

Pada beberapa mistar-hitung kita dapat membatja tanda: PROD. — 1 (kebanjakan pada bagian kanan mistar). Tanda tersebut memperingatkan kita kepada ketentuan pertama.

Pada tjontoh: 2,36 × 3,24, kita mengerdjakan mengalikan kekanan. Petundjuk dari hasil-kali adalah 1 + 1 — 1 = 1. Sebagai hasil-kali kita dapatkan 7,65.

Pada tjontoh kedua dikalikan kekiri; karena itu tidak membutuhkan diperiksa dengan koreksi — 1. Kita mendapatkan 1 + 1 = 2. Hasil-kali mendjadi 13,52.

Baiklah kita memberi beberapa tjontoh², dimana kedudukan koma ditentukan dengan ketentuan-petundjuk dan menafsirkan.

1. 82,5 × 0,037 =

Kita mengalikan kekiri. Petundjuk hasil-kali ialah (2 + —1) = 1 (dengan tiada dikerdjakan koreksi).

Dengan menafsir setjara kasar kita dapatkan 80 × 0,04 = 3,2.

Dengan mistar kita menentukan hasil-kali = 3,05.

2. 3650 × 0,00185 =

Dengan mengalikan kekanan, kita mendapatkan pada pembagian L_o : 6.75.

Petundjuk dari hasil-kali ialah 4 + (—2) — 1 = 1.

Dengan menafsirkan, kita mendapatkan 4000 × 0,002 = 8.

Hasil-kali kita tetapkan 6,75.

---

[1]) Untuk mendjelaskan tentang istilah kata „petundjuk" lihatlah hal. 11. Untuk ketentuan-petundjuk untuk tjakera-Alro lihatlah hal. 38.

3. $248 \times 87{,}3 =$

Dengan mengalikan kekiri, kita mendapatkan 2.165 pada L_o.
Petundjuk dari hasil-kali adalah $3 + 2 = 5$.
Dengan menafsirkan kita dapatkan $250 \times 80 = 20.000$. Maka hasil-kali kita tetapkan 21650.

LATIHAN²

Tentukanlah hasil²-kali berikut:

1. $12{,}5 \times 36{,}3$;	2. $52{,}8 \times 23{,}6$;
$16{,}8 \times 4{,}49$;	$8{,}92 \times 0{,}047$;
$0{,}482 \times 1{,}086$;	$1665 \times 0{,}0098$.

Suatu hasil-kali jang terdiri lebih dari 2 faktor ditentukan dengan mengulangi perhitungan.

Dalam hal ini tidaklah perlu untuk membatja hasil²-sementara. Hendaknja kita memahamkan:

Pada waktu mengalikan, kita **mulai** *dan* **berachir** *pada* $\mathbf{L_o}$, *semua bentuk² sementara dikerdjakan pada* S_o.

Djika kita hendak mempergunakan ketentuan²-petundjuk, maka kita harus mengingat-ingat berapa kali kita telah mengalikan kekanan.

Tjontoh² dibawah akan membuat tjara² tsb. lebih djelas lagi:

1. $2{,}36 \times 3{,}14 \times 56 \times 4{,}2 =$

Setelkanlah 1 dari S_o diatas 2.36 dari L_o. Tempatkan garis-pedjalan diatas 3.14 pada pembagian S_o. Pada L_o kita akan dapat membatja hasil sementara, tetapi tidaklah perlu kita batja.

Kita menempatkan 10 dari S_o dibawah garis-pedjalan (djadi 10 kita setelkan diatas hasil-kali $2{,}36 \times 3{,}14$) (1) dan setelah itu, kita menempatkan garis-pedjalan diatas 5.6 dari S_o. Dengan itu kita telah menentukan $2{,}36 \times 3{,}14 \times 5{,}6$ (2).

Kita setelkan lagi 10 dari S_o dibawah garis-pedjalan dan setelah itu menggeserkan pedjalan ke 4.2 dari S_o (3).

Kini kita membatja pada L_o : 1.74. Dengan menafsir setjara kasar, kita mendapatkan: $2 \times 3 \times 60 \times 4 = 360 \times 4 = (\pm)\ 400 \times 4 = 1600$. Maka hasil-kali kita tetapkan 1740 (1743).

Pada (1) kita mengalikan kekanan, pada (2) dan (3) kita mengalikan kekiri. Untuk menentukan petundjuk, maka koreksi -1 hanja perlu sekali dikerdjakan. Petundjuk mendjadi $1 + 1 + 2 + 1 - 1 = 4$. Hasil-kali $= 1740$.

2. $12{,}8 \times 1{,}44 \times 0{,}342 \times 5{,}16 =$

Setelkanlah 1 dari S_o diatas 1.28 dari L_o. Geserkan garis-pedjalan diatas 1.44 dari S_o. Geserkan angka 1 dari S_o dibawah garis-pedjalan dan pindahkanlah garis-pedjalan diatas 3.42 dari S_o.

Achirnja kita menggeserkan angka 10 dari S_o dibawah garis-pedjalan dan membatja dibawah 5.16 dari S_o atas L_o, jakni bilangan: 3.25.

Dengan menafsir, kita mendapatkan $10 \times 2 \times 0{,}4 \times 5 = 20 \times 2 = 40$. Hasil-kali kita tetapkan 32,5.

Kita telah 2 kali mengalikan kekanan. Untuk menentukan petundjuk kita harus mengerdjakan koreksi —2. Pentudjuk adalah $2 + 1 + 0 + 1 - 2 = 2$. Hasil-kali adalah 32,5.

- *Djika kita mempergunakan pembagian-landjutan, hendaknja kita memperhatikan, bahwa ketentuan²-petundjuk hanja berlaku untuk dipergunakan pada pembagian²-biasa.*

LATIHAN [1])

Tentukanlah hasil²-kali dibawah:

1. $35{,}6 \times 0{,}0283 \times 17{,}5$;	2. $0{,}5621 \times 0{,}0394 \times 0{,}1407$;
$1368 \times 15{,}64 \times 0{,}00192$;	$13{,}6 \times 1{,}49 \times 12{,}05 \times 24{,}8$;
$83{,}52 \times 7{,}926 \times 9500$;	$0{,}444 \times 0{,}0083 \times 12{,}0089$.

Mengalikan dengan tjakera-hitung-Alro.

Mengalikan kekanan atau kekiri bukan merupakan kesukaran jang berlaku untuk tjakera-Alro; kita senantiasa mengalikan kekanan, karena titik-permulaan dan titik-terachir dari pembagian² bersambungan satu sama lain.

Kita mempergunakan kedua pembagian²-N. Dan tiap perhitungan, kita mulai dan kita achiri pula pada skala-tetap.

Tjontoh²:

1. $3{,}36 \times 0{,}428$.

Tempatkanlah garis-rambut diatas 3.36 pada pembagian-N dari

---

[1]) Sehingga sekarang senantiasa dipergunakan bilangan² dari 3 angka selain djika harus disetelkan suatu bilangan dari 4 angka pada mistar. Djika selandjutnja terdapat bilangan² lebih dari 3 angka, maka harus dibulatkan mendjadi 3 atau 4 angka.

skala-tetap dan setelkanlah indeks dibawah garis-rambut. Pindahkanlah garis-rambut ke 4.28 pada pembagian-N dari skala-berputar dan batjalah pada pembagian-N dari skala-tetap bilangan dibawah garis-rambut: 1.438. Untuk menentukan koma kita menafsirkan hasil-kali pada $3 \times 0,4 = 1,2$. Maka hasil-kali kita tentukan 1,438.

Djuga untuk tjakera-hitung-Alro kita mempunjai ketentuan²-petundjuk. Tetapi djuga disini kita mengulangi: hendaknja kita selalu menentukan tempat koma itu dengan menafsirkan.

Ketentuan untuk mengalikan berbunji sbb.:

Djika pada waktu mengalikan, garis-rambut tidak melampaui angka 1 dari skala-tetap, maka petundjuk hasil-kali sama dengan djumlah petundjuk² faktor² dengan dikurang 1. Djika garis-rambut melampaui angka 1 dari skala-tetap, maka petundjuk hasil-kali mendjadi sama dengan djumlah dari petundjuk² faktor².

Pada tjontoh diatas, maka 1 adalah dilampaui, maka kita mendapatkan sebagai petundjuk dari hasil-kali: $1 + 0 = 1$, sehingga dimuka koma harus ada 1 angka.

2. $120 \times 0,054 \times 6,17 =$

Tempatkan indeks diatas 1.20 pada pembagian-N dari skala-tetap dan setelah itu garis-rambut diatas 5.40 pada pembagian-N (skala-berputar). Dengan demikian hasil-kali telah ditentukan $1,20 \times 5,40$. Setelah itu setelkanlah indeks dibawah garis-rambut dan pindahkanlah garis-rambut ke 6.17 pada N (skala-berputar). Dibawah garis-rambut kita membatja 4.00 pada skala-tetap.

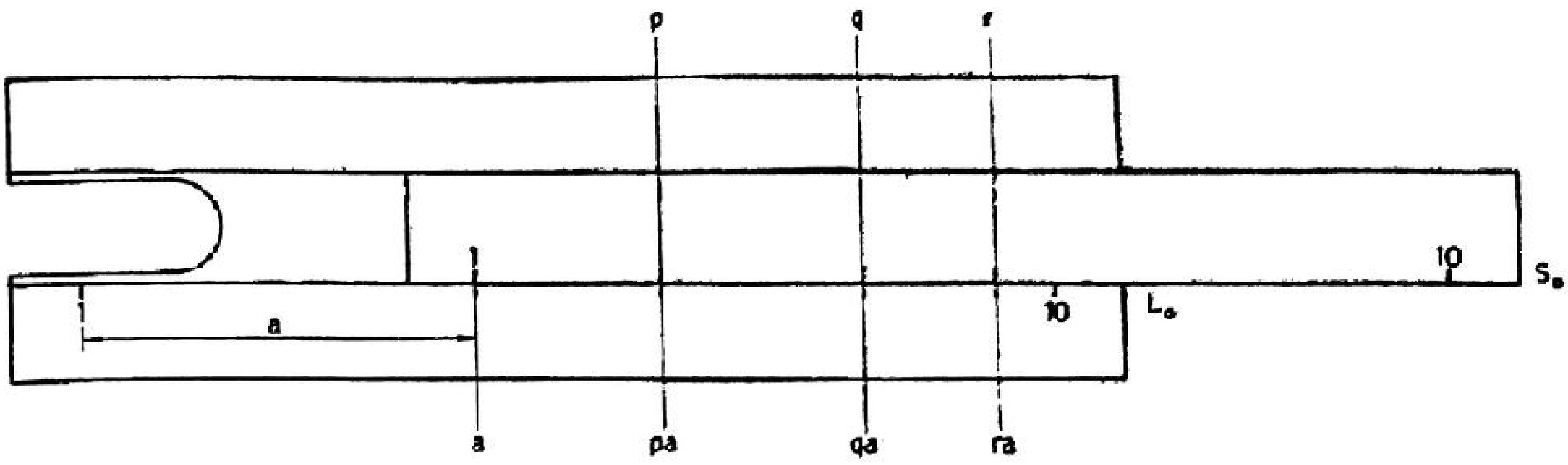
Kita menafsirkan $120 \times 0,05 \times 6 = 36$. Maka hasil-kali adalah 40.

Garis-rambut telah sekali melampaui angka 1 dari skala-tetap. Pada waktu menentukan petundjuk, dilakukan koreksi -1. Kita mendapatkan $3 - 1 + 1 - 1 = 2$ sebagai petundjuk. Hasil-kali = 40.

Agaknja untuk pembatja tidaklah sukar untuk menghitung kembali tjontoh² jang telah dipeladjarkan untuk mistar dengan tjakera-hitung Latihan² tersebut dapat sekarang djuga dibuat dengan tjakera-hitung.

Pembentukan-daftar

Djika kita menentukan angka 1 dari S_o diatas suatu bilangan a pada L_o, maka kita dapat membatja, menurut uraian diatas: bilangan b dari S_o pada L_o adalah bilangan dari hasil-kali ab.



Gamb. 13

Djika kita harus mengalikan beberapa bilangan² dengan suatu bilangan a jang sama, maka tjukuplah dengan menjetelkan angka 1 dari S_o diatas a pada L_o; maka kita membatja dibawah pelbagai bilangan² dari S_o dengan berturut-turut hasil²-kali pada L_o.

Umpamanja kita menjetelkan angka 1 dari S_o diatas 3.048 (1 ft = 0,3048 m), setelah itu kita membatja pada L_o: 2 ft = 0,610 m; 3 ft = 0,914 m; 2,5 ft = 0,762 m; dsb.-nja.

Djika L_o kurang tjukup pandjang, maka kita dapat menjetelkan dengan 10 dari S_o [1]).

Mengalikan dengan L_b dan S_b

Kitapun dapat mengalikan dengan memakai L_b dan S_b. Pembagian² tersebut mempunjai faedah, bahwa bilangan-hasil-kali tidak segera djatuh diluar pembagian. Dibalik hal tersebut, kita bekerdja dengan agak kurang teliti; dari itu, adalah lebih baik, djika kita bekerdja dengan memakai pembagian² L_o dan S_o.

Pada hakekatnja adalah suatu keharusan untuk memakai L_b dan S_b, djika kita harus mengalikan dengan tjepat, sehingga adalah baik untuk mengulangi latihan² dalam § ini dengan memakai L_b dan S_b.

Tetapi *ketentuan²-petundjuk* tidak dapat berlaku lebih landjut dengan tiada memerlukan perubahan². Untuk menghindarkan kesalahan² jang besar², kami memberitahukan untuk senantiasa menafsirkan hasil-kali pada waktu mempergunakan L_b dan S_b.

---

[1]) Pada tjakera-hitung-Alro pembentukan-daftar dapat dikerdjakan dengan lebih memuaskan lagi.

Pembentukan-daftar sebagai diuraikan dalam hal. 36 dapat dikerdjakan dengan lebih berharga lagi, jakni dengan mengerdjakan L_b dan S_b. Hendaknja kita membuat daftar dari kaki atau intji, atau harga² mata-uang asing, berkenaan dengan kemungkinan menjetel dengan L_b dan S_b [1]).

Mempergunakan pembagian² L_b, L_o, S_b dan S_o

Djika didalam suatu perhitungan mengalikan terdapat pangkat²-dua, maka kita dapat mengambil hitungan dengan lebih singkat lagi dengan berpindah dari L_o ke L_b. Pertama-tama pangkat-dua ditentukan. Kemudian dihitung dengan L_b dan S_b.

Beberapa tjontoh² untuk menerangkannja dapat didapatkan dibawah.

Mengerdjakan tjakera-hitung-Alro tidak mendjumpai kesukaran² jang istimewa. Djika kita mengganti L_0 dengan N (skala-tetap), L_b dengan N^2 (skala-tetap), S_o dengan N (skala-berputar) dan S_b dengan N^2 (skala-tetap), maka tjontoh² tersebut dapat pula diikuti dengan lebih mudah. Dalam hal ini kita melihat, bahwa 1 dan 10 dari S_o kedua-duanja dapat disamakan dengan indeks dari skala-berputar.

$(a \cdot b)^2$ 1. $(5{,}72 \times 13{,}6)^2 =$

Dengan L_o dan S_o kita menentukan hasil-kali $5{,}72 \times 13{,}6$; dengan tiada membatja, melainkan kita membatja selandjutnja: dengan garis-pedjalan kita batja pada L_b pangkat-dua. Kita mendapatkan 60.5. Karena $6 \times 13 = 78$ dan $80^2 = 6400$, kita menentukan hasil-kali pada 6050.

$a^2 \cdot b$ 2. $18{,}3^2 \times 5{,}24 =$

Setelkanlah angka 1 dari S_o diatas 1.83 dari L_o. Diatas angka 1 dari S_b pada L_o dapat terbatja harga dari 1.83^2. Dengan tiada membatjanja, kita melandjutkan mengalikan dengan L_b dan S_b. Artinja: dengan menggeserkan garis-pedjalan diatas 5.24 dari S_b, kita membatja pada L_b, jaitu 17.6.

Dengan sangat dibulatkan kita menulis $20^2 \times 5 = 2000$.

Hasil-kali jang ditanjakan ialah 1760 (1755).

---

[1]) Pada tjakera-hitung-Alro hendaknja dipergunakan kedua pembagian-N^2. Djuga disini hendaknja ketentuan²-petundjuk *ditinggalkan.*

Djika terdapat akar², maka kita mengerdjakan dengan sebaliknja; kita mulai dengan L_b dan berpindah ke L_o.

3. $\sqrt{17{,}8} \times 0{,}567 =$ $\sqrt{a\,.\,b}$

Dengan L_b dan S_b kita menentukan hasil-kali dari $17{,}8 \times 0{,}567$; dengan kata lain: kita menjetelkan angka 1 dari S_b dibawah 1.78 dari L_b dan menggeserkan garis-pedjalan diatas 5.67 dari S_b.

Sebaliknja kita membatja hasil-kali pada L_b, kita membatja hasil-kali pada L_o, sehingga kita menghitung akar, dan mendapatkan 3.175.

Djika kita membulatkan dengan keras $\sqrt{20} \times 0{,}5 = \sqrt{10} = 3,\ldots$, maka kita menentukan hasil-kali pada 3,175.

4. $0{,}0428 \times \sqrt{1205} =$ $a\sqrt{b}$

Kita mulai dengan menghitung akar, artinja kita menjetelkan garis-pedjalan pada 12.05 dari L_b [1]).

Sekarang kita geserkan angka 10 dari S_o dibawah garis-pedjalan dan menggeserkan garis-pedjalan ke 4.28 dari S_o. Pada L_o kita membatja 1.49.

Dengan membulatkan, kita dapatkan $0{,}04 \times \sqrt{1200} = 0{,}04 \times 35 = 1{,}4$.

Hasil-kali kita tetapkan pada 1,49.

Kita dapat pula menjetelkan angka 10 (atau untuk bilangan² lain² menjetelkan angka 1) pada S_o diatas 4.28 dari L_o, menggeserkan garis-pedjalan pada 12.05 dari S_b, kemudian membatja hasil-kali pada L_o. Maka sebenarnja kita telah menghitung $\sqrt{1205} \times 0{,}0428^2$.

5. $3{,}28^2\sqrt{7{,}15} =$ $a^2\sqrt{b}$

Pertama kita menghitung akar, menjetelkan garis-pedjalan diatas 7.15 pada L_b dan menggeserkan angka 1 dari S_o dibawah garis-pedjalan. Kemudian garis-pedjalan kita pindahkan ke 3.28 dari S_o dan mengulangi pengalian, artinja: kita menggeserkan angka 10 dari S_o dibawah garis-pedjalan dan memindahkan garis itu diatas 3.28 dari S_o. Pada L_o kita membatja 2.877. Sesudah menafsirkan, maka kita mendapatkan hasil-kali 28.77.

---

[1]) Perhatikan kepada pembagian-golongan dari § 6.

Disini kita tidak dapat mempergunakan L_b untuk memangkatkan-dua.

$l\sqrt{a}$ Untuk menghitung bentuk ini, lihatlah hal. 33. Dengan sekali menjetel garis-pedjalan, sudahlah tjukup.

Djika dalam hitungan mengalikan terdapat *akar-pangkat-tiga*, maka pertama-tama kita harus menghitung nilai akar tadi dengan memindahkan dari pembagian-D kepembagian-L_o; selandjutnja kita dapat menghitung dengan memakai pembagian² L_o dan S_o.

$l\sqrt[3]{b}$ 6. $0,87 \times \sqrt[3]{15,8}$.

Setelkanlah garis-pedjalan diatas 15.8 pada pembagian-D. Geserkan angka 1 dari S_o dibawah garis-pedjalan. Dibawah 8.7 dari S_o terdapatlah 2.18 pada L_o.

Kita menafsirkan $0,9 \times 2,5 = 2,\ldots$ dan menentukan hasil-kali pada 2,18.

$\sqrt[3]{b^2}$ 7. $1,36 \times \sqrt[3]{0,72^2}$.

Sebagai telah dipeladjarkan pada hal. 35, kita menentukan $\sqrt[3]{0,72^2}$; artinja setelkanlah 720 pada D [1]) dan batjalah pada L_b. Kita menggeserkan udjung-achir dari pembagian S_b dibawah garis-pedjalan dan membatja diatas 1.36 dari S_b pada L_b: 1.092. Djika ditafsirkan: $1,5 \times 0,8 = 1,\ldots$ maka hasil-kali ditentukan pada 1,092.

LATIHAN²

Hitunglah dengan L_o — S_o; L_b — S_b dan D:

1. $7,28^2 \times 0,0486^2$;
   $18,6^2 \times 0,421 \times 136$;
   $\sqrt{15,8} \times 0,324 \times 0,86$;
   $13,6 \times \sqrt{0,827} \times 124$ [2]);
   $40,7 \times \sqrt{0,087}$ [2]);
2. $17,7 \times 0,627 \times \sqrt{189}$;
   $14,8\sqrt{14,8}$ [3]);
   $12,3 \times \sqrt[3]{48,6}$;
   $3,64 \times \sqrt[3]{0,83} \times 15,2$ [4]);
   $0,0372 \times \sqrt[3]{5,17^2}$;

---

[1]) Dengan pembagian-D kita bekerdja dengan golongan² dari 3 angka.

[2]) Perhatikan pada tempat koma pada waktu menjetel L_b.

[3]) Lihat hal. 33.

[4]) Tentukan terlebih dahulu $0,83 \times 15,2$ dengan L_o dan S_o, setelkan kembali pada D; dst.-nja.

§ 8 Membagi

Tjara menghitung hasil-bagi pada mistar-hitung dikembalikan mendjadi mengurangi djarak² mistar, jakni mengurangi logaritma [1]).

Kita mulai dengan L_0 dan S_0 [2]).

Untuk dapat membatja pada L_0, hal mana adalah suatu keharusan, djika banjak harus diperhitungkan, maka pembilang disetelkan pada L_0 dan penjebut pada S_0.

Pada waktu membagi dengan memakai L_0 dan S_0, maka bilangan² dari pembilang dan penjebut djatuh tersusun dalam tertib terbalik.

Pada waktu membagi, kita **mulai** dan **berachir** pada pembagian-L_0.

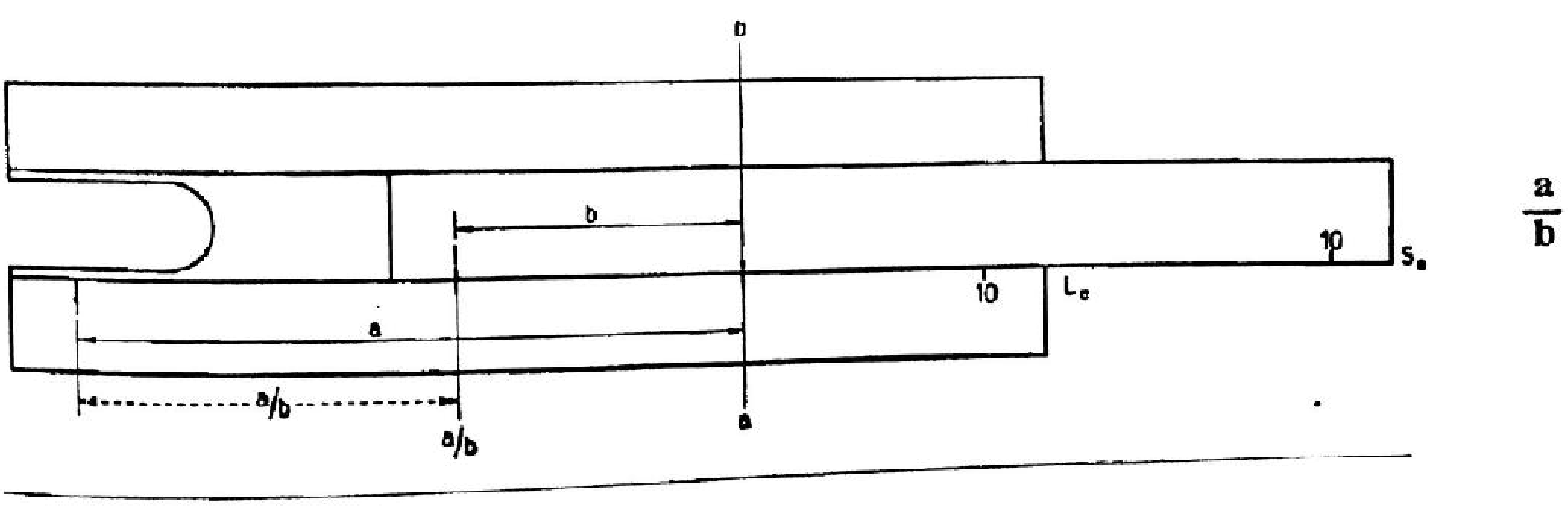
Tjontoh dengan bilangan²: $\dfrac{7{,}38}{4{,}28}$.

Dengan memakai garis-pedjalan kita menjetelkan 4.28 pada S_0 *diatas* 7.38 pada L_0 (tertib terbalik). Dibawah angka 1 dari S_0, kita membatja pada L_0: 1.725.

Tafsiran setjara kasar menundjukkan kepada kita, bahwa hasil-bagi akan mempunjai satu angka dimuka koma; kita menentukan hasil-bagi pada 1,725 (1.724).

2. $\dfrac{15{,}2}{6{,}54} =$

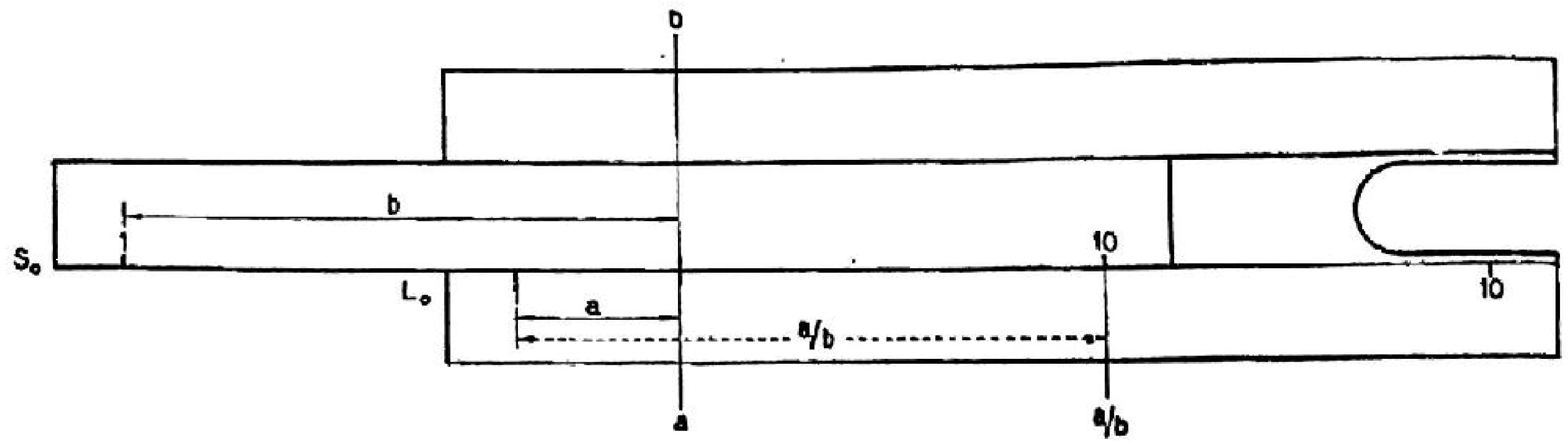
Gamb. 14



---

[1]) $\text{Log}\ \dfrac{a}{b} = \log a - \log b$.

[2]) Pada achir § ini diuraikan tentang membagi dengan tjakera-hitung-Alro.



Gamb. 15

Setelkanlah garis-pedjalan pada 1.52 dari L_0 dan geserkanlah 6.54 dari S_0 diatasnja. Kini sorong keluar kekiri, sehingga achirnja kita membatja hasil-bagi dibawah 10 dari S_0. Maka kita mendapatkan 2,325 (lihat gamb. 15).

Djuga untuk membagi terdapatlah ketentuan²-petundjuk:

Djika sorong keluar kekiri, maka petundjuk hasil-bagi sama dengan selisih dari petundjuk² dari pembilang dan penjebut.

Djika sorong keluar kekanan, maka petundjuk hasil-bagi sama dengan selisih dari petundjuk² dari pembilang dan penjebut, dengan ditambah dengan 1.

Pada beberapa mistar-hitung terdapat tanda **Quot. + 1.** Hal itu menundjukkan kepada ketentuan diatas.

Maka baiklah diingat:

Djika sorong bergerak **kekanan**, *petundjuk dari suatu hasil-kali dikurangi dengan 1 dan petundjuk dari hasil-bagi ditambah dengan 1.*

Djika sorong bergerak kekiri, maka tidak boleh dikerdjakan koreksi.

Lagi beberapa tjontoh:

1. $\dfrac{0{,}0429}{16{,}3} = 0{,}00263.$

Diatas 4.29 pada L_0 kita tempatkan bilangan 1.63 dari S_0, kemudian kita membatja 2.63. Dengan kasar ditafsirkan: $\dfrac{0{,}048}{16} = 0{,}003$ (kita membuat pembilang dapat terbagi oleh 16). Hasil-kali ialah 0,00263

Petundjuk pembilang ialah —1; petundjuk penjebut ialah 2.
Koreksi ialah +1 (sorong keluar kekanan).
Petundjuk hasil-bagi = (—1) — (2) + 1 = —2.

2. $\dfrac{24,2}{0,0037} = 6540.$

Setelkanlah 3.7 dari S_o diatas 2.42 dari L_o dan batjalah 6.54 (dibawah angka 10 dari S_o). Dengan kasar ditafsirkan:

$$\frac{24}{0,004} = \frac{24000}{4} = 6000.$$

Maka hasil-bagi ialah 6540.

Dengan ketentuan-petundjuk (koreksi tidak dikerdjakan): 2 — (—2) = 4.

LATIHAN²

Tentukanlah hasil²-bagi dari:

$$\frac{16,3}{0,328}; \quad \frac{5,83}{18,7}; \quad \frac{0,724}{0,029}; \quad \frac{152}{0,78};$$

$$\frac{8400}{18,9}; \quad \frac{0,724}{16000}; \quad \frac{0,0642}{0,92}; \quad \frac{14}{0,0546}.$$

Adalah lajak pula, untuk dapat membagi dengan L_b dan S_b. Karena mendjadi suatu andjuran lagi, bahwa hasil-bagi terbatja pada mistar (djadi pada L_b), maka pada sorong akan harus disetelkan lagi penjebut. *Dengan menghitung dengan L_b dan S_b, maka pembilang dan penjebut djatuh dalam tertib atas-bawah sebagai lazimnja.*
Hendaknja kita mengulangi tjontoh² dan latihan² dalam § ini dengan memakai L_b dan S_b.

Perhatikanlah, bahwa ketentuan²-petundjuk hanja berlaku untuk L_o dan S_o.

Membagi dengan memakai tjakera-hitung-Alro

Mereka jang telah membatja § ini, barangkali telah dapat mengulangi tjontoh². Pada dasarnja adalah sama dengan dasar untuk mengerdjakan mistar-hitung; pada waktu membagi, kita mengurangi log dari pembilang dengan log dari penjebut.

Tjontoh: $\dfrac{3,18}{12,6}$.

Setelkanlah garis-pedjalan atas 3.18 pada N (skala-tetap) dan tempatkanlah kemudian 1.26 dari N (skala-berputar) dibawah garis-rambut. Dibadapnja indeks, dengan garis-rambut itu, kita dapat membatja 2.52 pada N (skala-tetap).

Setelah menafsir setjara kasar $\left(\frac{3}{12} = 0{,}25\right)$, maka kita menentukan hasil-kali pada 0,252.

Djuga untuk membagi berlaku: kita *mulai* dan *mengachiri* hitungan diatas skala-tetap. Dalam hal itu pertama-tama kita menjetelkan bilangan dari pembilang.

Pembilang dan penjebut pada tjakera senantiasa tersusun dalam tertib terbalik antara satu sama lain.

Hal itu berlaku pula untuk membagi dengan pembagian-N^2.

Ketentuan untuk petundjuk adalah sbb.:

> *Petundjuk untuk hasil-bagi adalah sama dengan selisih dari petundjuk pembilang dan petundjuk penjebut, dengan koreksi* + 1, *djika garis-rambut melampaui angka 1 dari skala-tetap. Dalam hal ini senantiasa kita memutar menurut arah djarum² lontjeng.*

Hendaknja kita melatih pula dalam membagi dengan memakai pembagian-N^2.

Sekarang, tjontoh² dan latihan² jang terdapat dalam § ini, dapat diulangi dengan tjakera hitung.

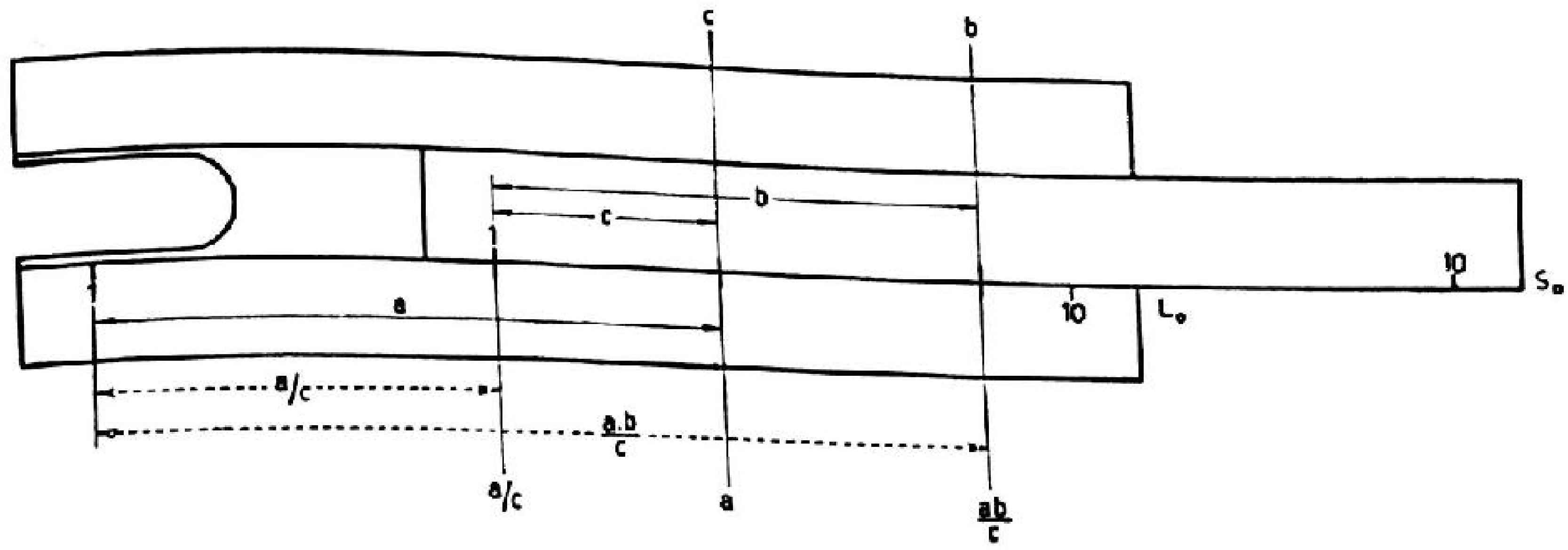
§ 9 Kombinasi² mengalikan dan membagi

Suatu hitungan-kombinasi antara mengalikan dan membagi kita kerdjakan dimulai **dengan membagi.**

Kombinasi jang paling mudah adalah didalam bentuk $\frac{a \times b}{c}$.

Kombinasi diatas kita hitung dengan menulisnja didalam bentuk $\frac{a}{c} \times b$.

Kita menjetelkan hasil-bagi $\frac{a}{c}$ (dengan menjetelkan c pada S_0 di-



Gamb. 16

atas a pada L_o), maka $\frac{a}{c}$ sekarang dapat terbatja pada bagian permulaan atau terachir dari S_o pada L_o. Tetapkanlah nilai hasilkali $= q$. Untuk menghitung $q \times b$, maka tjukuplah dengan memindahkan garis-pedjalan ke b pada S_o, karena permulaan atau achir S_o telah disetelkan diatas q (lihat gamb. 16).

Tjara menghitung $\frac{a \times b}{c}$ *dapat dikerdjakan dengan sekali menjetelkan sorong dan mistar.*

Demikian pula sekarang berlaku: *kita mulai dan mengachiri pada* L_o.

Tjontoh: $\frac{12,5 \times 0,724}{16,8} = 0,539.$

Kita mulai menjetel dengan $\frac{12.5}{16.8}$. Dibawah angka 10 dari S_o, kita akan mendapatkan hasil-bagi tersebut. Hal itu tidak perlu kita kerdjakan, melainkan kita terus mengalikan, dengan 0,724, artinja kita terus menggeserkan garis-pedjalan diatas 7.24 dari S_o dan membatja pada L_o: jakni 5.38.

Kini tinggallah untuk memberi tempat koma.

Djika kita menafsirkan $\frac{10 \times 0,8}{16} = 0,5$, maka hasil-bagi kita tentukan pada 0,538 (0,539).

Dengan ketentuan-petundjuk: karena sorong keluar kekiri, maka tidak dikerdjakan koreksi. Petundjuk pembilang $= 2 + 0 = 2$. Petundjuk dari penjebut $= 2$. Maka petundjuk dari hasil-bagi $= 2 - 2 = 0$.

Untuk kepentingan mereka jang mengerdjakan tjakera-hitung-Alro, maka kita menguraikan tjontoh² tersebut diatas dengan tjakera-hitung, serta memakai pula sebutan² jang terpakai pada tjakera-hitung. Bagian landjutan daripada § ini tidak akan seberapa sukar lagi.

Kita setelkan pada $\frac{1.25}{1.68}$. Dibawah indeks akan dapat terbatja hasil-bagi diatas pembagian-N dari skala-tetap. Hal itu kita kesampingkan, dan kita melandjutkan dengan mengalikan dengan 0,724, artinja: kita menggeserkan garis-rambut atas 7.24 pada pembagian-N (skala-berputar) dan membatja dibawah garis-rambut pada pembagian-N (skala-tetap), jaitu bilangan 5.38. Setelah menafsir setjara kasar (lihat jang diatas), maka hasil-bagi kita tentukan pada 0,538.

Dengan ketentuan²-petundjuk, baru kita dapat bekerdja dengan berfaedah, djika kita terlebih dahulu menentukan hasil-kali: 12,5 × 0,724 dan kemudian baru membagi. Hal itu mengakibatkan „geser-menggeserkan" jang tidak perlu, sehingga dengan memakai alat tersebut banjak kemungkinan kita mendapatkan kesukaran².

Kadang² sorong perlu dipindahkan seluruhnja, jaitu djika bilangan hasil-kali jang penghabisan djatuh diluar pembagian L_o.

Tjontoh: $\frac{18{,}5 \times 1{,}76}{4{,}12} =$

Djika kita menjetelkan $\frac{18{,}5}{4{,}12}$, ternjata 1.76 dari S_o djatuh diluar mistar. Kita menempatkan garis-pedjalan pada angka 10 dari S_o (dimana hasil-bagi $\frac{18{,}5}{4{,}12}$ dapat diketemukan pada L_o) serta memindahkan sorong kekanan, sehingga angka 1 dari S_o djatuh dibawah garis-pedjalan. Dibawah 1.76 dari S_o kita dapatkan 7.9 pada pembagian L_o.

Setjara kasar ditafsirkan $\frac{18 \times 2}{4} = 9$. Hasil-bagi kita tentukan pada 7,9.

Dengan ketentuan-petundjuk harus dikerdjakan koreksi —1, sebab pada waktu mengalikan, sorong telah keluar kekanan. Maka petundjuk mendjadi $2 + 1 - 1 - 1 = 1$.

LATIHAN[2]

Hitunglah:

1. $\dfrac{0{,}165 \times 129}{18{,}9}$; $\dfrac{0{,}785 \times 5{,}16}{0{,}024}$.

2. $\dfrac{16550 \times 72{,}4}{189}$; $\dfrac{0{,}093 \times 0{,}76}{17{,}9}$.

3. $\dfrac{0{,}248 \times 128{,}6}{52{,}6}$; $\dfrac{506 \times 0{,}0328}{17{,}9}$.

Bentuk[2] seperti $\dfrac{a \times b \times c}{d \times e}$ kita hitung sebagaimana telah diuraikan dimuka. Mula[2] kita menentukan $\dfrac{a \times b}{d}$. Sementara ini nilai kita tetapkan $= p$, maka kita masih harus menghitung $p \times \dfrac{c}{e}$. *Djuga sekarang terlebih dahulu kita membagi, sebelum kita akan mengalikan,* artinja: kita mengerdjakan dengan berturut-turut: $\dfrac{p}{e} \times c$.

Membatja hasil[2]-sementara tidak perlu, sebab seluruh perhitungan merupakan suatu pekerdjaan bulat. Tjontoh[2] akan menambah djelasnja tjara[2] bekerdja tersebut.

1. $\dfrac{3{,}24 \times 0{,}147 \times 58}{73{,}5 \times 0{,}0189} =$

Setelkanlah $\dfrac{3.24}{7.35}$. Sekarang kita mengalikannja dengan 0,147.

Karena 1.47 dari S_0 ternjata ada diluar mistar, maka kita mengalikan terlebih dahulu dengan 58, artinja kita menggeserkan garis-pedjalan diatas 5.8 pada S_0.

Pada L_0 kita akan dapat membatja dibawah garis, jakni nilai dari $\dfrac{3{,}24 \times 58}{73{,}5}$. Kini kita masih harus mengalikannja dengan 0,147, kemudian membagi dengan 0,0189. Terlebih dahulu, kita membagi. Untuk itu kita menjetelkan 1.89 pada S_0 dibawah garis-pedjalan (1)

Djika kita memindahkan pedjalan ke 1.47 pada S_0, maka kita akan membatja pada L_0: 1.99 (2)

Dengan menafsir setjara kasar kita mengerdjakan

$$\frac{3 \times 0{,}15 \times 60}{70 \times 0{,}02} = \frac{27}{1{,}4},$$

sehingga hasil-bagi dapat kita tentukan 19,9.

Dengan mengerdjakan ketentuan²-petundjuk, kita melihat, bahwa pada (1) dan (2) sorong keluar kekanan. Pada (1) halnja mengenai membagi (+1); pada (2) halnja mengenai mengalikan (—1). Ternjata koreksi dapat saling menghapuskan. Hal itu senantiasa terdjadi pada waktu berturut-turut dikerdjakan mengalikan dan membagi (atau sebaliknja). Djika pada suatu waktu terpaksa harus memindahkan sorong untuk pandjang sepenuhnja, maka koreksi tidak saling menghapuskan [1]).

Dalam tjontoh diatas kita mendapatkan untuk petundjuk dari pembilang $1 + 0 + 2 = 3$ dan petundjuk untuk penjebut $2 + (-1) = 1$. Maka petundjuk untuk hasil-bagi mendjadi : 2.

2. $$\frac{674 \times 8{,}54 \times 0{,}263}{5{,}93 \times 8960 \times 0{,}0375}.$$

Setelkanlah pada $\frac{6.74}{5.93}$. Geserkan garis-pedjalan diatas 8.54 pada S_0 dan kemudian 9.86 pada S_0 dibawah garis. Pindahkan sekarang garis-pedjalan diatas 2.63 pada S_0 dan geserkan 3.75 dari S_0 dibawah garis-pedjalan. Dibawah angka 10 dari S_0 kita membatja 6.9 pada L_0 (pekerdjaan terachir ialah membagi, maka kita harus membatja dibawah angka 10).

Menurut tafsiran $\frac{600 \times 10 \times 0{,}3}{6 \times 10000 \times 0{,}04} = 0{,}75$, maka hasil-bagi dapat ditentukan 0,69.

LATIHAN²

Hitunglah:

1. $\frac{0{,}724 \times 0{,}058 \times 120}{4{,}18 \times 0{,}512}$; $\frac{6{,}72 \times 128 \times 0{,}4}{15{,}8 \times 12{,}16}$;

---

[1]) Djika kita mengerdjakan pembagian²-landjutan, maka ketentuan²-petundjuk tidak dapat langsung dengan tidak berubah.

2. $\dfrac{0,734 \times 17,56 \times 0,18}{4,13 \times 0,0016 \times 0,28}$; $\dfrac{510 \times 1306 \times 0,517}{124 \times 50,6 \times 0,343}$

Djika pada penjebut terdapat lebih banjak faktor² daripada pada pembilang, maka kita harus berkali-kali membagi.

Kemungkinan jang paling mudah jakni: $\dfrac{a}{b.c}$. Kita menjetelkan $\dfrac{a}{b.c}$

pada $\dfrac{a}{b}$, menggeserkan garis-pedjalan diatas angka 1 atau 10 dari S_o dan menjetelkan c dari S_o dibawah garis, serta membatja dibawah angka 1 atau 10 dari S_o, jaitu bilangan hasil-bagi.

Umpamanja: $\dfrac{17,5}{5,18 \times 1,06}$.

Setelkanlah 5.18 dari S_o diatas 1.75 dari L_o. Kemudian geserkan garis-pedjalan diatas angka 10 dari S_o dan setelkanlah 1.06 dari S_o dibawah garis-pedjalan. Dibawah angka 1 dari S_o kita akan membatja 3.19 pada L_o.

Latihan²

Hitunglah:

1. $\dfrac{5,06}{12,7 \times 118}$; $\dfrac{16,4}{0,024 \times 536}$; $\dfrac{0,719}{16,2 \times 0,094}$.

2. $\dfrac{7,18 \times 3,24}{36,5 \times 0,0356}$; $\dfrac{124 \times 0,928}{5,49 \times 0,187 \times 10,65}$.

§ 10 Hal² istimewa. Pembentukan daftar²

Djika kita menjetelkan bilangan a dari S_o diatas angka 10 dari L_o, maka kita membatja dibawah angka 1 dari S_o pada L_o, jaitu kebalikan nilai $\dfrac{1}{a}$. $\dfrac{1}{a}$

Nilai tersebut kita sebut pula *nilai reciproke*.

Kita-pun dapat menjetelkan a dari S_o diatas angka 1 dari L_o dan membatja bilangan dibawah angka 10 dari S_o [1]).

Tjontoh: Setelkanlah 3.18 dari S_o diatas angka 10 dari L_o. Dibawah angka 1 dari S_o kita dapat membatja 3.143 pada L_o. Dari itu berikutlah $\frac{1}{3,18} = 0,3145$ dan $\frac{1}{31,8} = 0,03145$.

Djika didalam suatu hasil-bagi terdapat pangkat-dua atau akar² pangkat-dua maka kita dapat mengerdjakan dengan kebaikan L_o pada L_b atau sebaliknja. Dari beberapa hal kami berikan tjontoh.

$\frac{1}{a^2}$ 1. $\frac{1}{12,5^2}$.

Setelkanlah 1.25 dari S_0 diatas bilangan 10 dari L_o. Geserkanlah garis-pedjalan pada angka 1 (atau 10) dari S_o dan batjalah pada L_b jakni 64.

Djika kita membulatkan $\frac{1}{12,5^2} = \infty \frac{1}{150} < 0,01$, kita menetapkan hasil-bagi pada 0,0064.

$\frac{a^2}{b}$ 2. $\frac{6,23^2}{15,8}$.

Setelkanlah garis-pedjalan atas 6.23 pada L_o. Pada L_b sekarang kita dapatkan 6.23^2. Selandjutnja kita membagi dengan memakai L_b dan S_b, artinja kita menjetelkan 15.8 dari S_b dibawah garis dan membatja diatas angka 1 dari S_b pada L_b, jakni 2.457.

Dengan menafsir setjara kasar, kita mendapatkan $\frac{6,23^2}{15,8}$ mendjadi $\frac{36}{15} = 2, \ldots$. Maka hasil-bagi kita tetapkan 2,457.

Sebenarnja kita dapat pula menempatkan 1.58 dari S_b dibawah garis-pedjalan. Tetapi kita telah memilih, 1.58 agar dapat membatja pada bagian-kiri dari L_b, karena djalan itu adalah lebih teliti.

---

[1]) Untuk tjara mengerdjakan tjakera-hitung-Alro hal tsb. kita uraikan sbb.: djika kita menjetelkan bilangan a dari N (skala-berputar) diatas angka 1 dari skala-tetap, maka kita membatja dibawah indeks pada N dari skala-tetap: nilai kebalikan $\frac{1}{a}$, dan selandjutnja.

3. $\dfrac{15,16}{18,7^2}$. $\dfrac{a}{b^2}$

Setelkanlah garis-pedjalan pada 15.16 dari L_b dan geserkanlah 1.87 dari S_o dibawah garis-pedjalan. Diatas 1 dari S_b (atau S_o) kita membatja 4.33 pada L_b.

Dengan tafsiran setjara kasar $\dfrac{15}{400}$ kita menentukan hasil-bagi pada 0,0433. Dengan memindahkan dari L_b ke L_o dan setelah itu memindahkan lagi kepambagian-atas, maka sebenarnja kita telah mengerdjakan $\left(\dfrac{\sqrt{a}}{b}\right)^2$.

Kita-pun dapat menghitung seluruh bentuk tersebut dengan L_o dan S_o, dengan membagi beberapa kali (lihat hal. 52).

4. $\dfrac{1}{3,8^2 \times 156}$. $\dfrac{1}{a^2 \,.\, b}$

Setelkanlah 3.8 dari S_o diatas angka 10 dari L_o. Diatas 1 dari S_o terbatjalah nilai $\dfrac{1}{3,8^2}$ pada L_b. Djika kita menjetelkan garis-pedjalan pada angka 1 dari S_b dan setelah itu kita menggeserkan 1.56 dari S_b dibawah garis-pedjalan, maka kita akan membatja pada L_b diatas angka 1 dari S_b, jakni 4.44.

Setelah menafsirkan setjara kasar: $\dfrac{1}{10 \times 15} = \dfrac{1}{150} < 0,01$, maka kita dapat menentukan hasil-bagi pada 0,00444.

5. $\sqrt{\dfrac{5,08}{13,7}}$. $\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

Kita menjetelkan hasil-bagi $\dfrac{5,08}{13,7}$ dengan L_b dan S_b; artinja: kita menempatkan 5.08 dari L_b diatas 13.7 dari S_b. *Karena kita mempunjai kepentingan dengan bentuk akar, maka kita harus benar² memperhatikan tempat koma dan kita tidak boleh mulai menjetel dengan* 1.37.

Diatas angka 100 dari S_b terdapatlah hasil-bagi $\dfrac{5,08}{13,7}$ pada L_b.

Dengan garis-pedjalan kita membatja akar pada L_o, jakni 6.09.

Dengan tafsiran setjara kasar, kita menentukan hasil-bagi $\frac{5,08}{13,7}$ pada 0,40, maka akar ditentukan pada 0,6. Achirnja kita mendapatkan 0,609.

$\frac{a}{\sqrt{b}}$ 6. $\frac{0,724}{\sqrt{12,3}}$.

Setelkanlah garis-pedjalan pada 7.24 dari L_o dan geserkanlah 12.3 dari S_b dibawah garis-pedjalan. Dibawah angka 1 dari S_o, kita membatja pada L_o jakni 2.06.

Setelah menafsir setjara kasar $\left(\frac{0,7}{3}\right)$, kita menentukan hasil-bagi pada 0,206.

Perhitungan tadi ternjata dikerdjakan sbb.: $\sqrt{\frac{a^2}{b}}$.

$\frac{\sqrt{a}}{b}$ 7. $\frac{\sqrt{823}}{15,6}$.

Setelkanlah garis-pedjalan pada 8.23 dari L_b dan geserkanlah 1.56 dari S_o dibawah garis-pedjalan. Dibawah angka 1 dari S_o kita membatja pada L_o, bilangan 1.839. Setelah menafsirkan setjara kasar $\left(\frac{30}{15} = 2\right)$ kita menentukan hasil-bagi pada 1,839.

$\frac{1}{\sqrt{a}}$ 8. $\frac{1}{\sqrt{82,5}}$.

Setelkanlah 82.5 dari S_b dibawah 100 dari L_b. Dibawah angka 1 dari S_o kita mendapatkan 1.1. Setelah menafsirkan $\left(\frac{1}{9} = 0,1\right)$, kita menentukan hasil-bagi pada 0,11.

$\frac{\sqrt[3]{a}}{b}$ 9. $\frac{\sqrt[3]{5,72}}{16,5}$.

Setelkanlah pada 5.72 darj D dan geserkanlah 1.65 dari S_o dibawah garis-pedjalan. Dibawah angka 1 dari S_o, kita dapatkan 1.084 pada L_o. Hasil-bagi ialah 0,1084.

Pada waktu menghitung $\frac{a}{\sqrt[3]{b}}$ adalah lebih baik untuk menghitung $\sqrt[3]{b}$ dengan tersendiri dan setelah itu menghitung hasil-bagi.

Oleh karena $\sqrt[3]{b}$ dapat terbatja pada L_o, maka kita tidak dapat melandjutkan hitungan kita.

10. $\frac{0{,}186}{\sqrt[3]{0{,}076}}$. **$\frac{a}{\sqrt[3]{b}}$**

Kita menentukan $\sqrt[3]{0{,}076}$, artinja kita menjetelkan pada 76 pada pembagian-D (perhatikan pembagian golongan² dari 3 angka). Kita mendapatkan $\sqrt[3]{0{,}076} = 0{,}424$.

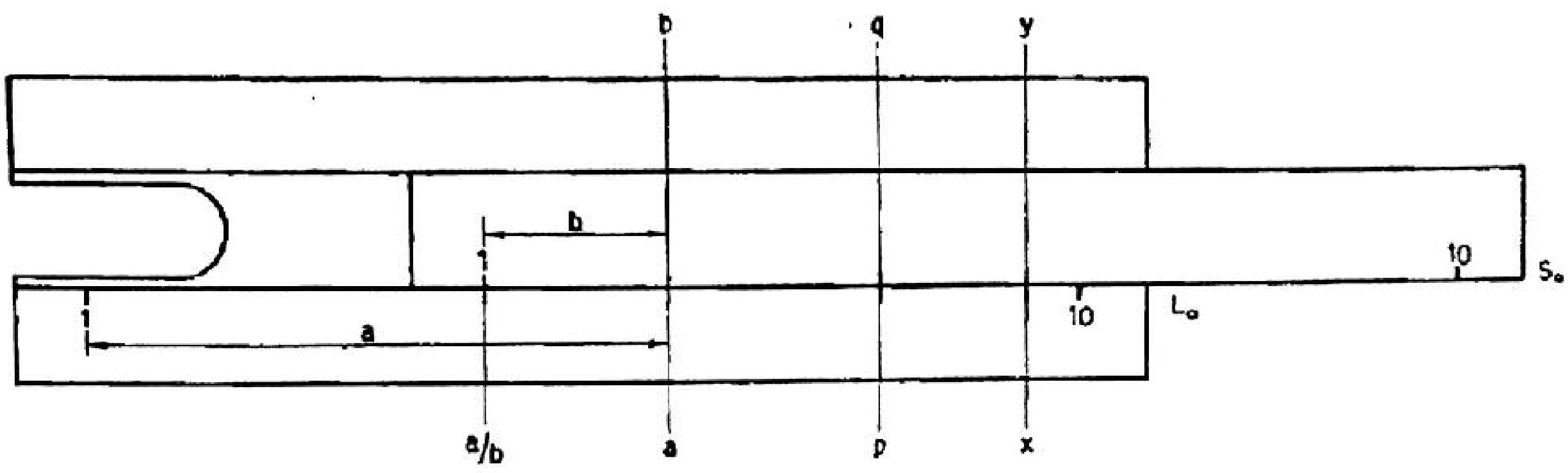
Sekarang kita menentukan hasil-bagi sebagai biasa $\frac{0{,}186}{0{,}424} = 0{,}439$.

Pembanding keempat

Djika kita menjetelkan sorong dan mistar, umpamanja dengan L_o dan S_o pada suatu hasil-bagi $\frac{a}{b}$, maka segala pasangan²-bilangan dari L_o dan S_o jang berdiri saling berhadapan adalah dalam berbanding seharga dengan a dan b.

Pada gamb. 17 mistar disetelkan pada hasil-bagi $\frac{a}{b}$. Bilangan² jang berdiri berhadapan satu sama lain sebagai p dan q; x dan y adalah dalam berbanding seharga dengan $\frac{a}{b}$; djadi $\frac{a}{b} = \frac{p}{q} = \frac{x}{y}$ [1]).

Gamb. 17



[1]) Dari $\log x - \log y = \log p - \log q = \log a - \log b$, berikutlah

$$\log \frac{x}{y} = \log \frac{p}{q} = \log \frac{a}{b}, \text{ djadi } \frac{x}{y} = \frac{p}{q} = \frac{a}{b}.$$

Dengan mengerdjakan sebagai diatas, maka kita dapat mentjari dengan mudah bilangan pembandingan ke-4 dari 3 bilangan jang diketahui.

Djika kita harus menghitung x dari $7{,}2 : 3{,}38 = 5{,}19 : x$, maka kita menjetelkan pada L_0 dan S_0 hasil-kali $\frac{7{,}2}{3{,}38}$. Diatas 5,19 dari L_0 kita mendapatkan pada S_0 jakni $x = 2{,}436$.

Dalam hal ini kita pun dapat memakai pula L_b dan S_b.

Roda²-gigi Lain tjara pemakaian jakni tjara mendekati petjahan² persepuluhan dengan memakai petjahan biasa.

Demikianlah umpamanja nilai 0,4335 didekati dalam petjahan biasa. Kita sekarang mempergunakan L_b dan S_b, karena itu memberikan lebih banjak kemungkinan. Setelkanlah L_b dan S_b pada hasilbagi 0,4335, artinja setelkanlah 100 dari S_b dibawah 43,35 dari L_b [1]).

Semua nilai² jang saling berhadapan jang terdapat pada pembagian² L_b dan S_b, kini membuat hasil²-bagi jang berbanding seharga dengan $\frac{43{,}35}{100}$ atau dalam nilai sama dengan 0,4335.

Sekarang kita mentjari dengan memakai pedjalan melalui skala, sehingga kita mendapatkan dua bilangan² penuh jang berdiri berhadapan satu sama lain. Dalam tjontoh ini, kita mendapatkan $\frac{55}{127}$ sebagai tjara mendekati jang baik $\left(\frac{10 \times 5{,}5}{10 \times 12{,}7}\right)$. $\frac{52}{120}$ lebih memenuhi.

Tjara menghitung tersebut adalah baik, misalnja untuk menghitung roda²-gigi jang kita butuhkan. Kebaikannja ialah, bahwa kita hanja

---

[1]) Pada waktu mentjahari perbandingan jang tepat maka pada *mistar-hitung* dipakai skala pangkat-dua jang kurang teliti, oleh sebab dengan demikian kita dapat melajangkan pandangan atas semua daerah-bilangan, sedang pada skala² biasa perlu memindahkan sorong. Keberatan achir itu tidak berlaku untuk tjakera-Alro djalan berputar-terus, dimana pada pembagian biasa kita toh dapat memegang ichtisar penuh terhadap semua daerah-bilangan. Itulah sebabnja, maka memakainja skala pangkat-dua pada *tjakera-hitung* ditegahkan; hanja kita bekerdja dengan „pangkat-dua" sedikit kurang teliti.

perlu memeriksa dengan mentjotjokkan djumlah² gigi jang ada dan tidak usah menjelidiki seluruh skala.

Pada waktu mentjari dua persamaan jang mempunjai dua bilangan jang tidak diketahui, — djika koefisien² bukan merupakan bilangan² penuh jang sederhana — dapat pula dipergunakan pembentukan-daftar² dengan hasil jang memuaskan. **Persamaan²**

Tjontoh: $7{,}28x + 3{,}15y = 12{,}6.$
$4{,}37x + 18{,}6y = 24{,}7.$

Pada waktu menghilangkan x, maka suku² dari persamaan² diatas dikalikan dengan $\frac{4{,}37}{7{,}28}$. Maka tinggallah kita menghitung berturut-turut $\frac{4{,}37}{7{,}28} \times 3{,}15$ dan $\frac{4{,}37}{7{,}28} \times 12{,}6$, artinja kita tjukuplah dengan menentukan bilangan² sebagai p dan q, sedemikian, sehingga $p = \frac{4{,}37}{7{,}28} \times 3{,}15$ dan $q = \frac{4{,}37}{7{,}28} \times 12{,}6$, atau $\frac{p}{3{,}15} = \frac{4{,}37}{7{,}28}$ dan $\frac{q}{12{,}6} = \frac{4{,}37}{7{,}28}$.

Djika kita sekarang menjetelkan dengan L_b dan S_b pada hasil-bagi $\frac{4{,}37}{7{,}28}$, maka kita mendapatkan diatas 3,15 dari S_b pada L_b jakni nilai $p = 1{,}9$ dan dengan memindahkan pedjalan diatas 12.6 dari S_b pada L_b, nilai $q = 7{,}57$.
Setelah menghilangkan x, kita mendapatkan bilangan y, dengan menghitungkannja pada mistar. Tjara menentukan nilai x dikerdjakan dengan paling mudah jakni dengan tjara menghilangkan y sebagai diatas.

§ 11 Pembagian-R

Pada mistar²-hitung menurut sistim Rietz, ditengah-tengah sorong, sering terdapat pembagian (kebanjakan berwarna merah), jang sebentuk dengan pembagian² L_o dan S_o, tetapi didalam susunan sebaliknja, jakni karena dibuat dari kanan kekiri.

Dengan memakai garis-pedjalan, kita dapatkan pada pembagian-R jakni kebalikan² daripada bilangan² jang terdapat pada pembagian² L_o dan S_o, jang tertulis dalam petjahan² persepuluhan [1]).

Pembatjaan bilangan² pada pembagian-R tak memberikan kesukaran.

Tjontoh² [2]):

Pembagian-S_o	Pembagian-R	
2	5;	$\frac{1}{2} = 0{,}5.$
3	3.33;	$\frac{1}{3} = 0{,}333.$
4.8	2.083;	$\frac{1}{4{,}8} = 0{,}2083.$
52.6	1.90;	$\frac{1}{52{,}6} = 0{,}019.$

Sebagaimana ternjata dari tjontoh² diatas, tempat koma ditentukan dengan menafsir.

Djika pada mistar tidak terdapat pembagian-R, maka kita mengimprovisasikan hal itu dengan menggeserkan sorong dengan berbalik didalam tjekungan mistar. Dalam hal itu, S_o terletak berhadapan dengan L_b dan S_b berhadapan dengan L_o. Dari sudut L_o, maka S_o

---

[1]) Skala R berdjālan dari kanan kekiri; skala S_0 adalah sebaliknja : dari kiri kekanan. Djika bilangan b pada R ditempatkan diatas bilangan a pada S_b, maka keadaan adalah sbb.: $\log a + \log b =$ djārak-skala $= 1$. Djadi $\log b = 1 - \log a = \log \frac{10}{a}$. Dengan tiada mengindahkan faktor 10, maka bilangan² pada pembagian-R adalah sebaliknja daripada bilangan² pada pembagian-S_o. Tjara membatja bilangan² pada pembagian-R akan tidak seberapa menjukarkan.

[2]) Pada tjakera-hitung-Alro, pembagian-R didapatkan pada skala-tetap, sedang pada mistar-hitung pembagian tadi didapatkan pada bagian jang bergerak. Hal itu mengakibatkan sedikit perbedaan didalam tjara menghitung. Dalam § ini adalah baik untuk mengombinasikan R dengan N dan N^2 dari skala-tetap. Untuk S_o: batjalah N, sedang untuk S_b: batjalah N^2. Tjara mengalikan dan membagi dengan memakai R untuk tjakera-Alro akan dipeladjarkan dalam § 14.

menentukan nilai² reciproke. Apa jang diuraikan diatas dan selandjutnja mengenai pembagian-R, dapat dilaksanakan pula pada pembagian-S_o.

Penghematan-waktu jang dapat diperoleh dengan bekerdja dengan kombinasi antara pembagian² R, -S_o dan -L_o, dengan sendirinja akan hilang artinja, djika kita akan mempergunakan pembagian-S_o sebagaimana mempergunakan pembagian-R.

Dengan memakai pembagian L_b (atau S_b) dan -R, dengan sekali menjetel kita dapat menentukan bentuk² sebagai $\frac{1}{\sqrt{a}}$ dan $\frac{1}{a^2}$.

Tjontoh:

1. $\frac{1}{7.3^2}$. $\frac{1}{a^2}$

Setelkanlah garis-pedjalan pada 7.3 dari R (mistar dalam keadaan tertutup). Pada S_b atau L_b kita membatja 1.877. Setelah menafsirkan dengan kasar, kita mengambil keputusan untuk menentukan

$$\frac{1}{7.3^2} = 0{,}01877.$$

Sebab berhadapan bilangan a dari S_o, pada R terletaklah $\frac{1}{a}$; maka berhadapan dengan a pada R sekarang pada S_o (atau L_o) terletaklah kebalikan dari $\frac{1}{a}$ dan pada S_b (atau L_b) terdapatlah nilai $\frac{1}{a^2}$.

2. $\sqrt{\frac{1}{5{,}16}}$. $\frac{1}{\sqrt{a}}$

Setelkanlah garis-pedjalan pada 5.16 dari S_b (atau L_b). Pada R kita membatja 4.4. Setelah menafsirkan setjara kasar kita menentukan

$$\frac{1}{\sqrt{5{,}16}} = 0{,}44.$$

Demikian pula dapat ditentukan $\frac{1}{a^3}$ dan $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ dengan R dan D.

§ 12 Mengalikan dengan pembagian-R [1])

Pembagian-R bukan hanja dipergunakan untuk mendapatkan nilai² kebalikan, melainkan kita dapat pula mempergunakannja dengan berfaedah untuk mengalikan dan membagi.

Dengan sedikit „routine" tjara mengalikan dengan memakai pembagian R adalah lebih sederhana, berhubung tjara menggeserkan sorong jang menjeganzkan itu, karena hasil²-kali djatuh diluar mistar, dapat dihindarkan.

Pada dasarnja tjara bekerdja tadi adalah sederhana. Djika kita harus mengalikan suatu bilangan a dengan bilangan b, maka kita menbagi a dengan $\frac{1}{b}$. Maka djika kita mempergunakan pembagian R, pekerdjaan mengalikan kita kembalikan kepada membagi.

a . b dgn memakai R

Tjontoh: 4,28 × 3,16.

Setelkanlah garis-pedjalan pada 4.28 dari L_0. Geserkanlah bilangan 3,16 dari R dibawah garis-pedjalan (tjara mengerdjakan membagi; sebab kita menjetelkan bilangan² dengan berhadapan satu sama lain). Dibawah angka 1 dari R, kita mendapatkan — dengan memakai garis-pedjalan — pada L_0, jaitu hasil : 1.35.

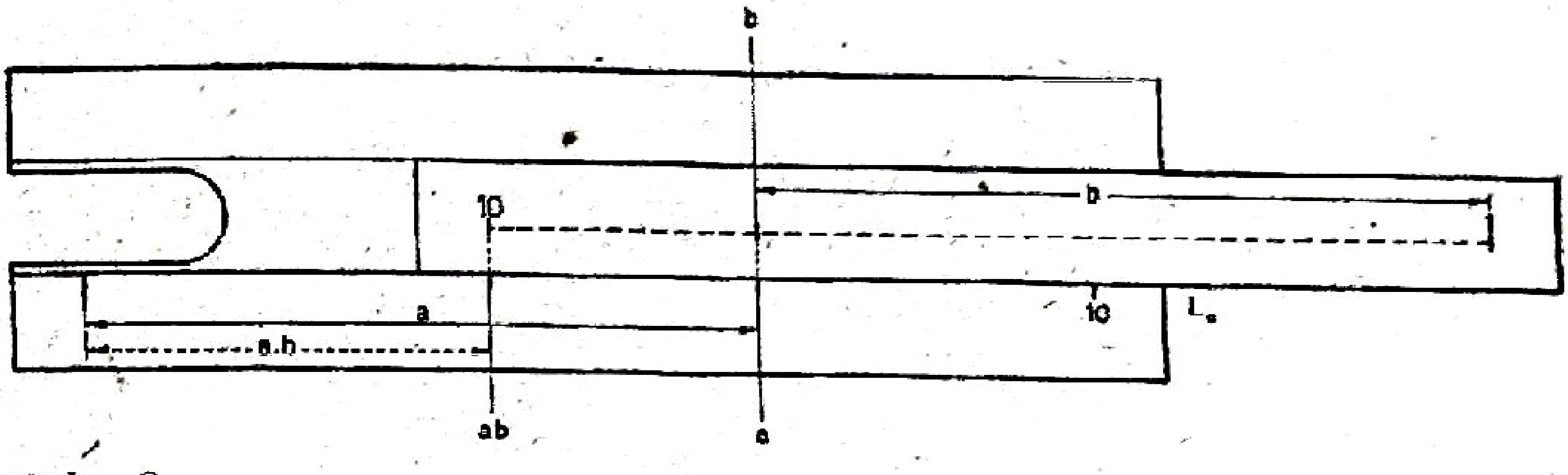
Setelah menafsir, kita menentukan hasil-kali pada 13,5 [2]).

---

[1]) Para pemakai tjakera-hitung-Alro kami persilakan mempeladjari § 14.

[2]) Demikian pula pada waktu mempergunakan pembagian-R, kita dapat memakai ketentuan²-petundjuk. Ketentuan itu adalah sebaliknja daripada jang berlaku pada waktu mempergunakan L_0 dan S_0. Untuk pembagian-R, maka djika sorong keluar kekiri, selajaknja dilakukan koreksi baik pada waktu mengalikan, maupun pada waktu membagi; jakni pada waktu mengalikan dengan koreksi -1 dan pada waktu membagi dengan koreksi $+1$.

Pada dasarnja, ketentuan²-petundjuk — djuga pada waktu dipergunakan pembagian-R — tidaklah sukar. Djika kita kemudian mempergunakan dengan berganti-ganti: R, L_0, dan S_0, hal mana adalah jang paling tangkas (lihatlah hal. 61), maka tjara menentukan petundjuk merupakan suatu pekerdjaan, dimana kita harus memperhatikan kepada faktor² banjak, sehingga sebagai alat-memudahkan pekerdjaan akan terasa banjak menjukarkan kita. Tjara menafsir setjara kasar adalah djauh lebih menguntungkan. Dari itu, maka didalam tjontoh² kita menentukan tempat koma sematamata dengan menafsirkan sadja.



Gamb. 18

Pada waktu mengerdjakan pembagian-R, salah suatu udjung dari pembagian tadi senantiasa akan djatuh diatas L_o, sehingga pada waktu menghitung, kita tidak perlu memindahkan sorong sampai melampaui seluruh pandjangnja, sekalipun kita harus menghitung hasil-kali lebih dari dua faktor.

$3{,}84 \times 12{,}5 \times 6{,}73 =$

Setelkanlah 1.25 dari R diatas 3.84 dari L_o. Geserkan garis-pedjalan diatas angka 1 dari R dan setelkanlah 6.73 dari R dibawah garis-pedjalan. Dibawah angka 1 dari R, kita dapatkan pada L_o jakni: 3.23. **a . b . c dgn memakai R**

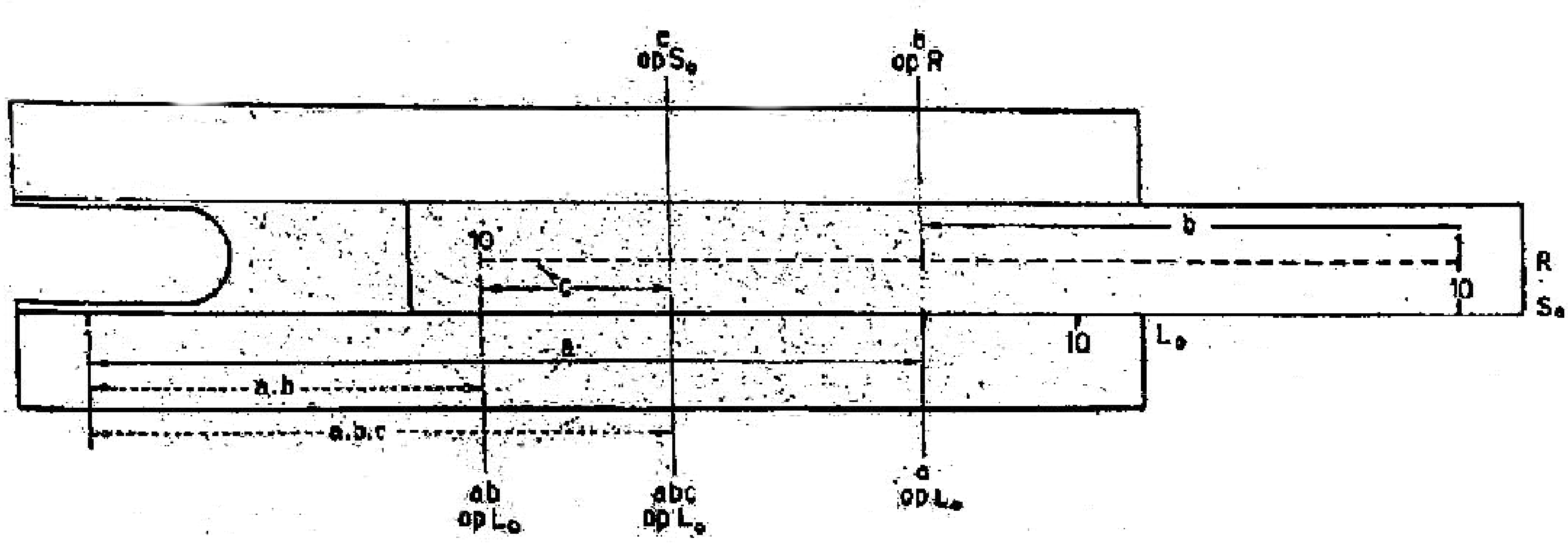
Setelah menafsirkan, hasil-kali kita tentukan pada 323.

Kita pun dapat mengerdjakan dengan berganti-ganti L_o dan S_o serta L_o dan R.

Dengan demikian adalah mungkin untuk menentukan hasil-kali diatas dengan sekali menjetelkan mistar dan sorong.

Setelkanlah lagi bilangan 1.26 dari R diatas 3.84 dari L_o. Geserkan pedjalan diatas 6.73 dari S_o dan kita mendapatkan pada L_o : 3.23.

Gamb. 19



a.b.c.d dgn memakai R S_o dan L_o

$6{,}15 \times 0{,}083 \times 153 \times 0{,}572 =$

Setelkanlah 8.3 dari R diatas 6.15 dari L_o dan setelkan kemudian garis-pedjalan diatas 1.53 pada S_o. Setelah itu setelkanlah 5.72 dari R dibawah garis-pedjalan dan batjalah dibawah angka 1 dari R pada L_o bilangan 4.47.

Setelah menafsirkan setjara kasar, hasil-kali kita tetapkan pada 44,7.

Djika didalam hasil-kali terdapat bentuk² akar, hal itu bukan berarti tidak dapat dikerdjakan pada pembagian R. Sebab pertama kita akan harus menentukan akar terlebih dahulu dengan memakai pembagian-L_b dan -L_o, kemudian menjetelkan nilai jang telah kita peroleh pada pembagian-R. Tjara mengerdjakan sedemikian itu tidak mempertinggi ketelitian. Pada umumnja, kita harus menghindari untuk membatja ditengah-tengah menghitung, karena tiap² membatja hasil-sementara itu akan menambah kemungkinan untuk membuat salah.

LATIHAN²

Kerdjakanlah latihan² dalam § 7 dengan memakai R, L_o dan S_o.

Daftar $P \cdot V = C$

Dengan memakai pembagian-R, kita dapat membuat setjara tangkas daftar² dari bilangan² jang mempunjai hasil-kali tetap.

Demikianlah umpamanja: $PV = 328$.

Djika kita sekarang menjetelkan, angka 1 dari R (djadi djuga angka 1 dari S_o) diatas 3.28 dari L_o, maka pada L_o dan R terdapatlah pasangan² bilangan, jang mempunjai hasil-kali 328, sebab hasil-kali dari pasangan²-bilangan tadi terbatja semua dibawah angka 1 dari R pada L_o.

Untuk $P = 6{,}5$ (pada L_o) dengan segera kita akan mendapatkan pada R, jakni $V = 50{,}5$; untuk $P = 4{,}3$ kita dapatkan pada R jakni $V = 76{,}3$.

Djika kita harus menentukan nilai V pada waktu menjetel $P = 1{,}6$, maka kita menjetelkan udjung terachir dari R diatas 3.28 dari L_o.

13 Membagi dengan pembagian-R[1])

Pada waktu membagi dengan memakai pembagian-R, maka kita engerdjakan tjara mengalikan. Dari hasil-bagi: $\frac{a}{b}$, kita buat hasil-ali: $a \times \frac{1}{b}$.

Bilangan a ditjari pada L_o; bilangan b ditjari pada R. Sekarang engan menempatkan angka 1 dari R diatas a pada L_o, maka dibawah langan b pada R kita dapat membatja hasil-bagi pada L_o.

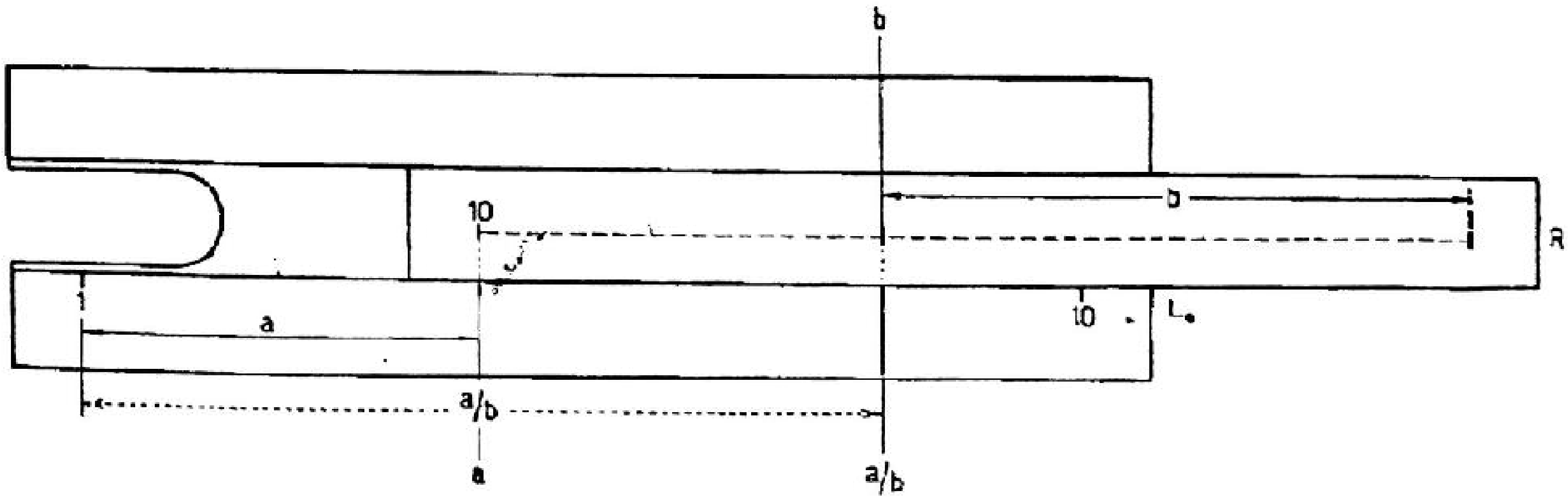
Tjontoh: $\frac{4{,}54}{0{,}615} =$ **$\frac{a}{b}$ dgn R**

Setelkanlah angka 1 dari R (atau S_o) diatas 4.54 dari L_o. Geser-anlah garis-pedjalan diatas 6.15 dari R dan batjalah pada L_o jakni: asil-bagi 7.38. Setelah ditafsirkan, hasil-bagi tersebut kita tetapkan ada 7,38 [2]).

Tjontoh 2: $\frac{0{,}864}{12{,}5} =$

Tempatkanlah permulaan R (djadi angka 10 dari S_o) diatas 8.64 ari L_o dan geserkanlah garis-pedjalan diatas 1.25 dari R. Pada L_o

amb. 20



[1]) Para pemakai² tjakera-hitung-Alro kami persilakan mempeladjari § 14.
[2]) Untuk memakai ketentuan²-petundjuk lihatlah hal: 60.

kita membatja 6.91. Setelah menafsir, kita menentukan hasil-bagi pada 0,0691.

Pembagian-R adalah sangat tangkas untuk menentukan hasil²-bagi, dimana penjebut mempunjai 1 faktor daripada pembilang. Dengan sekali menjetel, kita dapat menentukan bentuk sebagai $\frac{a}{bc}$.

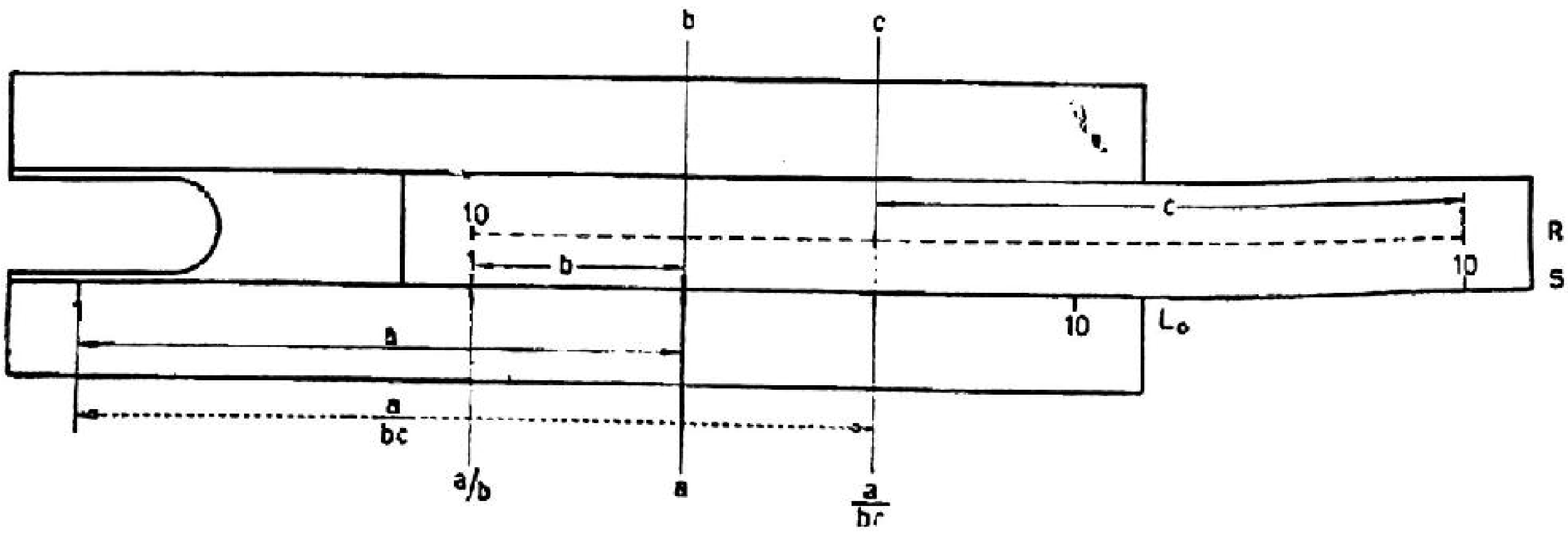
$\frac{a}{b \cdot c}$ dgn R Bentuk $\frac{a}{b}$ kita kerdjakan dengan tjara jang sama sebagai pada waktu mempergunakan L_o dan S_o. Bilangan tadi akan dapat terbatja dibawah angka 1 dari S_o pada L_o. Dengan pembagian-R, kita sekarang dapat mengalikan dengan $\frac{1}{c}$, jakni dengan memindahkan pedjalan kepada c dipembagian-R (lihat gamb. 21).

Tjontoh 3: $\frac{2{,}16}{1{,}08 \times 56{,}2} =$

Setelkanlah 1.08 dari S_o diatas 2.16 dari L_o. Dengan itu, kita telah menentukan hasil-kali $\frac{2.16}{1.08}$. Geserkanlah garis-pedjalan diatas 5.62 pada R dan batjalah pada L_o: 3.56. Setelah mennafsir maka hasil-bagi kita tentukan pada 0,0356.

$\frac{a \cdot b}{c}$ Djuga hasil-bagi sebagai disamping dapat ditentukan dengan sekali menjetel. Umpamanja: $\frac{5{,}18 \times 0{,}443}{0{,}0285}$.

Gamb. 21



Setelkanlah 5.18 pada L_o dan 4.43 dari R sehingga tersusun atas bawah (hasil-kali 5,18 × 0,44 kini dapat terbatja dibawah angka 1 dari S_o pada L_o). Pindahkan garis-pedjalan diatas 2.85 dari R dan batjalah pada L_o: 8.05. Hasil-bagi adalah 80,5.

Pelaksanaan pekerdjaan diatas terdapat pada waktu menghitung pembanding ke-4: $a : b = c : x$; sebab disini $x = \frac{b.c}{a}$.

LATIHAN²

Hitunglah hasil²-bagi dalam § 8 dengan mempergunakan pembagian-R.

§ 14 Mengalikan dan membagi dengan memakai pembagian-R pada tjakera-hitung-Alro

Dengan pembagian-R, kita pun dapat mengerdjakan mengalikan dan membagi dengan kombinasi antara pembagian² N dan -N^2. Sekalipun keuntungan didalam mempergunakan mistar adalah lebih besar, maka adalah sangat penting untuk memperhatikan tjara bekerdja pada tjakera-hitung itu. Teristimewa djika djumlah faktor² dari suatu hasil-kali berdjumlah lebih dari dua, maka pemakaian pembagian-R agak menguntungkan. Sebagai digambarkan dalam § 12, dengan memakai pembagian-R; kita mengembalikan tjara mengalikan kepada membagi. Maka dari hasil-kali $a.b$, kita buat $a : \frac{1}{b}$. Dengan bilangan b dari R kita mendapatkan bilangan $\frac{1}{b}$ pada N. Djika sekarang kita menempatkan dihadapnja, jakni bilangan a, maka kita akan membuat hitungan-membagi $a : \frac{1}{b}$.

Tjontoh: 4,28 × 3,16 = **a . b dgn R**

Setelkanlah garis-rambut diatas 4.28 dari R dan putarkan setelah itu 3.16 dari N (skala-berputar) dibawah garis-rambut. Kini kita dapat membatja djawaban kita dengan 2 djalan: dihadap indeks pada R (dengan memakai garis-rambut) dan dihadap angka 1 pada skala-tetap diatas N dari skala-berputar. Dalam kedua hal tersebut, kita mendapatkan 1.35. Setelah menafsir, kita menentukan hasil-kali pada 13,5.

a.b.c dgn R

3,84 × 12,5 × 6,73 =

Setelkanlah 1.25 dari N (skala-berputar) diatas 3.84 dari R. Dihadap angka 1 dari skala-tetap dapatlah terbatja hasil-kali dari 3.84 × 1.25. Hasil-kali itu masih harus kita kalikan dengan 6.73. Djika kita memutarkan garis-rambut diatas 6.73 dari N (skala-tetap), maka kita membatja kepada N (skala-berputar) jakni bilangan: 3.23 [1]). Setelah menafsir (4 × 12,5 × 7 = 350), kita menentukan hasil-kali pada 323. Dengan demikian kita dapat mengalikan hasil-kali dari 3 faktor dengan sekali menjetel.

a.b.c.d dgn R

Salah suatu hal jang kurang menguntungkan pada tjara bekerdja sebagai dalam tjontoh dimuka ialah, bahwasanja hasil-terachir jang diperoleh itu terdapat pada skala-berputar, sehingga tidak mungkin untuk bekerdja lebih landjut [2]).

Pada suatu hasil-kali jang terdiri dari 4 faktor, maka kita harus mengikuti tjara bekerdja lain, jakni djika kita hendak bekerdja dengan tiada terputus-putus.

6,15 × 0,083 × 153 × 0,572 =

Setelkanlah bilangan 8.3 pada N (skala-berputar) diatas 6.15 pada R. Kini hasil-kali dapat terbatja dibawah indeks pada R (lihatlah tjontoh 1). Semendjak sekarang kita akan memakai tjara bekerdja sebagai dalam tjontoh 2, artinja kita menjetelkan garis-rambut diatas indeks (djadi diatas hasil-kali 6.15 × 8.3 pada R) serta memutarkan 1.53 dari N (skala berputar) dibawah garis-rambut.

Kini hasil-kali dari ketiga faktor pertama dapat terbatja pada N (skala-berputar) diatas angka 1 dari skala-tetap. Djika kita sekarang menjetelkan garis-rambut diatas 5.72 dari N (skala-tetap), maka kita

---

[1]) Kita menambahkan log 6.73 pada hasil-kali.

[2]) Keberatan tersebut akan hilang, djika R ditempatkan pada skala-berputar; sebagaimana lazim terdapat pada mistar-hitung.

membatja pada N (skala-berputar) jakni hasil-kali: 4.47. Setelah menafsir, kita menentukan hasil-terachir pada 44,7.

LATIHAN²

Hitunglah latihan dalam § 7 dengan memakai R.

Dengan pembagian-R kita dapat membentuk daftar dengan tangkas, jakni daftar mengenai bilangan² jang mempunjai hasil-kali tetap. **Daftar $P \cdot V = C$**

Ambillah tjontoh: $P.V = 328$.

Djika kita menjetelkan indeks berhadapan bilangan 3.28 dari R, maka pada R dan N (skala-berputar) terdapatlah bilangan² jang berhadapan satu sama lain, jang mempunjai hasil-kali = 328.

Djika $P = 2$ (pada R), kita mendapatkan pada N (skala-berputar) $V = 1.64$; selandjtunja untuk $P = 6,5$, kita dapatkan $V = 50,5$; pada $P = 4,3$, kita dapatkan $V = 76,3$, dst.

Membagi dengan R.

Pada waktu mempergunakan R, dari membagi kita berpindah ke mengalikan; $\frac{a}{b}$ dihitung sebagai $a \times \frac{1}{b}$. Dalam hal itu, kita membuat suatu kombinasi antara a dari N dan b dari R.

Tjontoh: $\frac{4,54}{0,615}$. **$\frac{a}{b}$ dgn R**

Setelkanlah garis-rambut diatas 6.15 pada R dan putarkanlah indeks dibawah garis-rambut. Setelkanlah kemudian diatas 4.54 pada N (skala-berputar) dan batjalah kemudian pada N dari skala-tetap: 7.38. Setelah menafsirkan, kita menentukan kasil-kali pada 7,38.

Pada waktu mempergunakan tjara bekerdja tersebut, ternjata penjebut disetelkan diatas R. Karena kita membatja pada N (skala-tetap), maka dengan segera dapat dilandjutkan dengan menghitung. Tjara bekerdja tadi ternjata tidaklah menguntungkan.

Kita-pun dapat bekerdja dengan tjara lain. Untuk menentukan $\frac{a}{b}$ lazimnja kita menghitung hasil-bagi $\frac{b}{a}$ dengan memakai kedua pembagian-N. Sebaliknja daripada sekarang membatja pada N (skala-tetap), kita membatja pada R, jakni reciproke dari $\frac{b}{a}$, jaitu $\frac{a}{b}$.

Kita kembali menghitung lagi $\frac{4{,}54}{0{,}615}$.

Setelkanlah 4.54 pada N (skala-berputar) diatas 6.15 pada N (skala-tetap). *Perhatikanlah*: bilangan² kini tidak lagi terdapat dalam tertib terbalik satu terhadap jang lain. Dibawahnja indeks dapatlah terbatja pada R : 7.38.

dgn R

Tjara bekerdja tersebut baru akan menguntungkan, djika kita harus menghitung hasil-kali dari bentuk $\frac{bc}{a}$. Kita baru akan tjukup dengan sekali menjetel, djika kita telah menghitung menurut tjara bekerdja diatas $1 : \frac{b}{a}$, tidak membatja hasil dibawah indeks, melainkan membatja hasil-bagi dibawah c dari N (skala-berputar) pada R. Pada hakekatnja kita telah menghitung $1 : \frac{bc}{a}$.

Tjontoh: $\frac{2{,}16}{1{,}08 \times 56{,}2} =$

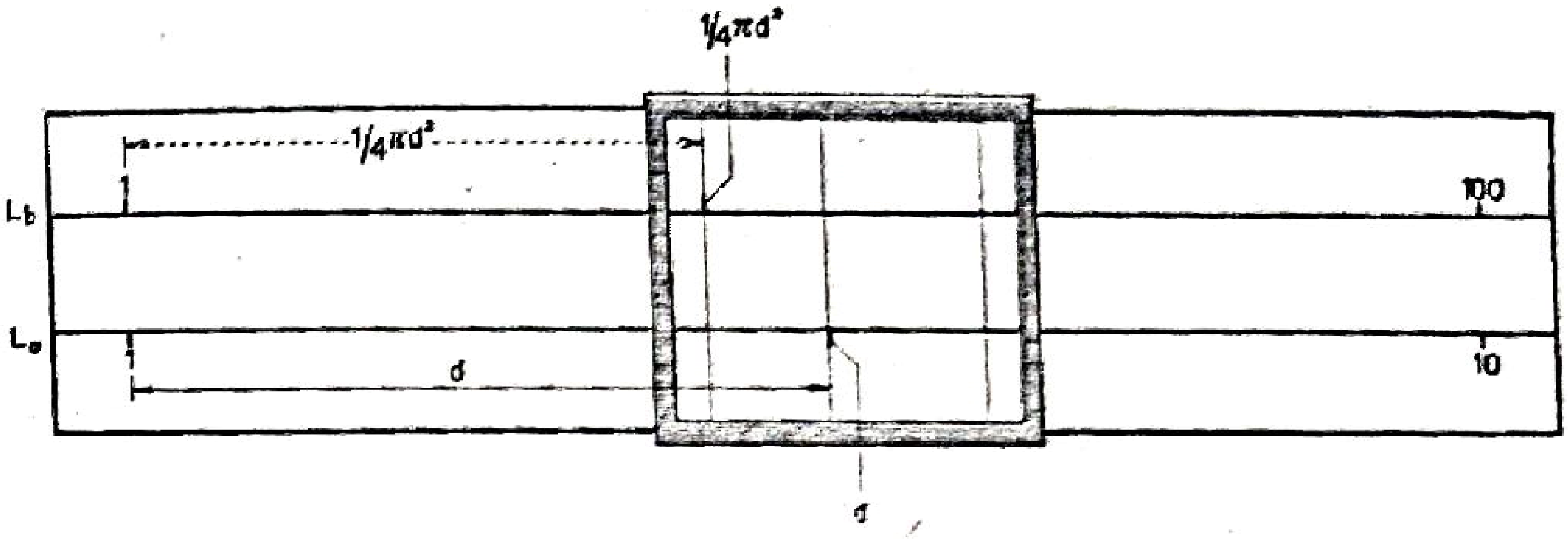
Setelkanlah dihadap 1.08 dari N (skala-tetap) jakni bilangan 2.16 dari N (skala-berputar). Dibawah 5.62 dari N (skala-berputar) kita membatja pada R, jakni bilangan 3.56. Maka hasil-kali kita tetapkan pada 0,0356.

LATIHAN²

Hitunglah hasil²-kali dalam § 8 dengan memakai pembagian-R.

§ 15 Luas lingkaran. Tjara mempergunakan garis-pedjalan. Tanda² C, C₁ dan M

Luas lingkaran adalah πR^2 atau $\frac{1}{4}\pi d^2$. Rumus terachir adalah jang



Gamb. 22

paling banjak terpakai didalam perhitungan² tehnik, dan untuk keperluan tersebut maka mistar diperhitungkan.

Kita akan menghitung luas suatu lingkaran jang mempunjai diameter (garistengah) $d = 26$ cm.

Seluruh perhitungan dapat kita kerdjakan dengan S_o dan L_o. Dalam pada itu kita akan memakai rumus Luas $= \pi R^2$. Djadi: Setelkanlah angka 1 dari S_o diatas 13 dari L_o. Geserkan garis-pedjalan kepada 13 dari S_o. Pindahkan angka 1 dari S_o dibawah garis-pedjalan dan setelkanlah garis-pedjalan diatas 3.14 dari S_o (pada pembagian-S_o, tanda π dituliskan dibelakang 3.141). Setelah itu kita membatja pada L_o : 5.31. Setelah menafsir, kita menentukan luas = 531 cm².

Kita akan menghemat tenaga, djika pada waktu memangkatkan-dua kita mempergunakan pembagian-atas.

Setelkanlah angka 1 dari S_o diatas 13 dari L_o dan geserkanlah garis-pedjalan kepada tanda π pada S_b. Maka pada L_b kita membatja 531.

Pekerdjaan ini dapat dilakukan dengan tjepat. Lebih tjepat lagi kita dapat bekerdja dengan mempergunakan *garis-pedjalan-kiri* beserta rumus $\frac{1}{4}\pi d^2$.

Sehingga sekarang kita senantiasa bekerdja dengan memakai garis-pedjalan-tengah. Djika pada sebelah-menjebela pedjalan terdapat garis² pula, maka kepada garis² tersebut kita telah memberikan djarak tertentu, jakni $\sqrt{\frac{4}{\pi}}$ [1]).

---

[1]) Pada beberapa mistar-hitung (umpamanja untuk tehnik-elektro) djarak² antara garis²-pedjalan adalah berbeda-beda. Dalam hal sebagai diatas,

Hal itu membuat kita berkemungkinan: *djika garis-pedjalan-tengah telah disetelkan pada suatu bilangan d pada L_o, dapatlah terbatja luas lingkaran, dibawah garis-pedjalan-kiri pada L_b, jang mempunjai d sebagai diameter* [1]).

Tjakera-hitung-Alro

Tjakera-hitung-Alro mempunjai hanja satu garis-rambut. Tjara menghitung sebagai diuraikan diatas untuk mistar hitung, dengan mempergunakan tanda π (perhatikan $S_o = N$ (skala-berputar); $L_o = N$ (skala-tetap); $L_b = N^2$ (skala-tetap) dan $S_b = N^2$ (skala-berputar) dapat pula dikerdjakan.

Selain daripada itu, kita dapat pula mempergunakan tanda C atau M pada skala-berputar. Tetapi kitapun dapat membuat garis-rambut kedua, jakni sbb.: setelkanlah indeks diatas angka 1 dari skala-tetap dan putarkan garis-rambut kemudian diatas tanda C. (Tanda C tersebut terdapat sedikit sebelum 1.13 pada N dari skala-berputar). Garis-rambut baru ini akan melalui angka 1 dari seluruh skala-tetap, indeks angka 1 dari N^2 (skala-berputar). Garis-rambut ini mempunjai arti sebagai garis-pedjalan-kiri pada mistar-hitung. Tjontoh² berikut akan membuat lebih djelas lagi untuk mereka jang mempeladjari tjakera-hitung-Alro.

$\frac{1}{4}\pi d^2$ *Tjontoh* 1: *Garistengah sesuatu lingkaran* = 17,2. *Hitunglah luas lingkaran itu.*

---

djarak antara garis-pedjalan-tengah dan garis-pedjalan-kanan adalah sama dengan $\sqrt{\frac{4}{\pi}}$, dalam keadaan sedemikian itu kita harus berpindah dari garis-pedjalan-kanan kegaris-pedjalan-tengah artinja kita menjetelkan dengan garis-pedjalan-kanan dan mendapatkan luas lingkaran dibawah garis-pedjalan-tengah pada L_b.

[1]) Sebab, djika garis-pedjalan-tengah berdiri diatas d pada L_o, maka garis-pedjalan-kiri berdiri diatas $\frac{d}{\sqrt{\frac{4}{\pi}}}$; djadi dibawah garis itu pada L_b kita dapatkan pangkat-dua: $\left(\frac{d}{\sqrt{\frac{4}{\pi}}}\right)^2 = \frac{1}{4}\pi d^2$.

Setelkan garis-pedjalan-tengah pada 1.72 dari L_a. Dibawah garis-pedjalan-kiri terdapatlah 2.32 pada L_b. Karena dengan menafsir setjara kasar kita akan mendapatkan untuk d^2, jakni $17^2 = 289$ dan $\frac{1}{4}\pi = 0{,}785$, maka kita menentukan luas = 232.

Sebagai terlebih dahulu telah diperingatkan, maka pembagian² L_a; S_o; S_b dan L_b dilandjutkan pada kedua udjungnja (kebanjakan mempunjai warna merah). Pandjang pembagian²-landjutan adalah sedemikian rupa, sehingga senantiasa, dimana djuga terdapat d pada L_a, maka dengan memakai garis-pedjalan-kiri dapat terbatja luas-lingkaran pada L_b. Lihat tjontoh 2.

Tjontoh 2: *Diketahui* $d = 10{,}85$. *Ditanjakan* $\frac{1}{4}\pi d^2$.

Garis-pedjalan-tengah kita setelkan pada 1.085 dari L_a. Pada pembagian-landjutan dari L_b kita dapatkan dibawah garis-pedjalan-kiri, jakni 9.24. Setelah menafsir setjara kasar, kita menentukan luas = 92,4.

Tjontoh 3: *Suatu lingkaran mempunjai keliling sepandjang* 25,8 *cm. Hitunglah luas lingkaran tersebut.*

Diatas bilangan 2.58 pada L_a kita menjetelkan tanda π dari S_o. Dibawah angka 10 dari S_a kita dapatkan diameter lingkaran itu pada L_a. (Sebab keliling lingkaran ialah πd. Kini kita telah membagi πd dengan π.) Djika kita menjetelkan garis-pedjalan-tengah diatas 10 dari S_o, maka kita mendapatkan pada L_b dibawah garis-pedjalan-kiri, bilangan 53.

Dengan menafsir setjara kasar, kita memperoleh nilai $\frac{25{,}8}{3{,}14} = 8$ untuk d. Maka $d^2 = 64$ dan $\frac{1}{4}\pi d^2 = 0{,}8 \times 64$. Dari itu kita menentukan luas jang kita tjari pada 53 cm².

Tjontoh 4: *Luas suatu lingkaran ialah* 35,66 *cm*². *Ditanjakan keliling lingkaran tersebut.*

Kita mengerdjakan tjara menghitung sebaliknja dari tjontoh 3, artinja: tempatkanlah garis-pedjalan-kiri pada 35,7 dari L_b. Dibawah garis-pedjalan-tengah, pada L_a, kita akan mendapatkan garis-tengah d, jakni 6.74. Untuk menentukan πd, kita menjetelkan 10 dari

S_o dibawah garis-pedjalan-tengah. Dan setelah itu kita akan mendapatkan pada L_o, dibawah π dari S_o, jakni 2.116. Setelah menafsir setjara kasar, maka kita menentukan keliling = 21,16 cm.

Tjontoh 5: *Dari suatu batang-pohon, jang mempunjai pandjang* = 6,30 *meter dan jang mempunjai keliling-tengah* = 1,46 *m, tjarikanlah isinja.*

Sekalipun bukan merupakan suatu kebenaran jang bulat, agaknja tjukuplah untuk menentukan isi dengan mengalikan luas penampang-tengah dengan pandjang batang pohon. Maka tjara menghitung selandjutnja adalah sbb.:

Setelkanlah π dari S_o diatas 1.46 dari L_o. Geserkanlah garis-pedjalan-tengah diatas angka 10 dari S_o (dibawah garis-pedjalan-kiri, kita akan membatja pada L_b, jakni luas penampang-tengah. Tetapi hal itu kita kesampingkan karena kita masih harus mengalikan dengan 6.3). Geserkan angka 1 dari S_b dibawah garis-pedjalan-*kiri*(!) dan diatas 6.3 dari S_b kita mendapatkan pada L_b (pembagian-landjutan) jakni 1.060.

Kini tinggallah menentukan tempat koma.

Dengan menafsir setjara kasar, kita menentukan diameter dari penampang-tengah pada $\frac{1,46}{3,14} = (\pm)\ 0,5$ m. Maka luas datar itu ialah $0,785 \times 0,5^2 = 0,2\ m^2$. Isi kita tafsir $\pm$ 1 m^3. Maka isi jang ditanjakan kita tentukan 1,069 m^3.

Tanda C Pada pembagian-S_o terdapatlah tanda C jang ditempatkan sedemikian rupa, sehingga djarak antara 1 hingga C sama dengan djarak antara 2 garis-pedjalan. Maka bilangan C itu adalah $\sqrt{\frac{4}{\pi}}$ pula dan dengan demikian dapat pula dikerdjakan untuk menghitung luas² lingkaran sebagai garis²-pedjalan dimuka.

Djika kita menjetelkan C diatas suatu bilangan d dari L_o, maka pada L_b diatas angka 1 dari S, kita dapatkan luas dari lingkaran jang mempunjai d sebagai garistengah.

C_1 Hal jang sama terdapat pula pada bilangan C_1, jang sama dengan

$\sqrt{\frac{4 \times 10}{\pi}}$ [1]). Djika kati menjetelkan C_1 diatas bilangan d dari L_o, maka kita mendapatkan diatas angka 1 dari S_b, suatu harga pada L_b, jakni $\left(\frac{d}{\sqrt{\frac{4 \times 10}{\pi}}}\right)^2 = \frac{1}{10} \times \frac{\pi d^2}{4}$; djadi ketjuali harga faktor 0,1 luas lingkaran itu, jang mempunjai d sebagai diameter.

Pada L_b dan S_b terdapat pula tanda M, disamping 31.83 [2]). M menundjukkan pula harga $\frac{1}{\pi} = 0{,}3183$. Kita dapat membagi dengan memakai susunan-M, jakni djika kita harus mengalikan dengan π dan demikian pula sebaliknja kita dapat mengerdjakan membagi dengan π, menurut keperluan kita, jakni dengan tjara mengalikan dengan M. **Tanda M**

Tetapi suatu kerugian jang terdapat disini ialah, bahwa kita harus bekerdja dengan memakai pembagian² L_b dan S_b jang agak kurang teliti.

Djika umpamanja kita harus menghitung luas dinding sesuatu silinder jang mempunjai $d = 12{,}5$ dm, $t = 2{,}48$ dm, maka kita dapat mengerdjakan hitungan itu dengan sekali menjetel. Formule luas $L = \pi d . t$ kita tulis sebagai $L = \frac{d . t}{M}$, dimana $M = \frac{1}{\pi}$.

Setelkanlah sekarang M dan S_b dimuka 12,5 dari I_b. Geserkanlah garis-pedjalan ke 24.8 atau 2.48 dari S_b dan batjalah pada L_b, jakni 9.73. Luas lingkaran ialah 97,3 dm² (97,4).

Kita bekerdja dengan memakai C atau C_1, djika kita harus menentukan pelbagai luas² atau diameter² dari lingkaran². Setelkanlah umpamanja C dari S_o diatas angka 1 dari L_o, maka kita telah menentukan suatu dasar-daftar, jakni diatas tiap² bilangan d dari S_o, kita dapatkan pada L_b bilangan dari luas lingkaran jang mempunjai d **Daftar luas**

---

[1]) C_1, tidak terdapat pada tjakera-hitung-Alro model 200 R.

[2]) Pada tjakera-hitung-Alro hal itu terdapat pada kedua pembagian-N^2.

sebagai diameter, atau sebaliknja: dibawah tiap² bilangan p^2 dari L_b, kita dapatkan pada S_0 jaitu: diameter dari lingkaran jang mempunjai p^2 sebagai luas.

Hal sebagai diatas berlaku pula untuk C_1.

Pada waktu dipergunakan C dan C_1 sebagai tersebut, maka pedjalan semata-mata dipergunakan untuk mendapatkan harga² pada L_a dan L_b, jang berhubungan satu sama lain.

Tjontoh: Setelkanlah C dari S_o diatas angka 1 dari L_o. Setelkanlah garis-pedjalan pada 3 dari S_o, pada L_b kita dapatkan 7.07, ialah luas lingkaran jang mempunjai garistengah 3.

Setelkanlah garis-pedjalan diatas 20 dari L_b. Pada S kita dapatkan 5.05 dibawah gars-pedjalan; jakni diameter dari lingkaran, jang mempunjai luas = 20.

Berat besi Pada muka belakang dari mistar, pada salah suatu daftar, kita dapatkan $\frac{\pi}{4} = 0{,}785$. Kini berat-djenis dari besi adalah kira² 7,85. Dengan demikian kita dapat mempergunakannja untuk menghitung berat dengan seteliti-telitinja jakni untuk salah suatu silinder besi dengan diameter dan tinggi jang diketahui. Kita dapat mempergunakan tanda C (atau C_1) didalam suatu kombinasi dengan garis²-pedjalan kiri dan tengah atau dengan ketiga garis²-pedjalan. Tentang kedua hal tersebut baiklah melihat tjontoh dibawah:

Tjontoh²:

1. Hitunglah berat dari sepotong silinder besi jang mempunjai d = 25 cm dan tinggi = 78 cm.

Setelkanlah C dari S_o diatas angka 1 dari L_o. Maka dengan itu telah terbentuk daftar-luas. Djika kita menjetelkan garis-pedjalan-tengah diatas 2.5 dari S_o (perhatikan: bukan pada L_o), maka dibawah garis itu, pada L_b, dapat terbatja luas lingkaran. Djika kita berpindah kegaris-pedjalan-*kiri*, maka kita sekali lagi mengalikan dengan $\frac{\pi}{4}$, sehingga dengan demikian telah memasukkan berat-djenis $\left(\frac{\pi}{4} = 0{,}785\right)$ kedalam hitungan kita.

Djika kita sekarang menggeserkan angka 1 dari S_b, dibawah garis-pedjalan-*kiri*, maka kita mendapatkan diatas 7.8 dari S_b, jakni bilangan 30 pada L_b. Maka pertama-tama kita telah menentukan luas dari penampang, setelah itu kita mengalikan dengan berat-djenis, dan setelah itu mengalikan seluruhnja dengan tinggi.

Hasil-kali jang telah dihitung ialah (dlm. dm dan kg):

$$\tfrac{1}{4} \times 3{,}14 \times 2{,}5 \times 2{,}5 \times 7{,}8 \times 7{,}85.$$

Kemudian kita menafsir: $0{,}7 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 = 0{,}7 \times 490$ (kira²).
Dari situ kita mendapatkan berat = 300 kg [1]).

2. Dengan tjara, menghitung sama, dengan memakai 3 garis-pedjalan sebagai diatas [2]), maka kita menjetelkan garis-pedjalan-*kanan* diatas 2.5 dari L_a (djadi dengan tiada mempergunakan tanda C). Dibawah garis-pedjalan-tengah kita akan mendapatkan luas penampang jakni jang terbatja pada pembagian-L. Karena kita harus pula mengalikannja dengan berat-djenis $\left(\text{djadi harus membagi dengan } \frac{4}{\pi}\right)$, maka kita menjetelkan angka 1 dari S_b dibawah garis-pedjalan-*kiri* dan membatja diatas 7.8 dari S_b pada L_b, jaitu berat tersebut. Kita mendapatkan lagi 300 kg.

Sebaliknja kitapun dapat menghitung isi pada waktu berat diketahui dsb.-nja.

Tjontoh² selandjutnja adalah sbb.:

---

[1]) Dengan memindahkan garis-pedajalan-tengah kegaris-pedjalan-kiri, kita telah *membagi* dengan $\left(\sqrt{\frac{4}{\pi}}\right)^2$, djadi berarti pula telah mengalikan dengan $\frac{\pi}{4}$, hal mana, terketjuali faktor 10, adalah sama dengan berat-djenis besi.

[2]) Pada mistar²-hitung jang mempunjai djarak² antara garis²-pedjalan jang berlainan (lihat peringatan halaman 69), maka kita harus membatasi diri kita kepada tjara sebagai tertjantum dalam tjontoh 1. Hal itupun berlaku untuk tjakera-hitung-Alro.

3. *Berat sepotong besi-tjair ialah* 3,84 *kg. Hitunglah isi dan diameter djika pandjang batang* = 0,32 *m* (*B.d.* = 7,85).

Pada waktu menghitung isi, maka kita bekerdja dengan sebaliknja dari pada tjontoh 2. Artinja: isi kita ketemukan pada L_b, sedjarak garis-pedjalan kekanan. Djadi djika kita menjetelkan garis-pedjalan-*tengah* pada 3.84 dari L_o, maka kita mendapatkan dibawah garis-pedjalan-*kanan*, jakni 4.89. Setelah menafsir setjara kasar, (1 dm³ besi mempunjai berat 7,85 kg), maka kita menentukan isi pada 0,489 dm³.

Djika kita hendak menghitung lebih landjut dengan djalan sebaliknja (dibandingakan dengan tjontoh 2), jakni dengan membagi dengan pandjang dan berpindah kepada L_o, maka kita harus berhati-hati, karena mudah membuat salah. Pada halaman 74, telah diperingatkan, bahwa $\frac{\pi}{4} = 0{,}785$, sedangkan berat-djenis besi adalah 7,85. Pada waktu mengalikan faktor 10 jang diabaikan itu tidak merupakan suatu rintangan, karena setelah itu kita memperhitungkan tempat koma. Hal itu ternjata telah kita kerdjakan pula pada waktu mentjari isi sebagai diatas. Tetapi peralihan dari L_b ke L_o, pada hakekatnja adalah suatu tjara menghitung akar-pangkat-dua dan dalam hal itu — sebagai ternjata telah ditundjukkan terlebih dahulu pada halaman 25 — tjara tidak mengindahkan kepada faktor 10 merupakan suatu tjara jang kurang baik. Djika kita melandjutkan, setelah mendapatkan hasil sebagai diatas, maka — mengingat akan berpindah kepada L_o, djadi berpindah kepada menghitung akar — kita djatuh tersesat pada L_b[1]. Tetapi kitapun dapat membenarkan kesalahan tadi dengan membagi dengan 32 dan bukan 3,2 [2].

Kita menempatkan 32 dari S_b dibawah garis-pedjalan-*kanan*. Diatas 100 dari S_b, kita akan dapat membatja luas daripada potongan-melintang pada L_b. Djika kita menjetelkan garis-pedjalan-*kiri* diatas 100

---

[1]) Isi = 0,489, mengingat akan pembagian bilangan dalam golongan² dari 2 angka, maka kita harus menjetelkan pada 48.9; padahal telah disetelkan pada 4.89.

[2]) Kita dapat, mungkin lebih baik, memperhitungkan kepada faktor 10, pada perhitungan² sebagai tersebut, dan dalam hal ini djuga pada permulaan menghitung. Dalam tjontoh ini kita menjetelkan pada 38,4.

dari S_b, maka kita akan mendapatkan pada L_0 dibawah garis-pedjalan-tengah dengan langsung, jakni: diameter = 4,42 cm.

LATIHAN²

Tentukanlah luas dan keliling daripada lingkaran² jang mempunjai diameter sebagai berikut:

1.

50 cm;	1,28 m;	6,42 cm;
18,5 cm;	2,47 m;	41,9 cm;
37,6 cm;	1,08 m;	12,05 cm;

2. Hitunglah diameter, djika diketahui:

Luas: 1390 cm^2;	keliling: 3,80 m;
22,15 cm^2;	13,7 m;
7,07 m^2;	3,10 m;
41,9 m^2;	14,4 cm.

3. Bilangan² dibawah adalah harga² untuk keliling. Tentukanlah luas masing²:

19,6 cm; 3,8 m; 11,5 cm; 25,1 cm.

4. Hitunglah berat dari potongar² besi (b.d. = 7,85), djika diketahui:

a. $d = 160$ mm; $p = 0{,}54$ m;
b. $d = 105$ mm; $p = 1{,}08$ m;
c. $d = 97{,}2$ mm; $p = 2{,}18$ m.

5. Hitunglah isi dan diameter dari potongan² silinder dari besi, djika diketahui ¹):

a. $B = 15{,}8$ kg; $p = 0{,}46$ m.
b. $B = 106$ kg; $p = 1{,}20$ m.
c. $B = 42{,}6$ kg; $p = 0{,}85$ m.

---

¹) Perhatikan faktor 10 (lihat hal. 74).

§ 16 Tjara mendekati akar² dari persamaan-pangkat-dua

Ambillah persamaan pangkat-dua dengan bentuk $x^2 + px + q = 0$, dimana p dan q adalah bilangan² jang positif atau negatif jang telah diketahui [1]. Djika bilangan² p dan q diketahui didalam bentuk² petjahan, maka bilangan² tadi harus dibuat dalam bentuk desimal.

Djika kita menjebut persamaan-pangkat-dua sbg. x_1 dan x_2, maka menurut rumus aldjabar jang terkenal ialah:

$$x_1 + x_2 = -p \text{ dan } x_1 . x_2 = q$$

Pada waktu mendekati akar² dengan memakai mistar-hitung, maka pada tingkat permulaan, kita bekerdja semata-mata dengan harga² mutlak, sehingga kita dapat melemparkan arti tanda² aldjabar [2].

Dalam hal ini kita harus membagi dalam dua kemungkinan:

1°. q adalah positif. Kedua akar mempunjai tanda jang sama, sehingga $|p| = |x_1| + |x_2|$, artinja: **djumlah** *dari harga² mutlak dari akar² adalah sama dengan harga mutlak dari* p.

2°. q adalah negatif. Akar² mempunjai tanda² jang berbeda-beda. Dalam hal ini ialah $|x_1| - |x_2| = |p|$, artinja: *harga² mutlak dari* p *adalah sama dengan* **selisih** *daripada harga² mutlak dari akar²*.

Djika kita akan menjetelkan angka 1 dari S_o diatas harga $|q|$ pada L_o, maka pada pembagian-R dan -L_o terdapatlah bilangan² jang mempunjai hasil-kali sama dengan $|q| = |x_1 x_2|$ [3].

Kini kita masih harus mentjari kepada pasangan² bilangan jang

---

[1]) Djika kita membagi $ax^2 + bx + c = 0$ dengan a, maka kita mendapatkan $x^2 + \frac{b}{a} + \frac{c}{a} = 0$, jang sama dengan bentuk diatas.

[3]) Dengan harga mutlak dari sesuatu bilangan kita maksudkan djumlah kesatuan² positif atau negatif. Kita telah biasa untuk menempatkan suatu bilangan diantara garis²-tegak, djika kita memaksudkan harga mutlak dari bilangan² tersebut. Demikianlah umpamanja: $|-5| = |+5| = 5$. Dengan $|x_1|$ dan $|x_2|$ kita maksudkan harga² mutlak dari akar² x_1 dan x_2.

[3]) Pada tjakera-hitung-Alro kita menjetelkan indeks berhadapan $|q|$ pada R, maka pada R dan N (skala-berputar) berdirilah bilangan², jang mempunjai hasil-kali $|q| = |x_1 . x_2|$.

mempunjai djumlah atau selisih sama dengan $| p |$. Hal itu dapat diketemukan pada $| x_1 |$ dan $| x_2 |$.

Setelah itu kita menemukan tanda² dari x_1 dan x_2.

Beberapa tjontoh²:

1. $x^2 - 9x + 17 = 0$.

Dalam hal ini $x_1 + x_2 = 9$ dan $x_1 . x_2 = 17$.

$x_1 . x_2$ adalah positif, maka kedua akar mempunjai tanda² jang sama dan oleh karena $x_1 + x_2$ adalah positif maka kedua akar adalah positif pula. Djika kita menjetelkan angka 1 dari S_0 diatas 1.7 pada L_0, maka kita masih harus mentjari dengan memakai pedjalan pada R dan L_0 2 bilangan jang mempunjai djumlah 9 [1]).

Bilangan² tadi ialah 6.3 dan 2.7. Akar² adalah $x_1 = 6{,}3$ dan $x_2 = 2{,}7$.

Peringatan: Pada waktu mentjari pasangan-bilangan jang sebenarnja, kita dapat bekerdja dengan teratur. Setelkanlah umpamanja garis-pedjalan pada 4 dari R, maka kita mendapatkan pada L_0 dibawah garis-pedjalan itu djuga, jakni 4.25. Djumlah dari bilangan² tersebut adalah 8,25, djadi lebih ketjil dari 9. Teranglah kiranja, bahwa dikiri garis-pedjalan itu, bilangan² pada R bertambah besar, sedang bilangan² pada L_0 mendjadi bertambah kurang. Bilangan² pada R bertambah besar dengan lebih tjepat daripada bilangan² jang bertambah kurang pada L_0, sehingga djika kita mentjari dengan garis-pedjalan dengan mengikuti arah kekiri, pasti akan mendapatkan suatu pasang bilangan jang berdjumlah 9. Djika kita sekarang menggeserkan garis-pedjalan kekiri dan senantiasa mengutamakan kepada bilangan²-bulat jang terdapat pada R, maka pekerdjaan itu dapat kita landjutkan, sehingga kita mendapatkan pasangan-bilangan jang mempunjai djumlah lebih besar dari 9. Dalam pada itu, kita mengambil bilangan 7 pada R dan kita tahu bahwa bilangan pada L_0 adalah 2.43. Dari hasil tersebut, kita dapat menentukan, bahwa x_1 terletak antara 6 dan 7.

---

[1]) Pada tjakera-hitung-Alro, kita menjetelkan indeks diatas 1.7 pada R. Bilangan² jang kita tjari akan dapat didapatkan pada R dan N (skala-berputar). Djuga selandjutnja hendaknja kita mengganti L_0 oleh N (skala-berputar).

Dari titik-permulaan tersebut, kitapun dapat mentjari, kekanan, karena bilangan² pada pembagian R mendjadi bertambah kurang, sedang bilangan² pada L_0 bertambah besar, dan meningkatnja bilangan² pada L_0 adalah lebih tjepat daripada turunnja bilangan² pada R. Dengan tjara seperti diatas, kita mendapatkan diatas 2.7 pada R, jakni 6.3 pada R.

2. $x^2 + 4x + 3{,}7 = 0$.
$x_1 x_2 = 3{,}7$ dan $x_1 + x_2 = -4$.
Kedua akar mempunjai tanda jang sama dan karena $x_1 + x_2$ adalah negatif, maka kedua akar tersebut adalah negatif pula.
Djika kita menjetelkan angka 1 dari S_0 diatas 3.7 pada L_0, maka kita mentjari pada R dan L_0 kepada 2 bilangan, jang mempunjai djumlah $= 4$.
Dengan segera kita melihat, bahwa bilangan² tersebut didalam kedudukan sebagai diatas, tidaklah mungkin didapatkan, karena itu memindahkan sorong seluruh pandjangnja dan menjetelkan angka 10 dari S_0 diatas 3.7 dari L_0 dan kini kita mendapatkan sepasang bilangan 2.54 dan 1.45. Maka akar² adalah sbb.:
$x_1 = -2{,}547$ dan $x_2 = -1{,}452$.

Peringatan²: Harga² jang telah diperoleh hanjalah harga² jang mendekati dan angka² ke-4 adalah menurut tafsiran.

3. $x^2 - 6x - 15 = 0$.
$x_1 . x_2 = -15$ dan $x_1 + x_2 = 6$.
Hasil-kali dari akar² adalah negatif, maka akar² mempunjai tanda² jang berbeda-beda. Djika kita menjetelkan angka 1 dari S_0 diatas 1.5 dari L_0, maka kita harus mentjari dua bilangan pada R dan L_0 jang mempunjai *selisih* $= 6$. Kita mendapatkan 7,9 dan 1,9. Karena djumlah dari akar² adalah positif, maka bilangan jang terbesar diantara kedua bilangan tadi adalah positif, sehingga $x_1 = 7{,}9$ dan $x_2 = -1{,}9$.

4. $x^2 + 8x - 3 = 0$.
$x_1 x_2 = -3$ dan $x_1 + x_2 = -8$.
Akar² mempunjai tanda² jang berbeda-beda.

Sepintas lalu hal itu menundjukkan bahwa seolah-olah tidak mungkin ada sepasang bilangan jang dapat didapatkan, jakni jang mempunjai 8 sebagai selisih, baik pada angka 1 maupun pada angka 10 dari S_0, diatas angka 3 dari L_0.

Djika kita menjetelkan angka 1 dari S_0 diatas 3 dari L_0, maka kita mengetahui, bahwa pasangan² bilangan pada R dan L_0 mempunjai 3 sebagai hasil-kali.

Diatas 4 dari L_0 — didalam kedudukan seperti tersebut — kita dapatkan 7,5 pada R dan $4 \times 7{,}5 = 30$. Dari sini ternjata, bahwa kita melepaskan diri dari tanda-desimal pada salah suatu pembagian. Djika kita umpamanja mengambil bilangan² jang terdapat antara 1 dan 10 pada pembagian-R, maka kita harus mentjari pasangannja pada pembagian-L_0 antara 0,1 dan 1. Dalam pada itu kita teringat kepada djawaban kita jang sederhana $x_1 = -8{,}36$ dan $x_2 = 0{,}36$.

5. $x^2 + 17{,}5x - 8{,}16 = 0$.

Djika kita menjetelkan angka 10 dari S_0 diatas 8.16 dari L_0, maka ternjata, bahwa bilangan² jang berdiri berhadapan satu sama lain jang terdapat pada L_0 dan R benar² mempunjai hasil-kali 8,16, tetapi tidak dapat mempunjai selisih 17,5. Kita akan membetulkan hal itu dengan mengalikan salah suatu pembagian dengan 10 dan membagi pembagian lainnja dengan 10. Karena pada L_0 terdapat bilangan² dari 10—100 dan karena pada R terdapat bilangan² dari 0,1 — 1, maka segera akan terlihat, bahwa bilangan² jang ditjari ialah $x_1 = -17{,}95$ dan $x_2 = 0{,}455$.

LATIHAN²:

1. $x^2 - 4x - 18 = 0$.
2. $x^2 + 6x - 13 = 0$.
3. $x^2 - 5x + 5 = 0$.
4. $x^2 - 7{,}24x - 36{,}18 = 0$.
5. $x^2 + 21{,}8x + 75{,}2 = 0$.

§ 17 Tjara mendekati akar² dari persamaan-pangkat-tiga

Djuga akar² dari sesuatu persamaan-pangkat-3 dapat dihitung dengan memakai mistar-hitung, sampai kepada suatu tingkatan tertentu.

Tiap² persamaan dari pangkat-3 dapat dihitung sedemikian rupa sehingga suku dari pangkat² mendjadi hilang; djadi dapat dihitung didalam bentuk $x^3 + px + q = 0$ [1]).

Djika kita sekarang membagi dengan x, maka kita dapatkan:

$x^2 - \frac{q}{x} - p = 0$. Dalam penjelidikan kita itu, kita berpangkal kepada

bentuk persamaan: $x^2 + \frac{a}{x} = b$.

Kini akar² didapatkan setjara mendekati dengan memakai pembagian² L_o, R dan L_b [2]).

Djika kita menjetelkan angka 1 (atau 10) dari S_o diatas bilangan a pada L_o, maka kita senantiasa akan mendapatkan dua bilangan berhadapan satu sama lain, jakni pada R dan L_o, jang mempunjai hasil-kali a (lihat § 13), artinja: dihadap bilangan p pada L_o terletaklah bilangan $\frac{a}{p}$ pada R, sedang pada garis itu dapat terbatja pada L_b, jakni bilangan p^2. Kini tidak ada lain tjara daripada mentjari bilangan p jang sedemikian rupa (dengan memakai pedjalan) serta berusaha, supaja $\frac{a}{p}$ (pada R) dan p^2 (pada L_b) mempunjai djumlah seharga b,

---

[1]) Persamaan $x^3 + Ax^2 + Bx + C = 0$ kita buat mendjadi bentuk sebagai diatas dengan substitusi $x = y - \frac{1}{3}A$.

Umpamanja $x^3 + 3x^2 - 4x - 5 = 0$. Substitusikan $x = y - 1$, maka kita mendapatkan $y^3 - 7y - 3 = 0$. Substitusi tersebut dapat mengakibatkan, djika koefisien A bukan dalam keadaan dapat terbagi oleh 3, sedikit hitung-menghitung, tetapi dalam hal itu mistar akan membuktikan sifat faedahnja!

[2]) Pada tjakera-Alro kita bekerdja dengan memakai pembagian² R, N (skala-berputar) dan N^2 (skala-berputar). Dalam bab ini kita menentukan indeks diatas a dari R dan kita mengombinasikan perbandingan² R dan N^2. Lihat tjontoh pertama bagian belakang.

sebab demikianlah persamaan darimana kita mulai menghitung

$$x^2 + \frac{a}{x} = b.$$

Kini kita harus mengombinasikan bilangan² pada L_b dan R sedemikian rupa, sehingga hasil jang diperoleh $= b$. Djika kita mendapatkan tempat tersebut, *maka setelah itu*, kita akan mendapatkan harga p pada L_0 dan dengan demikian telah mendapatkan salah suatu akar dari persamaan kita $x^2 + \frac{a}{x} = b$ atau $x^3 - bx + a = 0$. Djika kita mulai menghitung dari persamaan $x^3 + Ax^2 + Bx + C = 0$, maka dengan substitusi jang sebaliknja, kita masih harus menentukan harga² dari akar dari perbandingan² itu (lihat tjontoh 6).

Berkenaan dengan keadaan positif dari negatif daripada koefisien² dan akar²-nja, maka kita harus mengadakan perbedaan untuk keadaan² itu masing².

Sebagaimana telah diuraikan kita mulai dari persamaan

$$x^2 + \frac{a}{x} = b.$$

I. *b adalah positif.*

Dalam hal ini kita memetjahkan lagi dalam 2 kemungkinan, a adalah positif atau a adalah negatif.

1°. *a adalah positif.*

Untuk itu berlaku: djika **djumlah** dari bilangan² jang harus dikombinasikan pada R dan L_b, adalah sama dengan b, maka kita membatja pada L_0 suatu akar **positif**; djika selisih dari harga² pada R dan L_b sama dengan b, maka kita membatja pada L_0 **akar-negatif** [1]).

---

[1]) Pada hakekatnja harga dari x_1^2, senantiasa adalah positif. Djika sekarang **djumlah** dari x_1^2 dan $\frac{a}{x_1}$ sama dengan b, maka x_1 harus **positif.**

Djika selisih antara x_1^2 dan $\frac{a}{x_1}$ sama dengan b, maka x_1 harus **negatif.**

Didalam keadaan terachir, maka harga pada L_b adalah lebih besar daripada harga pada R, sebab selisih harus *positif*.

Tjontoh: 1. $x^2 + \frac{44}{x} = 30$.

Djika kita menjetelkan angka 1 dari S_a diatas 4.4 pada L_a[1]), maka kita sampai ditempat, dimana dimuka setiap bilangan p dari L_0 terletak harga $\frac{44}{p}$ pada R. *Sangatlah penting untuk memperhatikan dalam hal ini kepada harga² desimal*: berhadapan dengan 5 pada L_0 terletaklah harga 8.8 pada R. Sebab menurut persamaan kita, hasil-kali harus 44. Pada kedudukan sekarang, kita dapat membatja bilangan² pada L_0 dari 1—10 dan demikian pula pada R. Dari sini berikutlah, bahwa bilangan² pada L_b dari 1—100 harus terbatja pula.

Sekarang kita akan menggeserkan garis-pedjalan. Djika kita menempatkan garis itu pada 8 dari R, maka terbatjalah pada L_b: 30.25. Djumlah dari kedua harga adalah 38,25, selisih = 22,25. Sekarang kita menggeserkan garis-pedjalan pada 7 dari R. Pada L_b kita dapatkan 39.5. Djumlahnja mendjadi 46,5; selisih = 32,5. Untuk sampai kepada djumlah, kita tidak dapat lebih dekat, maka harga-selisih telah kita lampaui. Dengan demikian kita telah melampaui suatu akar. Djika kita menggeserkan pedjalan kembali, maka setelah sebentar mentjari-tjari, kita dapatkan pada 7.2 dari R, bilangan 37.2 dari L_b, jang mempunjai selisih 30. Dengan itu kita telah mendapatkan kedudukan jang kita kehendaki. *Sekarang kita membatja dibawah garis-pedjalan pada* L_0, *jakni*: *bilangan* 6.1. Dan bilangan tadi adalah akar jang ditjari. Karena kita tadi telah bekerdja dengan *selisih*, akar adalah *negatif*, sehingga kita mendapatkan $\mathbf{x_1 = -6{,}1}$[2]).

Kita telah mengetahui, bahwa pada waktu menggeserkan garis-pedjalan kekanan, djumlah dan selisih dari harga² pada R dan L_b mendjadi bertambah besar. Karena itu kita menggeser kembali kekiri,

---

[1]) Tjontoh tersebut kita peladjarkan terlebih dahulu untuk mistar-hitung, setelah itu didalam bentuk tersingkat untuk tjakera-Alro.

[2]) $x_1^2 = 37{,}2$ dan $\frac{44}{x_1} = -7{,}2$. Sehingga $x_1^2 + \frac{44}{x_1} = 37{,}2 - 7{,}2 = 30$.

untuk dapat mendapatkan akar² jang lain. Pada 9.75 dari R, kita medapatkan 20.25 pada L_b jang mempunjai djumlah 30. Pada L_o, kini kita membatja akar sbb.: $x_2 = 4{,}5$. Karena kita bekerdja dengan *djumlah*, maka akar adalah positif.

Akar ketiga [1]) sebenarnja tidak perlu kita tentukan dengan mistar. Menurut suatu rumus aldjabar jang terkenal, maka djumlah dari akar² daripada sesuatu persamaan-pangkat-3 adalah *nol*, djika pada persamaan tadi tidak terdapat x^2 [2]).

Dari $x_1 = -6{,}1$ dan $x_2 = +4{,}5$, kita dapat mendjabar langsung $x_3 \doteq 1{,}6$.

Didalam tjontoh diatas, kita dapat menentukan akar ke-3 pula dengan memakai mistar, karena disamping itu masih terdapat sesuatu keistimewaan.

Kita sekarang menjetelkan 10 dari S_o diatas 4.4 dari L_o. Senantiasa masih berlaku: bahwa bilangan² pada L_o dan R harus mempunjai hasil-kali 44. Diatas bilangan 2 pada L_o, kita bukan mendapatkan 2.2, tetapi 22 pada R. *Maka sebelum kita mentjari selandjutnja, kita menentukan bahwa — pada kedudukan mistar sebagai sekarang — pada bilangan² pada R, tersimpul harga² dari* 1—100. Sekarang kita mentjari. Setelah beberapa kali menggeser-geserkan pedjalan, kita mendapatkan, bahwa pada 27,44 dari R, terdapatlah 2.56 pada L_b, jang semuanja berdjumlah 30. Pada L_o achirnja kita memperoleh $x_3 = 1{,}6$.

Tjontoh diatas kita kerdjakan pula pada tjakera-hitung-Alro. Setelkanlah indeks dimuka 4.4 dari R, maka berhadapan tiap bilangan p dari N (skala-berputar) pada R terletaklah harga $\frac{44}{p}$, djika kita membatja bilangan² pada N dan R dengan teliti.

---

[1]) Tiap² persamaan dari pangkat-3 mempunjai 3 akar. Akar² itu tidak semua dapat terwudjud, ada pula akar² chajal. Dalam hal itu ada satu akar sedjati, karena akar² chajal senantiasa terdapat dalam pasangan²-bilangan. Mengenai hal ini kita tidak dapat lebih memperdalam disini.

[2]) Dalam persamaan $x^3 + Ax^2 + Bx + C = 0$, maka djumlah dari akar² ialah $-A$. Dengan sekarang mengsubstitusikan $y = x - \frac{1}{3}A$, atau $x = y + \frac{1}{3}A$, maka kita telah memperoleh, persamaan, dimana akar² mempunjai djumlah 0.

Djika kita umpamanja memberikan harga² 1—10 kepada bilangan² pada N, maka kita harus membatja dua perbandingan pada R, jakni dari indeks kekanan: harga² antara 4.4 dan 10; dari indeks kekiri: harga² antara 44 dan 10. Pada N^2 (skala-berputar) kita mendapatkan pangkat-2 dari harga²-N, djadi dari 1—100. Kini kita harus mendapatkan sepasang bilangan pada R dan N^2 (berturut-turut $\frac{44}{x_1}$ dan x_1^2), jang mempunjai djumlah atau selisih 30. Djika kita menggeserkan garis-rambut pada 8 dari R, maka kita mendapatkan 30.25 pada N^2. Djumlah kedua bilangan ialah 38,25; selisihnja = 22,25. Pada angka 7 dari R terikatlah, 39.5 dari N^2. Djumlahnja sekarang adalah 46,5; selisihnja adalah 32,5. Selisih tersebut telah melampaui harga 30, maka kita telah melampaui suatu akar. Setelah sebentar mentjari antara 7 dan 8 dari R, kita mendapatkan 7,2 dari R dan 37,2 dari N^2, jang mempunjai selisih 30. *Kini kita membatja dibawah garis-rambut pada* N *(skala-berputar) bilangan* 6,1. Akar terachir adalah suatu akar jang kita tjari. Karena kita bekerdja dengan *selisih*, maka akar tadi adalah *negatif*, djadi $\mathbf{x_1 = -6{,}1}$.

Pada waktu memutarkan garis-rambut dari 8 kembali ke-7, djumlah² dari harga² R dan -N^2 mendjadi bertambah besar. Djika kita hendak mendapatkan 30 sebagai djumlah, maka kita harus memutar kembali. Pada 9,75 dari R, kita mendapatkan 20.25 pada N^2. Harga² tadi mempunjai djumlah 30. Pada N kita membatja $\mathbf{x_2 = 4{,}5}$. Karena kita bekerdja dengan *djumlah*, maka akar tersebut adalah *positif*.

Akar ketiga kita tentukan dari $x_3 = -(x_1 + x_2)$, djadi $\mathbf{x_3 = 1{,}6}$ (untuk itu lihatlah uraian tentang mistar diatas). Kitapun dapat mendapatkan akar dengan memakai tjakera dan mentjari pada fihak kiri dari indeks. Dengan kombinasi-bilangan² jang terdapat diatas, maka kita mentjari harga²-R antara 44 dan 10. Setelah beberapa kali menggeser-geserkan pedjalan, maka kita mendapatkan, bahwa pada 27,24 dari R terdapatlah bilangan 2.56 pada N^2, jang semuanja berdjumlah 30. Pada N kita membatja $x_3 = 1.6$.

Tjontoh² selandjutnja akan dapat pula diikuti oleh peladjar² tjakera-hitung-Alro. Dalam hal ini hendaknja kita mengganti L_b dengan N^2, L_o dengan N dan hendaknja senantiasa kita menjetelkan indeks berhadapan dengan a pada R.

2°. *a adalah negatif.*

Untuk itu berlaku: djika **djumlah** bilangan² pada R dan L_b jang harus dikombinasikan sama dengan b, maka kita mendapatkan akar-**negatif** pada L_o; djika **selisih** dari harga² pada R dan L_b sama dengan b, maka kita mendapatkan akar **positif** [1]).

Djuga sekarang harga-L_b harus lebih besar lagi daripada harga tadi pada R.

Tjontoh 2: $x^2 - \dfrac{44}{x} = 35{,}5.$

Kita menjetelkan angka 1 dari S_o diatas 4.4 dari L_o. Sekarang kita masih harus mentjari kepada sepasang bilangan dari R dan L_b jang mempunjai djumlah 35,5. Dalam tjontoh ini kita mulai mendasarkan hitungan kita kepada bilangan² bulat pada L_b. Pada 25 dari L_b, kita mendapatkan 8.8 pada R dan djumlah kedua bilangan tersebut ialah 33,8 djadi terlampau ketjil. Pada 27 dari L_b, kita mendapatkan bilangan *sedikit lebih ketjil* daripada 8.5 pada R. Maka dengan sendirinja djumlahnja adalah sedikit lebih ketjil pula. Djika kita menggeserkan kekanan, harga-bilangan pada L_b meningkat dengan lebih tjepat daripada bilangan² pada R jang mendjadi bertambah ketjil. Kita hanja boleh sedikit kekanan dan mendapatkan pada L_o, bilangan 5,2. Karena kita bekerdja dengan *djumlah*, maka $\mathbf{x_1 = -5{,}2}$.

Djika kita menggeserkan sorong lebih djauh kekanan, maka kita dapat bekerdja dengan memakai selisih. Pada bilangan 40 pada L_b terdapatlah 6.95 pada R. Selisih dari harga² tsb. adalah 33,05. Lebih kekanan lagi, kita mendapatkan akar $\mathbf{x_2 = 6{,}5}$, dan ini adalah hasil jang terachir.

Sebagai djuga terdapat pada tjontoh 1, maka kita dapat mendapatkan akar ketiga dengan menempatkan angka 10 dari S_o diatas 4.4

---

[1]) Demikian pula hal tersebut akan membuat djelasnja, x_1^2 adalah positif. Djika x_1 positif pula, maka pada waktu harga a mendjadi negatif, selisih dari x_1^2 dan $\left|\dfrac{a}{x_1}\right|$ harus sama dengan b. Djika x_1 adalah negatif, maka djumlah dari x_1^2 dan $\left|\dfrac{a}{x_1}\right|$ sama dengan b.

dari L_o. Dalam hal ini kita mempergunakan sifat-akar sebagai termaksud dalam tjontoh diatas dan menentukan $\mathbf{x_3 = -(x_1 + x_2) = -1{,}3}$ [1]).

II. *b adalah negatif.*

Dalam pada itu perbandingan hanja mempunjai satu akar sedjati [2]). Maka kita masih harus menentukan hanja akar itu sadja. Djika kita mengumpamakannja dengan x_1, maka perbandingan harus sebagai berikut:

$$x_1^2 + \frac{a}{x_1} = b,$$

dimana b adalah *negatif*.

Karena x_1^2 senantiasa adalah positif, maka $\frac{a}{x_1}$ harus pula negatif.

Maka kita menghadapi dua kemungkinan.

1°. *a adalah negatif.* Dalam pada itu $\mathbf{x_1}$ = **positif.**

Kita harus semata-mata menghitung dengan memakai selisih antara harga² dari R dan L_b, dimana harga² R harus jang paling besar.

2°. *a adalah positif.* Dalam pada itu $\mathbf{x_1}$ = **negatif.** Djuga disini sekali lagi kita harus bekerdja semata-mata dengan selisih dan $\left|\frac{x_1}{a}\right|$ harus jang terbesar pula.

Tjontoh 3: $x^2 - \frac{12}{x} = -18.$

Sekarang kita menjetelkan angka 1 dari S_o diatas 1.2 dari L_b. Selandjutnja kita harus sedikit berhati-hati. Djika bilangan² pada L_o berdjalan dari 1—10, maka karena itu akan terdapat hal jang sama pada R dan pada L_b akan terdapat bilangan² antara 1—100. Hanja harga² pada R harus lebih besar daripada harga² pada L_b. Dalam hal ini keadaan sebagai diatas tidaklah mungkin. Djika kita sekarang memberikan pada bilangan² pada L_b jakni harga² antara 0,1—1 dan

[1]) Dari $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ berikutlah $x_3 = -(x_1 + x_2)$.

[2]) Kedua akar lainnja adalah chajal.

pada L_b antara 0,01—1, maka kita mendapatkan harga² dari bilangan² pada R antara 10—100, oleh karena bilangan² pada L_o dan R mempunjai hasil-kali 12.

Sekarang kita memindahkan, garis-pedjalan pada 20 dari L_b. Dalam tjontoh ini kita mendapatkan 0,2. Pada R kita mendapatkan lebih dari 26.8. Selisihnja adalah lebih besar dari 18. Maka kita harus mentjari kekanan. Achirnja kita mendapatkan kedudukan jang kita kehendaki jakni diatas 18.44 dari R dan 0.441 dari L_b jang segaris dengan 0.657 dari L_o. Maka kita mendapatkan $\mathbf{x_1 = 0{,}657}$ [1] (0,651).

Tjontoh 4: $x^2 + \frac{12}{x} = -18.$

Kita akan dapat bekerdja dengan tjara sama sebagai dalam tjontoh 3 dan kita mendapatkan pada L_b, jakni harga 0.657. Sekarang kita mendapatkan akar negatif, jakni $\mathbf{x_1 = -0{,}657}$.

Setelah selesai keempat tjontoh diatas, maka selesailah soal kita, dan kita masih perlu memberikan 2 tjontoh tjara menghitung lagi:

5. $x^2 - \frac{1}{x} = 3.$

Dalam hal ini, kita harus menjetelkan angka 1 dari S_o diatas 1 dari L_o, sehingga kita dapat mempergunakan mistar didalam keadaan tidak tergeser gisirnja (tertutup).

Pertama kita mengumpamakan, bahwa bilangan² pada L_o menundjukkan bilangan² (harga²) dari 1—10. Maka bilangan² pada R mempunjai harga² dari 0,1 — 1, dan bilangan² pada L_b dari 1—100. Sekarang kita mendapatkan kombinasi² antara 0.655 dari R dengan 2.345 dari L_b, dimana bilangan 1.53 dari L terletak segaris.

Sekarang $2{,}345 + 0{,}655 = 3$ dan berhubung $x_1^2 - \frac{1}{x_1} = 3$, maka akar jang diperoleh harus negatif, djadi $\mathbf{x_1 = -1{,}53}$.

---

[1]) Djika kita hendak menentukan kedua akar chajal, maka kita harus menulis persamaan didalam bentuk $x^3 + 18x - 12 = 0$.

Djika kita sekarang membagi bagian pertama dengan $(x - 0{,}657)$ maka tinggallah suatu persamaan-pangkat-dua untuk kita, jang dapat kita petjahkan dengan memakai tjara aldjabar biasa.

Dengan menggeserkan kekanan, kita masih mendapatkan sepasang bilangan pada R dan L_b, jang mempunjai selisih 3; *kira*² pada 0,535 dari R. Hal itu menghasilkan akar $x_2 = 1{,}87$ lebih. Berkenaan dengan keadaan tsb. diatas, jang bagi kami belum lagi merupakan perhitungan jang tjukup teliti, maka kita lebih suka mentjari akar ke-3. Djustru kita telah menguraikan tentang djumlah dan selisih, maka baiklah kita berpangkal dari pokok² tadi, bahwa bilangan² pada L mewakilkan harga² dari 0,1 sehingga 1. Dalam pada itu, pembagian-L_b menundjukkan harga² dari 0,01—1 dan pembagian-R terdiri dari harga² 1—10. Karena kita harus mendapatkan harga jang lebih besar pada waktu terdapat selisih pada L_b, maka kita membatasi diri untuk semata-mata mentjari kepada suatu kombinasi jang mempunjai djumlah 3. Djika kita berpangkal kepada 3 dari R, maka pada L_b harus terdapat 0,11. Djumlah mendjadi lebih besar dari 3, maka kita harus mentjari kekanan. Pada bilangan 2,8 pada R kita mendapatkan pada L_b suatu bilangan jang sedikit lebih dari 0,12, karena, itu kita harus sedikit kekanan lagi, dan achirnja mendapatkan pada L_o, untuk akar-pangkat-3 jakni bilangan $\mathbf{x_3 = -0{,}348}$. Dari x_1 dan x_3 kemudian kita dapat menentukan $x_2 = 1{,}878$, suatu hasil jang tjukup teliti dan tidak dapat diperoleh diatas [1]).

6. $x^3 + 3x^2 - 4x - 9 = 0.$

Dengan substitusi $x = y - 1$, kita memperoleh perbandingan: $y^3 - 7y - 3 = 0$, jang kita djadikan bentuk $y^2 - \dfrac{3}{y} = 7$.

Kita menjetelkan angka 1 dari S_o diatas 3 dari L_o. Kemudian kita mengumpamakan, bahwa L_o terdiri dari 1—10, maka R terdiri dari 0,1 —1 (hasil-kali dari bilangan² jang berhadapan satu sama lain = 3) dan L_b terdiri dari bilangan² antara 1—100.

Pada angka 11 dipembagian L_b, terdapatlah 0,905 pada R.

Baik selisih maupun djumlah tidak ada jang dapat mentjapai 7. Djika kita memindahkan pedjalan kekanan, maka selisih dan djumlah mendjadi bertambah besar. Didalam keadaan sebagai diatas, maka kita

---

[1]) Akar² sebenarnja: $x_1 = -1{,}532$, $x_3 = 1{,}879$, $x_2 = -0{,}3473$.

tidak dapat memindah pedjalan lebih djauh lagi, karena itu lalu menjetelkan bilangan 10 dari S_0 diatas 3 dari L_0. Sekali lagi kita berpangkal kepada pendirian, bahwa pada L_0 terdapat bilangan² antara 1—10, pada L_b terdapat bilangan² antara 1—100. Segaris dengan angka 3 dari L_b terletaklah angka 1 dari R dan segaris dengan bilangan 1 dari L_0, terletaklah bilangan 3 dari R, sehingga R terdiri dari bilangan² dari 1 — 10.

Sekarang kita mentjari. Pada angka 8 dari L_b terdapatlah 1.06 pada R. Selisih kedua bilangan tersebut mendekati 7. Maka kita harus sedikit kekanan lagi. Kemudian kita mendapatkan untuk y_1, jakni: 2.84.

Djika kita memindahkan pedjalan kekiri, maka kita mendapatkan akar kedua diambil dari djumlah 1.25 dari R dan 5.75 dari L_b, sehingga $y_2 = -2.4$.

x_3 kita tentukan dari $y_3 = -(y_1 + y_2) = -0,441$.

Djika kita menghendaki untuk mendapatkan akar x diatas mistar, maka pada kedudukan pertama dari sorong dan mistar (1 dari S_0 diatas 3 dari L_0), kita harus memberikan harga² antara 0,1 — 1 untuk bilangan² pada pembagian-L_0; djadi untuk bilangan² pada L_b, harga² antara 0,01—1 dan untuk bilangan² pada R, harga² antara 1—10. Selandjutnja kami serahkan kepada pembatja.

Dalam pada itu, dengan tjara mentjari sebagai diatas, kita belum dapat mendapatkan akar² dari perbandingan jang ditanjakan tadi.

Andaikan: $x = y - 1$, maka kita mendapatkan berturut-turut:

$$x_1 = y_1 - 1 = 2{,}84 - 1 = 1{,}84.$$
$$x_2 = y_2 - 1 = -2{,}4 - 1 = -3{,}4.$$
$$x_3 = y_3 - 1 = -0{,}441 - 1 = -1{,}441.$$

Soal²: Tentukanlah akar² dari persamaan² dibawah:

1. $x^2 + \dfrac{5}{x} = 7$
2. $x^2 - \dfrac{3}{x} = 9$
3. $x^2 + \dfrac{17}{x} = 13$
4. $x^3 - 15{,}6x - 32 = 0$
5. $x^3 + 8x - 13 = 0$
6. $x^3 - 27x - 35 = 0$
7. $x^3 - 3x^2 - 9x + 12 = 0.$

§ 18 Bagian belakang dari sorong

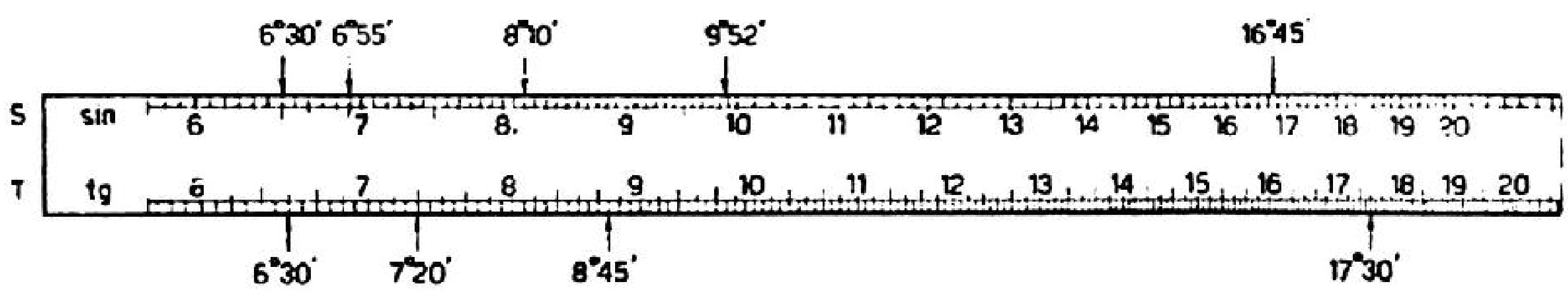
Pada bagian belakang dari sorong terdapatlah 3 pembagian: dari atas kebawah, jakni: pembagian-S; pembagian-S-T dan pembagian T [1]).

Pembagian-S mempunjai pembagian dari kiri kekanan-menurut logaritma — untuk sudut² antara 5°44′ dan 90°, dalam warna hitam (arti dari angka² jang berwarna merah akan didjelas nanti). Kepada makin bertambah ketjilnja djarak² dapat dilihat dengan djelas, bahwa ada 6 djenis pembagian. Dalam pembagian pertama tiap garis jang berikut menundjukkan 5′, dalam pembagian kedua 10′ dan dalam pembagian ketiga 20′; dalam pembagian keempat 30′, dalam pembagian kelima 1° dan dalam pembagian keenam: dua garis menundjukkan berturut-turut 82°30′ dan 85°.

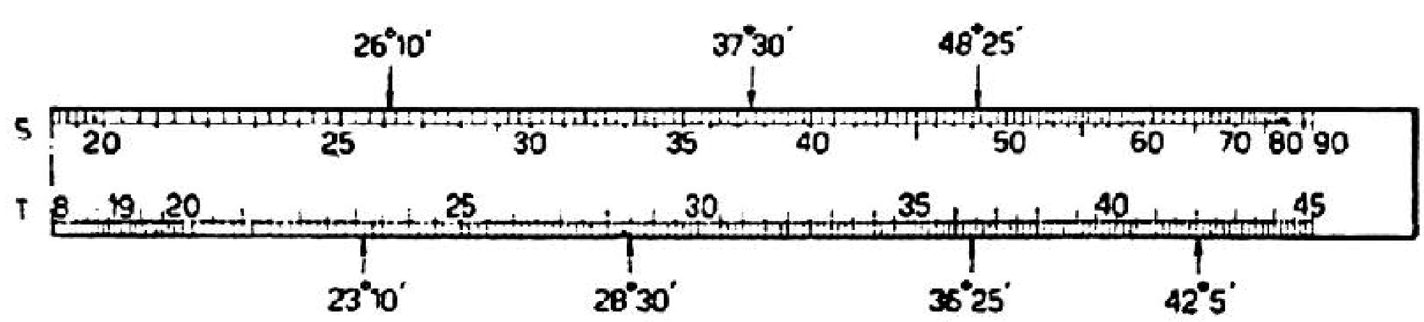
Pada gambar 23*a* dan 23*b* jang berturut-turut menggambarkan bagian kiri dan -kanan, dapat terlihat beberapa sudut.

Pembagian-T mempunjau suatu pembagian menurut logaritma dari sudut² 5°44′ sehingga 45°. Disini kita mendapatkan 2 djenis pembagian. Pada pembagian pertama jang berdjalan dari 5°44′ sehingga 20°

Gamb. 23a



Gamb. 23b



---

[1]) Lihat peringatan pada halaman 93.

Pada tjakera-hitung-Alro pembagian² tersebut terdapat pada skala-berputar.

setiap garis berikutnja menundjukkan 5', dan pada pembagian kedua jang berdjalan antara 20°—45°, diantara 2 garis terdapatlah 10'. Lihatlah gambar 23*a* dan 23*b*.

Pembagian *S-T* ialah mengenai sudut² ∾ 34'23" sehingga 5°44'. Dalam ketiga pembagian tersebut diatas, djarak² garis² menundjukkan berturut-turut 1' (hingga 3°); 2' (hingga 5°) dan 5'.

§ 19 Tjara mengerdjakan perbandingan² konamatra. Sinus dan cosinus

Ketiga pembagian pada muka-sorong-belakang adalah menurut logaritma, artinja jang dibuat dasar perbandingan² ialah mantisa² dari logaritma. Pada pembagian-*S* terdapat sinus² dari sudut² antara 5° 44'21" dan 90°; pada pembagian-*T* terdapat tangens² dari sudut² antara 5°44'21" hingga 45°; pada pembagian *S-T* terdapat sinus² dan tangens² dari sudut² antara 34'23" dan 5°44'.

Batas² dari pembagian² tersebut dibuat sedemikian rupa, sehingga dikerdjakan kombinasi antara pembagian² tersebut dengan pembagian² S_o dan L_o, jakni pada muka mistar dan sorong.

Sebab $\sin 5°44'21'' = 0{,}1$ dan $\sin 90° = 1$.

Untuk sudut² antara 5°44'21" dan 90°, maka sinus berdjalan antara 0,1 dan 1.

Pada pembagian-L_o tertulis bilangan² logaritmis dari 0 s/d 10. Artinja: sedjak titik-permulaan 1 maka logaritma² dari bilangan² dibuat dengan perbandingan² 25 : 1.

Sekarang mantisa² dari bilangan² antara 0,1 dan 1 merupakan bentuk jang konkruen dengan bilangan² jang sesuai dengan bilangan² dari 1 dan 100; hanja petundjuk² dari bilangan² jang sesuai dengan golongan kedua tadi adalah lebih besar: 1. Dari itu, maka kombinasi antara *S* dan L_o dapat difahamkan [1]).

---

[1]) Djika pembagian sinus dan -tangens dikombinasikan dengan S_b dan L_b, maka tidaklah diharuskan adanja pembagian *S-T*, sebab S_b dan L_b

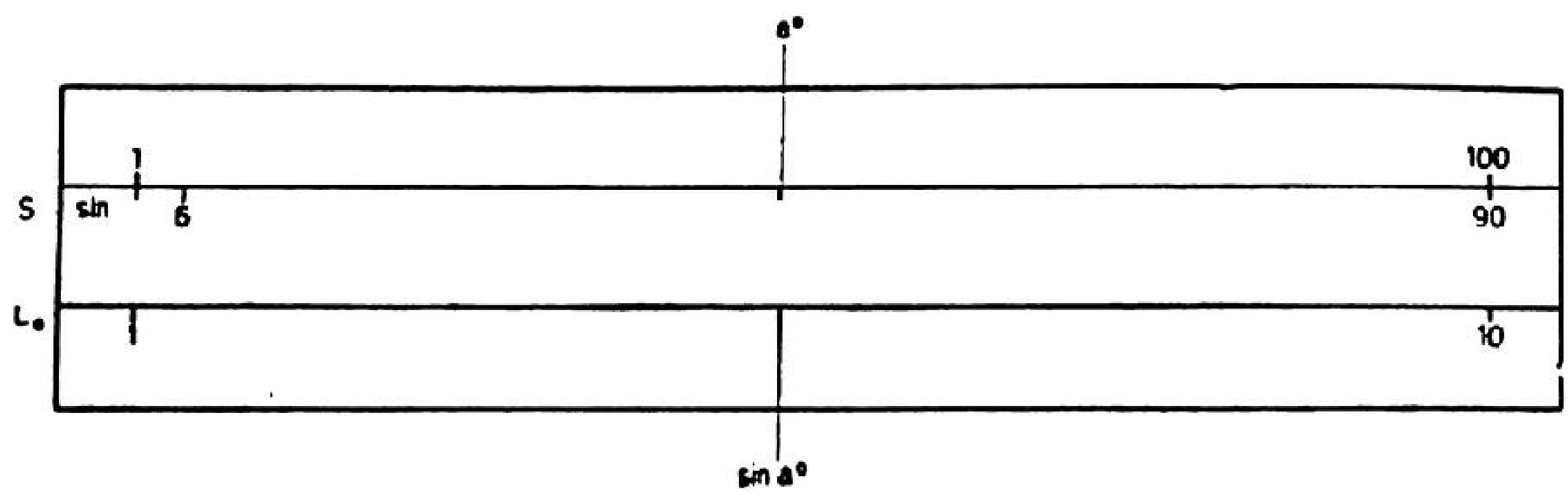
Djika kita menggeserkan sorong pada mistar dengan sedemikian rupa, sehingga muka belakang djatuh diatas, dan pembagian-S djatuh pada sisi pembagian-L_b (djadi pembagian-T djatuh berhadapan dengan pembagian-L_o), maka pembagian-S akan berdjalan sedjadjar dengan pembagian-L_o, dengan pengertian, bahwa harga² pada L_o harus dibagi dengan 10. Dengan memakai garis-pedjalan, kita dapat mendapatkan sinus² dari sudut² 5°44'21'' dan 90° pada pambagian-L_o, sebagai ditundjukkan oleh gambar 24 [1]).

Djika — pada waktu menentukan sinus dari sesuatu sudut — sudut tadi telah diketahui dan didapatkan pada pembagian-S, maka kita harus membatja bilangan² pada L_o sebagai bilangan² antara 0,1 *dan* 1.

Marilah kita memeriksa harga² dibawah ini pada mistar:

sin 30° = 0,5	sin 37°40' = 0,611
sin 13° = 0,225	sin 65°30' = 0,910
sin 25°20' = 0,428	sin 72° = 0,951

Gamb. 24



berdjalan dari 1 — 100, jang berarti berdjalan sedjadjar dengan pembagian dari 0,01 sehingga 1. Dengan selandjutnja mengganti L_o dan S_o dengan L_b dan S_b, maka uraian ini dapat pula diartikan untuk menghitung dengan memakai mistar; untuk mistar² ini, pembagian S-T jang tersendiri mendjadi dihapuskan.

[1]) Pada tjakera-hitung-Alro pembagian² S, T dan S-T senantiasa dikerdjakan dengan kombinasi dengan pembagian-N. Dalam hal ini tjakera-hitung dapat pula kita samakan dengan sebuah mistar, dimana sorong digeserkan dengan muka-belakangnja diatas. Dalam hal ini hendaknja para peladjar tjakera-hitung memperhatikan kepada apa jang selandjutnja diuraikan selandjutnja.

Demikian pula sebaliknja kita dapat menentukan suatu sudut jang mempunjai sinus jang telah diketahui, dengan menentukan harganja pada S jang segaris dengan harga pada L_o (dengan memakai garis-pedjalan). Dalam hal ini hendaknja kita berlatih untuk mengerdjakan hitungan² sebagai dibawah:

0,108 = sin 6°12′	0,444 = sin 26°22′
0,156 = sin 8°58′	0,527 = sin 31°50′
0,207 = sin 11°57′	0,808 = sin 53°50′

Cosinus dari sudut² dapat kita dapatkan dengan memakai rumus: $\cos\alpha = \sin(90° - \alpha)$. Umpamanja: untuk menentukan cos 47° kita mentjari sin 43°. Dari itu berikutlah, bahwa kita dapat menentukan cosinus² dari sudut² antara 0° dan 84°15′39″ dengan memakai pembagian S dan L_o. Untuk mudahnja bagi para pemakai, pada kebanjakan mistar-hitung, pada pembagian-S tertulis pula harga² komplemen dari sudut² didalam warna merah, sehingga dengan demikian kita dengan sekaligus dapat menentukan cosinus² dari sudut² [1]).

Selandjutnja periksalah harga² dibawah:

cos 50° = 0,643	0,368 = cos 68°24′
cos 72°20′ = 0,303	0,159 = cos 80°51′
cos 81°15′ = 0,152	0,106 = cos 83°55′

Untuk menentukan sinus dari sudut² antara 0°34′23″ dan 5°44′21′ kita mempergunakan pembagian S-T pada muka belakang dari sorong didalam kombinasi dengan pembagian-L_o.

Sebab sin 34′23″ = 0,01 dan sinus 5°44′21″ = 0,1.

Logaritma² dari bilangan² dari 0,01 sehingga 0,1 merupakan pula suatu kesatuan (golongan) jang konkruen dengan bilangan² dari 1 sehingga 10 (jang terdapat pada pembagian-L_o).

Djika — untuk menentukan suatu sinus dari sesuatu sudut — sudut tadi didapatkan pada pembagian S-T, maka kita harus membatja bilangan² pada L_o sebagai bilangan² antara 0,01 *dan* 0,1.

Dengan memakai sorong — jang kita tempatkan sedemikian rupa

---

[1]) Pada tjakera-Alro, angka² merah tersebut tidak ditulis.

pada mistar, sehingga muka-belakangnja ada diatas — kita dapat mendapatkan sinus dari tiap² sudut dengan memakai garis-pedjalan d andengan mengombinasikan pembagian² *S-T* dan L_o, serta dengan membagi bilangan² pada L_o dengan 100.

Periksalah bilangan² dibawah:

sin 40′ = 0,01164	sin 2°35′ = 0,0451
sin 1° = 0,01745	sin 4°18′ = 0,0750
sin 1°32′ = 0,0268	sin 5°13′ = 0,0910

Demikianlah sebaliknja pula:

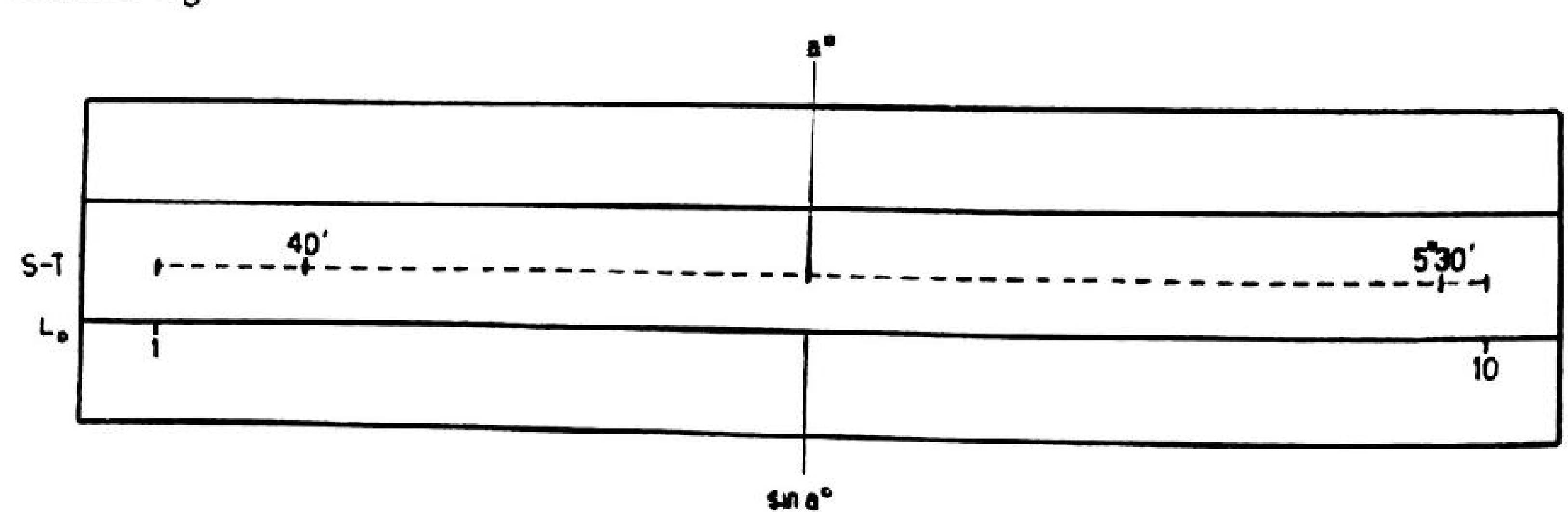
0,0106 = sin 36°25′	0,0428 = sin 2°27′
0,0205 = sin 1°10′30″	0,0610 = sin 3°30′
0,0315 = sin 1°48′10″	0,0748 = sih 4°17′

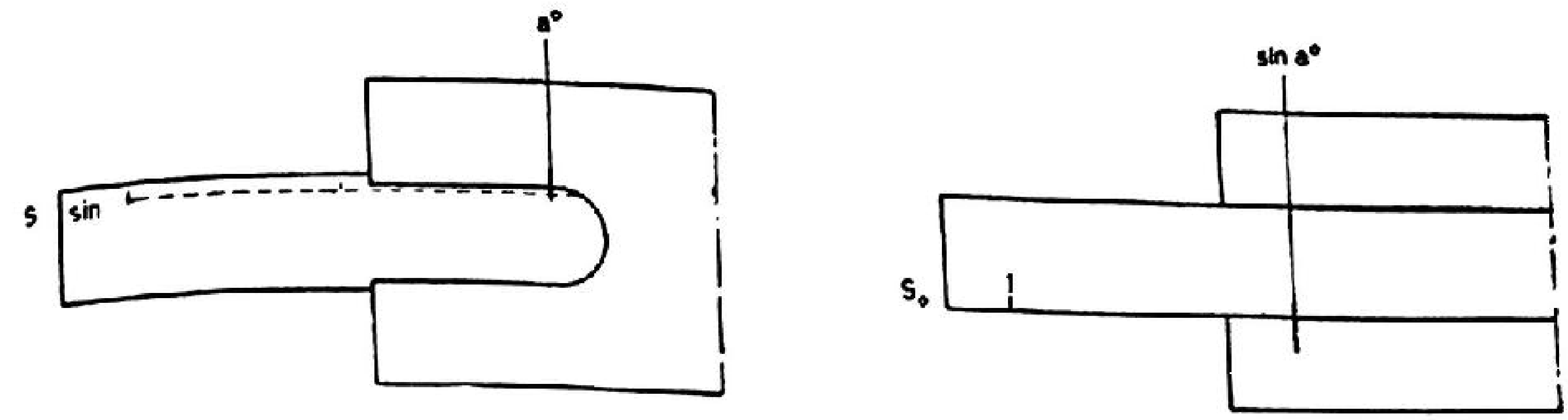
Dengan memakai pembagian *S-T* dan L_o, kitapun dapat menentukan *cosinus* dari sudut² antara 84°15′39″ dan 89°25′37″, jakni dengan memakai ketentuan: $\sin \alpha = \cos (90 - \alpha)$

Untuk dapat menentukan sinus² dari sudut² lebih ketjil dari 34′23″. kitapun dapat, membuat suatu pembagian lagi, jang berlangsung konkruen dengan L_o. Untuk itu kita harus menentukan sudut α, sehingga $\sin \alpha = 0{,}001$ (pada mistar kita dapatkan ± 3′30″) dan demikian pula selandjutnja. Pada umumnja mistar tidak dipergunakan untuk menghitung sudut² lebih ketjil daripada 34′. Mengenai hal ini lihatlah § 20.

Kitapun dapat menentukan sinus² dari sudut² antara 34′23″ dan 90° pula dengan tiada membalikkan sorong pada mistar. Untuk menger-

Gamb. 25





sisi belakang

sisi depan

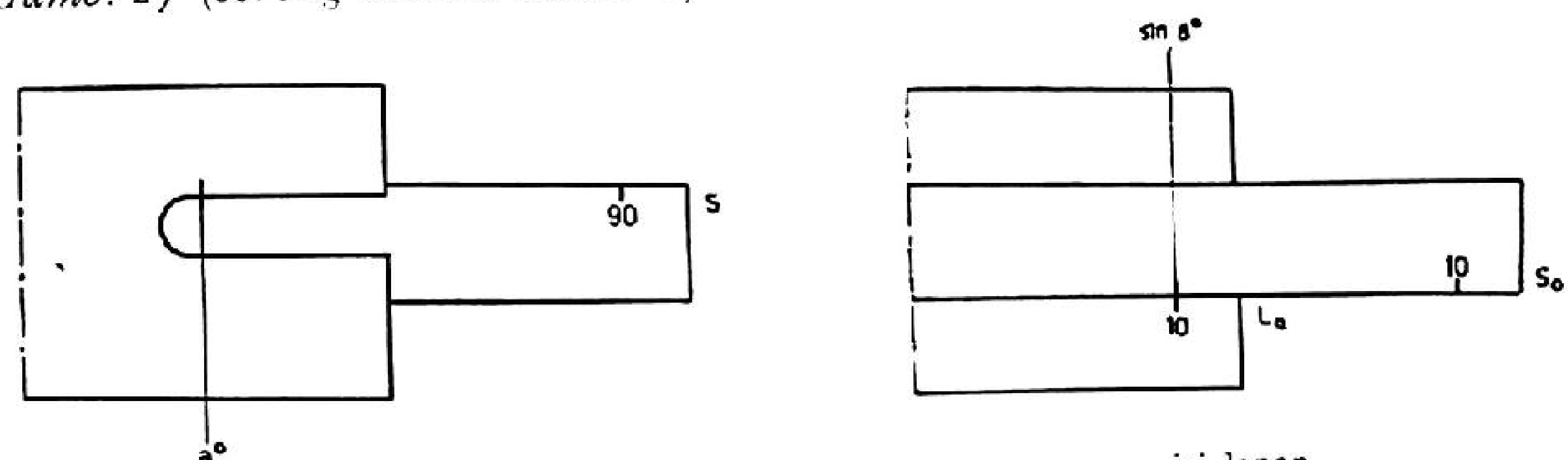
Gamb. 26 (sorong tertarik kekiri)

djakan tjara tersebut dipergunakanlah tjekungan² pada kedua sisi dibagian belakang (bawah) dari mistar.

Untuk sudut² jang terletak pada pembagian-S, kita dapat menggeserkan sorong kekanan dan kekiri [1]).

Pada kedua tjara menghitung tersebut, kita menempatkan sudut α jang dipersoalkan dengan berhadapan tanda jang terletak dibagian atas dari tjekungan, kemudian membalikkan mistar dan membatja harga sinus pada S_0, pada waktu sorong *digeserkan kekiri*, jakni: *bilangan jang segaris dengan angka* 1 *dari* L_0 dan pada waktu sorong *digeserkan kekanan*: *bilangan jang segaris dengan angka* 10 *dari* L_0 [2]). Lihatlah selandjutnja gambar² 26 dan 27.

Gamb. 27 (sorong tertarik kekanan)



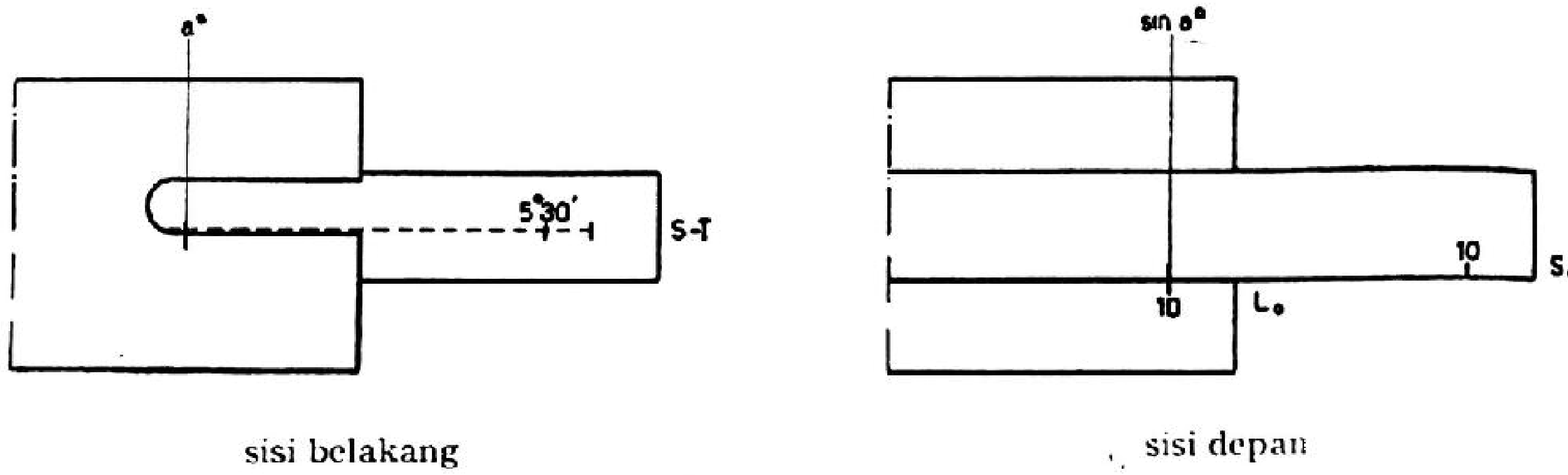
sisi belakang

sisi depan

---

[1]) Pada beberapa mistar, kita hanja dapat mempergunakan satu tjekungan. Dalam hal ini akan mendjadi djelaslah, bahwa pada tjakera-hitung-Alro, kita hanja dapat membatja dengan 1 djalan, jakni sebagaimana telah diuraikan dimuka.

[2]) Tanda² jang tertulis pada tjekungan² adalah segaris dengan titik permulaan dan -terachir dari L_0; hal itu dapat diperiksa kembali dengan garis-



Gamb. 28

Hendaknja dengan metode-baru tersebut, kita memeriksa kembali peladjaran² pada hal. 94 dan 95.

Sebaliknja dapat kita menentukan harga sinus jang diketahui dengan djalan menjetel harga jang diketahui pada S_o, berhadapan dengan 1 atau 10 dari L_o dan berhadapan dengan tanda membatjakan sudut pada S dalam tjekungan. Hendaknja kita memeriksanja dengan latihan² pada hal. 94 dan 95.

Demikian pula harga² cosinus dapat kita hitung dengan memakai metode diatas.

Untuk menentukan sinus dari sudut² jang terletak pada pembagian S-T, maka kita mempergunakan tanda jang tertulis pada bagian-bawah dari tjekungan-kanan pada sisi-belakang dari mistar. Untuk itu mistar harus digeserkan kekanan; djadi harga-sinus dibatja pada pembagian-S_o, jakni dimuka angka 10 dari L_b.

Sebaliknja kita menjetelkan sesuatu harga sinus jang diketahui dengan menjetelkan bilangan tadi (setelah dikalikan dengan 100) pada pembagian-S_o dengan segaris dengan angka 10 dari L_o; mistar kemudian kita balik dan pada S-T kita membatja sudut jang berhadapan (segaris) dengan tanda jang paling-bawah (gambar 28).

---

pedjalan. Pada metode tersebut, kita mempergunakan konkruensi daripada pembagian² S_o dan L.

Sebagai telah diterangkan dalam suatu peringatan, pada mistar jang tidak mempunjai pembagian² S-T, kita harus membatja hasil-hitungan kita pada pembagian-S_b.

§ 20 Tangens dan cotangens

Karena mantise² dan tangens pada mistar tertulis sehingga harga² dalam 3 desimal (dengan mendekati), maka pembagian² sudut² menutur sinus dan tangens jang lebih ketjil dari 5°40′ adalah tjotjok seluruhnja [1]).

Dari itu, maka suatu pembagian S-T dalam kombinasi dengan L_o berlaku baik untuk harga² sinus, maupun untuk harga² tangens. Apa jang telah diuraikan dalam § 19 mengenai pembagian S-T, dapat berlaku sama baik untuk sinus² dari sudut² lebih ketjil dari 5°44′, maupun untuk tangens dari sudut² itu tadi.

LATIHAN

Tentukanlah tangens dari sudut² jang terdapat pada hal. 95.

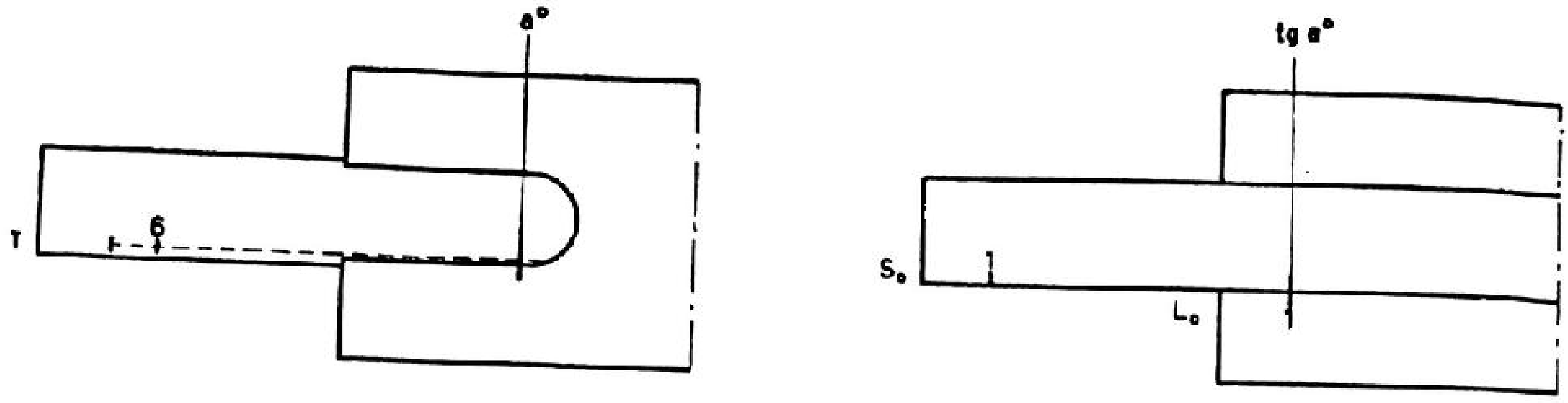
Pembagian-T didalam suatu kombinasi dengan pembagian-L_o menghasilkan tangens² dari sudut² antara 5°44′ dan 45°. Sebab tg 5°44′ 21″ = 0,1 dan tg 45° = 1.

Djika kita menggeserkan sorong didalam mistar dengan pembagian-T dibalik keatas, sehingga pembagian-T itu djatuh berhadapan dengan pembagian-L_o, maka kita mendapatkan pada pembagian-L_o, jakni tangens dari sudut² jang langsung terletak diatasnja. *Pada L_o terdapatlah bilangan² dari* 0,1 *hingga* 1.

Periksalah:

tg 6° = 0,1051	tg 25°45′ = 0,482
tg 10°10′ = 0,179	tg 30° = 0,577
tg 15°30′ = 0,277	tg 42°18′ = 0,910
tg 20°15′ = 0,369	tg 45° = 1

[1]) Dalam suatu daftar, dimana terdapat log dari sinus² dan tangens didalam 5-desimal, kita dapat menjaksikan, bahwa harga² dari sinus dan tangens dari sudut² sehingga 5°41′ pada ketiga-desimal pertama adalah sama (djika tjukup baik dibulatkan hingga 3-desimal). Untuk 5-desimal kita mendapatkan keadaan jang tjotjok satu sama lain untuk sudut² ≤ 22′.



sisi belakang — sisi depan

Gamb. 29

Dan sebaliknja dari bawah keatas:

0,108 = tg 6°10′	0,471 = tg 25°13′
0,146 = tg 8°18′	0,500 = tg 26°34′
0,195 = tg 11°2′	0,672 = tg 33°54′
0,347 = tg 19°8′	0,849 = tg 40°20′

Dengan tiada membalikkan sorong, kita dapat menentukan tangens dari sudut² jang terdapat pada pembagian-T dengan memakai tanda jang paling bawah pada tjekungan-kiri. Maka sorong digeserkan kekiri[1]).

Harga-tangens kita dapatkan dengan membatja bilangan dimuka angka 1 dari L_o pada S_o (lihat gambar 29).

Hendaknja tangens sedut diatas ditentukan menurut metode tersebut.

Cotangens dari sudut² antara 45° dan 89°25′37″ kita tentukan dengan memakai rumus cotangens $\alpha = \text{tg}\ (90° - \alpha)$. Maka pada dasarnja kita menentukan tangens dari komplemen dengan djalan sebagai diatas.

Untuk memudahkan membatja, komplemen² ditulis dalam warna merah pada pembagian-T.

Periksalah dengan pembagian-T:	Dengan pembagian S-T:
cotg 75°12′ = tg 14°48′ = 0,264;	cotg 85° = tg 5° = 0,0875
cotg 58°30′ = tg 31°30′ = 0,613;	cotg 86°12′ = tg 3°48′ = 0,0664
cotg 64°18′ = tg 25°42′ = 0,481;	cotg 88° = tg 2° = 0,0349
cotg 82°20′ = tg 7°40′ = 0,1346;	cotg 89°10′ = tg 50′ = 0,01455
	(Perhatikan 0,0)

[1]) Djuga hal itu tidak berlaku untuk tjakera-hitung-Alro.

Tangens *dari sudut² lebih ketjil dari 34'23" dan cotg dari sudut² lebih besar dari 89°25'37" tidak dihitung dengan mistar.*

Tangens *dari sudut² lebih besar dari 45° lazimnja dihitung dengan rumus* $\operatorname{tg} \alpha = \dfrac{1}{\operatorname{cotg} \alpha} = \dfrac{1}{\operatorname{tg}(90 - \alpha)}$.

Umpamanja: untuk mendapatkan tg 70°, kita menentukan tg 20°, kemudian mentjari kembali kebalikan dari harga itu. Hal itu dapat dikerdjakan dengan sorong dibalikkan [1]).

Geserkanlah garis-pedjalan diatas 20° dari T. Maka pada L_0 kita akan membatja harga dari tg 20°. Djika kita membalikkan sorong dan menempatkan angka 1 dari S_0 diatas angka 1 dari L_0, maka kita mendapatkan pada R dibawah garis-pedjalan, jakni kebalikannja dari jang tg 20° jakni tg 70° = 2,747.

Kitapun dapat bekerdja dengan sekali menjetelkan mistar, djika kita mempergunakan sorong pada kedudukan biasa dari tjekungan ada tandanja. Hal itu dapat dikerdjakan dengan 2 djalan:

A. Setelkanlah 20° dari pembagian-T diatas tanda paling bawah dari tjekungan-kiri. Balikkanlah mistar. Sekarang kita membatja pada S_0 dihadapan angka 1 dari L_0, jakni harga dari tg 20° (0,364). Dengan garis-pedjalan kita mendapatkan pada pembagian-R dari sorong, jakni kebalikan dari harga tersebut: 2.747. Maka tg 70° = 2,747.

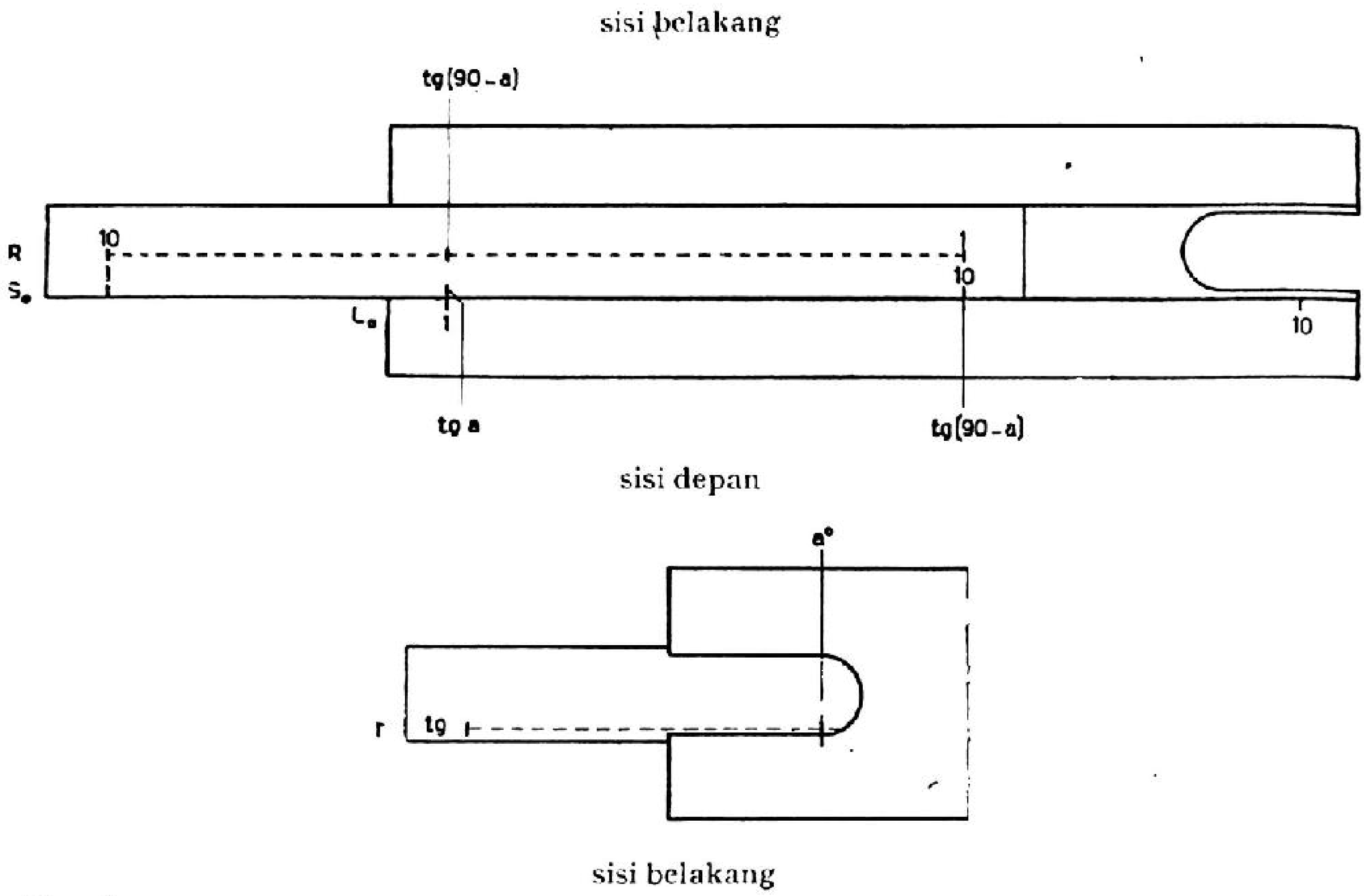
B. Dengan menjetelkan mistar sebagai dalam *A*, kita mendapatkan pada L_0, dibawah bilangan 10 dari S_0 dengan langsung: kebalikan dari tg 20°, jakni 2.747 [2]).

Rumus jang terkenal ialah: tg 5°44'21" = 0,1. Dari sini berikutlah tg 84°15'39" = 10. Tangens dari sudut² jang lebih besar dari 45° jang didapatkan dengan tjara mempergunakan pembagian-T sebagai diatas, terletak diantara bilangan² 1 dan 10.

---

[1]) Pada tjakera-Alro tjara menghitung ini adalah djauh lebih mudah, karena pembagian² N dan R disana berdiri langsung berhadapan dengan pembagian-T. Djika kita memutarkan garis-rambut diatas 20° dari T, maka kita membatja pada N (skala-tetap) harga dari tg 20° dan pada R harga dari $\operatorname{tg} 20° = \dfrac{1}{\operatorname{tg} 70°} = \operatorname{cotg} 20°$.

[2]) Lihatlah harga kebalikannja dalam bab. 10.



Gamb. 30

Dari sudut[2] antara 84°15′39″ dan 89°25′37″ kita dapat menentukan tangens[2]-nja dengan memakai tjara analog dan dengan mempergunakan pembagian *S-T*.

Umpamanja: untuk menentukan tangens 86°, kita menjetelkan pada 4° dari pembagian *S-T* diatas tanda jang paling bawah dari tjekungan kanan dan sekarang kita dapat membatja diatas angka 10 dari L_o pada pembagian-*R* atau dibawah angka 1 dari S_o pada pembagian L_o, jakni: tg 86° = 14,3 [1]).

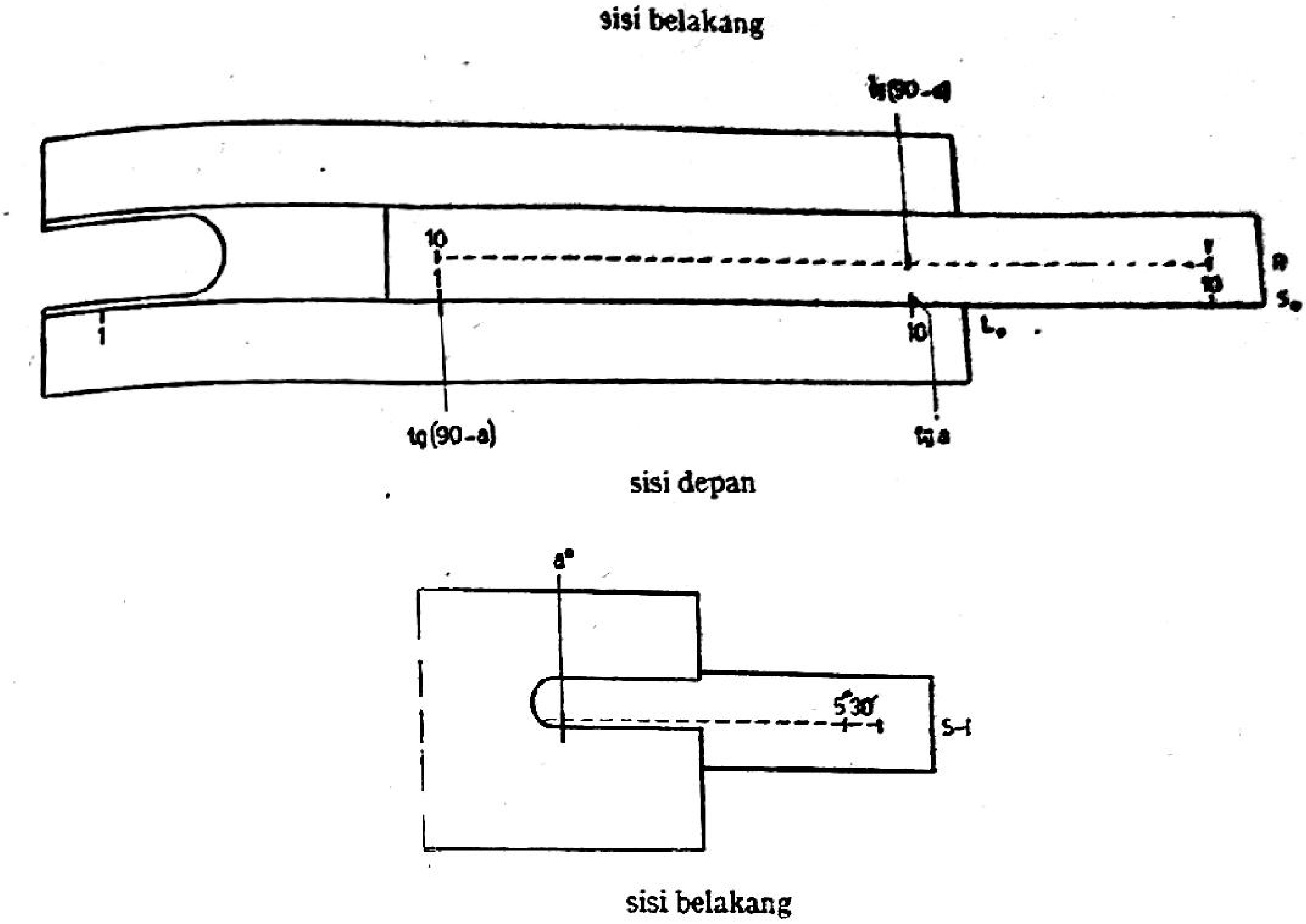
Tangens dari sudut[2] antara 84°15′39″ *dan* 89°25′37″ *terletak antara* 10 *dan* 100.

Cotangens *dari sudut lebih ketjil dari* 45° *kita tentukan dengan metode sebagai diatas, jakni dengan menentukan tangens dari komplemennja.*

Dalam pada itu berlakulah rumus: $\operatorname{cotg} \alpha = \operatorname{tg}(90 - \alpha) = \dfrac{1}{\operatorname{tg} \alpha}$.

---

[1]) Pada tjakera-Alro dimuka angka 4 dari *S-T* kita mendapatkan dengan langsung harga dari tg 86° atau cotg 4° pada pembagian-*R*.



Gamb. 30

Periksalah *dengan pembagian-T*:

$$\text{tg } 47^\circ 20' \quad = \frac{1}{\text{tg } 42^\circ 40'} = 1{,}085.$$

$$\text{tg } 57^\circ 30' \quad = \frac{1}{\text{tg } 32^\circ 30'} = 1{,}570.$$

$$\text{tg } 80^\circ 10' \quad = \frac{1}{\text{tg } \ 9^\circ 50'} = 5{,}770.$$

$$\text{cotg } 40^\circ 30' = \frac{}{\text{tg } 4 \quad ^\circ 30'} = 1{,}171.$$

$$\text{cotg } 28^\circ 15' = \frac{}{\text{tg } 2 \quad ^\circ 15'} = 1{,}86.$$

Dengan pembagian S-T:

$$\text{tg } 87^\circ 30' \quad = \frac{1}{\text{tg } 2^\circ 30'} = 22{,}9.$$

Dengan djalan sebagai ditentukan dalam 1°, kita menentukan tempat tanda desimal. Hasil-kali jang kita peroleh ialah: 2,943.

2. $2{,}18 \times \sin 18°25'$.

Sekarang sorong ditarik kekiri; sudut 18°25′ ditempatkan diatas tanda dan diatas 2.18 dari L_o, kita dapatkan hasil-kali pada S_o, jakni: 0,688.

3. $4{,}48 \times \sin 4°32'$.

Setelkan 4°32′ dari S-T diatas tanda pada tjekungan-kanan. Balikkan mistar dan batjalah diatas 4.48 dari L_o pada S_o, hasil-kali: 0,3544 (0.3541).

Metode B jang diuraikan diatas pada umumnja kurang teliti karena kesukaran dalam menejtelkan setjara tepat pada tanda²-tjekungan.

Suatu keberatan lagi ialah, bahwa hasil-kali dibatja pada pembagian S_o, hal mana menjukarkan untuk menghitung selandjutnja, djika kita harus menghitung suatu hasil-kali jang terdiri dari beberapa faktor.

sin α × sin β Untuk menghitung bentuk seperti $ab \sin \alpha \times \sin \beta$, metode A adalah metode jang terbaik. Kesukaran, bahwa pada waktu menghitung, kita harus membalikkan mistar, dalam hal ini hendaknja djangan dianggap sebagai rintangan jang tak berarti.

Tjontoh: $3{,}4 \times 12{,}9 \times \sin 18°20' \times \sin 25°48'$.

Tentukanlah hasil-kali $3{,}4 \times 12{,}9$ dengan sorong sebagai biasa. Tempatkanlah garis-pedjalan diatas hasil-kali itu dan tariklah sorong keluar; masukkan kembali sorong dalam mistar dengan pembagian sudut diatas. Setelkan titik-terachir dari pembagian-S dibawah garis-pedjalan; geserkanlah garis-pedjalan ke 18°20′; kemudian geserkan sorong itu lagi sehingga permulaan S djatuh dibawah garis-pedjalan dan pindahkan garis-pedjalan ke 25°48′. Setelah selesai, batjalah pada L_o dibawah garis-pedjalan: 6.03.

Dengan menafsir, kita mendapatkan: $3{,}4 \times 12{,}9 = \pm 40$.

Sinus 18°20′ adalah lebih besar dari 0,1; sin 25°48′ adalah sedikit lebih ketjil daripada $\sin 30° = \frac{1}{2}$. Harga jang ditjari harus lebih besar daripada $0{,}1 \times 0{,}5 \times 40 = 2$. Maka hasil-kali jang kita peroleh ialah 6,03 (6,00).

LATIHAN[2]:

Hitunglah:

$128 \times 0{,}467 \times \sin 8°12'$; $7{,}16 \times \sin 25°30' \times \sin 16°25'$;

$16{,}7 \times 85 \times \sin 23°15'$; $4{,}3 \times 17{,}8 \times \sin 4°28' \times \sin 36°15'$

Pada waktu menentukan hasil-kali sebagai s tg α, maka djika s tg α $\alpha < 45°$, kita bekerdja dengan pembagian² T dan L, sebagai diuraikan pada A untuk $a \sin \alpha$.

Tjontoh: $17{,}2 \times$ tg $23°18'$.

Dengan memakai pembagian-T diatas, kita telah menjetelkan permulaan pembagian-T diatas 1.72 dari L_o dan mendapatkan dibawah 23°18'dari T pada L_o, jakni 7.41. Karena tangens dari sudut² pada pembagian-T terdapat antara 0,1 dan 1, maka harga jang ditjari terletak antara 1,72 dan 17,2. Kita menetapkan hasil-kali pada 7,41.

Kitapun dapat memakai metode jang diuraikan dalam B. Karena sorong hanja dapat digeserkan kekanan, maka banjak kemungkinan, bahwa harga jang ditjari akan djatuh diluar pembagian-S_o.

Djika $\alpha > 45°$, maka kita dapat berpindah kepada komplemen dengan memakai sorong jang terbalik dan mengubah dar imengalikan mendjadi membagi. Dari $26{,}8 \times$ tg $68°15'$ kita ubah mendjadi $\dfrac{26{,}8}{\text{tg } 21°45'}$. Selandjutnja lihatlah pada halaman 108 ,,membagi".

Kitapun dapat mempergunakan tjekungan untuk mengerdjakan hitungan tersebut diatas. Sebagai diuraikan pada halaman 101 kita menempatkan $90° - \alpha$ diatas tanda tjekungan dan membatja tg dibawah angka 10 dari S_o pada L_o. Maka dengan langsung kita dapat mengerdjakan mengalikan, djika perlu dengan memindahkan sorong melalui seluruh pandjangnja, sebagai diuraikan dalam tjontoh dibawah.

Tjontoh:

$26{,}8 \times$ tg $68°15'$.

$90° - 68°15' = 21°45'$.

Setelkan 21°45' dari T diatas tanda pada tjekungan-kiri. Balikkanlah mistar. Karena bilangan 2.68 dari S_o djatuh diluar pembagian-L_o, maka kita menjetelkan garis-pedjalan pada angka 10 dari S_o dan menggeserkan angka 1 dari S_n dibawah garis-pedjalan. Dibawah 2.68 dari S_n, kita mendapatkan 6.72 pada L_n.

Karena tg 68°15′ terletak antara 1 dan 10, maka kita mendapatkan harga² antara 26,8 dan 268. Hasil-kali kita tentukan pada 67,2.

Menghitung dengan memakai tangens tidak banjak dikerdjakan, karena itu tjukuplah tjontoh diatas untuk kita.

LATIHAN²:

0,684 × tg 20°45′;	172 × tg 65°30′;
7,62 × tg 36°18′;	1,08 × tg 72°15′;
15,8 × tg 24°36′;	0,074 × tg 82°40′.

Membagi.

A. *Dengan sorong terbalik.*

$\frac{a}{\sin \alpha}$ Sebagaimana telah diuraikan dalam § 8 mengenai proses membagi, kita menempatkan α dari pembagian-S diatas bilangan a dari L_o dan membatja dimuka udjung permulaan atau -terachir dari pembagian S, jakni bilangan untuk hasil-bagi pada L_o (penjebut *diatas* pembilang!)

Tjontoh:

1. $\frac{18{,}6}{\sin 56°20'}$.

Sorong dimasukkan kedalam tjekungannja pada mistar dengan terbalik. Setelkanlah 56°20′ dari S diatas 1.86 dari L dengan memakai garis-pedjalan. Batjalah dibawah udjung terachir dari S pada L_o, jakni: 2.235.

Karena sin 56°20′ terletak antara 0,1 dan 1, maka hasil-bagi terletak pula antara $\frac{18{,}6}{0{,}1} = 186$ dan $\frac{18{,}6}{1} = 18{,}6$. Hasil-bagi adalah 22,33.

2. $\frac{4{,}56}{\sin 18°45'}$.

Setelkanlah 18°45′ dari S diatas 4.56 pada L_o dan batjalah dibawah udjung-permulaan dari S pada L_o, jakni; 1.419.

Karena sinus 18°45′ terletak antara 0,1 dan 1, maka hasil-bagi terletak antara 45,6 dan 4,56 dan kita menentukan hasil-bagi pada 14,19.

B. *Dengan sorong dalam kedudukan biasa.*

Kita kembali mempergunakan tjekungan². Baiklah kita menghitung lagi $\frac{18,6}{\sin 56°20'}$.

Setelkan 56°20′ dari S dibawah tanda pada tjekungan (sorong digerakkan kekanan). Balikkanlah mistar dan batjalah dibawah 1.86 dari S_0 pada L_0, jakni: 2.235 [1]). Hasil-bagi kita tentukan pada 22,35.

Pada waktu menghitung $\frac{4,56}{\sin 18°45'}$, maka kita mengerdjakan metode sebagai diatas.

Sekarang sorong harus digeserkan kekiri.

Kita mengerdjakan seluruh hitungan itu dengan djalan analog, $\frac{a}{\text{tg } a}$ pada waktu penjebut adalah suatu harga tangens.

Tjontoh: $\frac{26,8}{\text{tg } 21°45'}$.

Setelkan 21°45′ dari T diatas 2.68 dari L_0 dan batjalah dibawah udjung terachir dari T pada L_0, jakni 6.72. Karena tg 21°45′ < 1, maka kita menentukan hasil-bagi pada 67,2. Sebagai diuraikan pada halaman 107, maka metode inipun adalah suatu metode untuk menghitung 26,8. tg 68°15′.

Pada waktu menghitung hasil-bagi $\frac{\sin x}{a}$, maka sorong harus di- $\frac{\sin a}{a}$ balikkan.

Tjontoh: $\frac{\sin 24°15'}{1,27}$

Kita mulai menghitung dengan membalikkan sorong dan menentukan harga sin 24°05′ dengan memakai garis-pedjalan pada L_0 (kita menda-

---

[1]) Diatas angka 10 dari L_0, kita mendapatkan pada S_0, jakni harga dari sin 56°20′. Dibawah angka 1 dari S_0, kita mendapatkan pada L_0, jakni harga $\frac{1}{\sin 56°20'}$. Karena kini kita menjetelkan pada 18.6 dari S_0, maka kita menghitung $18,6 \times \frac{1}{\sin 56°20'}$.

patkan 4.11, tetapi tidak perlu membatjanja). Kini kita membalikkan sorong dan masih harus membagi harga jang telah diperoleh pada L_0 dengan 1,27. Untuk itu kita menjetelkan bilangan 1.27 pada S_0 dibawah garis-pedjalan dan mendapatkan pada L_0, dibawah angka 1 dari S_0, jakni 3.234. Hasil-kali kita tetapkan pada 0,3234.

LATIHAN²:

Hitunglah:

1. $\dfrac{15{,}86}{\sin 25°18'}$; $\dfrac{2{,}67}{\sin 38°}$; $\dfrac{168}{\sin 15°24'}$; $\dfrac{48{,}6}{\sin 58°20'}$;

2. $\dfrac{180}{\sin 44°18'}$; $\dfrac{0{,}087}{\sin 12°25'}$; $\dfrac{\sin 68°15'}{12{,}5}$; $\dfrac{\sin 24°15'}{4{,}96}$.

Tjakera-Alro.

Karena pembagian menurut konamatra jang terdapat pada skala-berputar itulah, maka kita dapat mengerdjakan pelbagai tjara bekerdja dengan memakai harga² konamatra, sebagai jang dikerdjakan dengan kedua pembagian-N. Kita memberi beberapa tjontoh:

1. 2,18 × sin 18°25';

Setelkanlah indeks berhadapan dengan 2.18 dari N (skala-tetap) dan putarkanlah garis-rambut diatas 18°25' dari S. Pada pembagian-N (skala-tetap) kita mendapatkan hasil: 6.88. Kemudian hasil-kali kita tetapkan pada 0,689.

2. 3,4 × 12,9 × sin 18°20' × sin 25°48'.

Tentukanlah hasil-kali 3,4 × 12,9 dengan tjara sebagai biasa. Kemudian setelkan indeks dibawah garis-rambut dan geserkan garis-rambut ke 18°20' dari S. Pindahkan indeks dibawah garis-rambut dan pindahkan kemudian garis ini ke 25°48' dari S. Pada N (skala-tetap) kita mendapatkan hasil-kali: 6,03 (0,600).

3. 17,2 × tg 23°18'.

Setelkan indeks diatas 1.72 dari N (skala-tetap) putarkan kemudian garis-rambut diatas 23°18' dari T dan pada N (skala-tetap) kita mendapatkan hasil-kali 7,41.

4. $\dfrac{18{,}6}{\sin 56°20'}$.

Setelkanlah 56°20′ dari S berhadapan dengan 1,86 dari N (skala-tetap) dan batjalah dibawah indeks: 2.235. Hasil-bagi kita tetapkan: 22,35.

5. $\dfrac{\sin 23°15'}{2{,}386}$.

Kita menghitung sebaliknja, jakni $\dfrac{2{,}386}{\sin 32°15'}$ sebagai dikerdjakan dalam tjontoh 4. Sebaliknja dari membatja pada pembagian-N, kita membatja pada R dan mendapatkan harga jang sebenarnja: 0,224.

6. $26{,}8 \times \text{tg}\, 68°15'$.

Sebagai dibitjarakan dalam § dimuka, maka kita berpindah kepada komplemen djika $\alpha > 45°$. Kini kita menghitung $\dfrac{26{,}8}{\text{tg}\, 21°45'}$. Setelkanlah indeks pada 2.68 dari N (skala-tetap), jakni 21°45′ dari T dan batjalah dibawah indeks pada N (skala-tetap), jakni: 6,72. Karena $\text{tg}\, 68°15' > 1$, maka kita menentukan hasil-kali pada 67,2.

§ 22 Ketentuan-sinus. Ketentuan-tangens. Tanda² ρ' dan ρ''

Djika kita menentukan hasil-bagi $\dfrac{a}{\sin \alpha}$, dengan memakai metode A sebagai diuraikan dalam § dimuka, maka semua harga² dari pembagian S dan L_0 jang berhadapan satu sama lain adalah didalam satu perbandingan dengan hasil-bagi $\dfrac{a}{\sin \alpha}$ (lihatlah § 10).

Dari pendapat diatas berikutlah, bahwa pada waktu mengerdjakan ketentuan sinus, maka mistar dan sorong hanja perlu disetel sekali sadja pada $\dfrac{a}{\sin \alpha}$; $\dfrac{b}{\sin \beta}$ dan $\dfrac{c}{\sin \gamma}$ jang dalam satu perbandingan dapat kita batja setjara langsung. Kadang[2] sorong perlu digeserkan melalui seluruh pandjangnja.

Karena $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$, maka pada L_0, berhadapan denganudjung terachir dari pembagian sorong, dapat kita batja dengan langsung harga dari $2R$, jaitu garistengah dari lingkaran luar pada segitiga [1]).

Mengenai hal itu tjukuplah didjelaskan dalam dua tjontoh:

1. Dari suatu $\triangle ABC$ diketahui: $a = 18{,}6$; $\alpha = 56°20'$; dan $\beta = 48°30'$. Tentukanlah elemen[2] lainnja.

Setelkanlah 56°20′ dari S diatas 1.86 dari L_0 dengan memakai sorong jang terbalik.

Menurut apa jang diuraikan dalam § 10, maka semua bilangan[2] pada S dan L_0 jang berhadapan satu sama lain adalah dalam satu perbandingan dengan $\frac{a}{\sin\alpha}$.

Djika kita menjetelkan garis-pedjalan pada 48°30′ (sudut β) dari S, maka kita akan dapat membatja dengan langsung pada L_0, jakni: 16.74.

$\angle\gamma = 180° - 56°20' - 48°30' = 75°10'$.

Sisi c kita dapatkan pada L_0 dengan menjetelkan garis-pedjalan pada 75°10′ dari S. Maka kita mendapatkan $c = 21{,}6$.

Tempat dari tanda-desimal kita dapatkan dengan menafsir.

Dibawah udjung-terachir dari S, kita dapatkan pada L_0: $2R = 22.35$.

2. Dari $\triangle ABC$, diketahui $a = 4{,}56$; $b = 13{,}79$; $\angle\alpha = 18°45'$. Hitunglah elemen[2] lainnja.

Dari $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$ pertama-tama dapat kita hitung β.

Setelkanlah pada $\frac{4{,}56}{\sin 18°45'}$. Kita menggeserkan garis-pedjalan ke 1.379 dari L_0, maka ternjata garis-pedjalan djatuh diluar pemba-

---

[1]) Untuk tjakera-hitung-Alro kita mengerdjakan tjara tersebut pula. Harga dari $2R$ dapat terbatja berhadapan dangan indeks pada pembagian-N (skala-tetap). Tjontoh[2] akan tjukup djelas pula.

gian-S [1]). Karena itu kita menjetelkan garis-pedjalan pada udjung-permulaan dari pembagian-S, kemudian memindahkan sorong melalui seluruh pandjangnja, artinja: kita menjetelkan titik-terachir dari pembagian-S dibawah garis-pedjalan den setelah itu kita membatja diatas 1.379 dari L_o pada S: $\beta = 76°30'$ [2]).

Kini kita menghitung $\gamma = 180° - (18°45' + 76°30') = 84°15'$.

Djika kita sekarang menjetelkan garis-pedjalan pada 84°15', maka kita membatja pada L_o, jakni $c = 14.1$.

Untuk $2R$, kita mendapatkan pada L_o berhadapan dengan udjung-permulaan atau -terachir dari S, jakni harga: 14.3 (14.2).

LATIHAN²:

Hitunglah dengan memakai ketentuan-sinus: $2R$ dan elemen² jang kurang:

1. $a = 15{,}18$; $\angle\alpha = 65°30'$; $\angle\beta = 54°20'$.
2. $a = 28{,}3$; $\angle\alpha = 42°10'$; $\angle\beta = 79°30'$.
3. $a = 26{,}4$; $b = 24{,}9°$ $\angle\alpha = 58°$.
4. $a = 36{,}2$; $c = 24{,}18$; $\angle\gamma = 32°30'$.

Ketentuan-tangens

Djuga didalam mempergunakan ketentuan-tangens, mistar dapat dipergunakan dengan berfaedah.

Sebagai diketahui, ketentuan-tangens dipergunakan pada waktu kita mempunjai soal, dimana dari sebuah $\triangle$ diketahui 2 sisi dan sudut jang terimpit didalamnja (ingesloten-hoek). Umpamanja: a, b dan γ, maka $\alpha + \beta$ dapat diketahui pula.

Ketentuan-tangens kita tulis dalam bentuk:

$$\frac{a+b}{\text{tg } \frac{1}{2}(\alpha - \beta)} = \frac{a-b}{\text{tg } \frac{1}{2}(\alpha - \beta)}.$$

Djika $\frac{1}{2}(\alpha + \beta) < 45°$, kita dapat membentuk daftar dengan menjetel-

---

[1]) Hal itu tidak terdapat pada tjakera-Alro. Tjara menghitung dalam hal ini adalah sama dengan dalam tjontoh 1.

[2]) Kemungkinan $\beta = 180° - 76°30' = 130°30'$ tidak kami maksudkan dalam penjelidikan diatas. Maka kita mendapatkan harga² lain untuk c dan γ, metode untuk menghitung adalah tetap sama.

kan $a + b$ dan tg $\frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ dengan berhadapan satu sama lain, sebagai pada ketentuan-sinus. Adalah sangat mudah untuk membatja $\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$. Hal itu dapat disaksikan, djika sudut γ jang diketahui tadi adalah suatu sudut tumpul.

Tjontoh: Dari sebuah segitiga ABC, diketahui: $a = 8{,}96$, $b = 5{,}12$ dan $\angle\gamma = 95°$. Hitunglah elemen² lainnja.
$a + b = 14{,}08$; $a - b = 3{,}84$ dan $\alpha - \beta = 85°$, maka $\frac{1}{2}(\alpha + \beta) = 42°30'$. Djadi

$$\frac{a+b}{\text{tg}\ \frac{1}{2}(\alpha+\beta)} = \frac{a-b}{\text{tg}\ \frac{1}{2}(\alpha-\beta)}$$

kini berubah mendjadi

$$\frac{14{,}08}{\text{tg}\ 42°30'} = \frac{3{,}48}{\text{tg}\ \frac{1}{2}(\alpha-\beta)}.$$

Djika kita menjetelkan sudut $42°30'$ dari T berhadapan dengan 1.408 dari L_o, maka dari harga² pada L_o dan T jang senantiasa berhadapan satu sama lain, hasil-bagi senantiasa sama dengan $\frac{14{,}08}{\text{tg}\ 42°30'}$. Djika kita menggeserkan garis-pedjalan ke 3.84 dari L_o, maka kita mendapatkan pada T, sudut $14°3'$. Djadi $\frac{1}{2}(\alpha - \beta) = 14°3'$ dan $\alpha - \beta = 28°6'$[1]. Karena $\alpha + \beta = 85°$, maka kita dapat menghitung α dan β, kemudian dapat menghitung sisi ketiga dengan memakai ketentuan-sinus dan djika perlu garistengah dari lingkaran-luar (omgeschreven cirkel).

Djika sudut jang diketahui tidak tumpul, maka $\frac{1}{2}(\alpha + \beta) > 45°$. Suatu pembentukan daftar sebagai dalam tjontoh dimuka tidak mungkin dihitung pada mistar. Tjara menghitung adalah sedikit berlainan.

Tjontoh: Dari suatu segitiga, diketahui $a = 17{,}2$, $b = 11{,}16$, dan $\gamma = 62°40'$. Hitunglah elemen² lainnja.
$a + b = 28{,}36$; $a - b = 6{,}04$; $\alpha + \beta = 117°20'$, maka $\frac{1}{2}(\alpha + \beta) = 58°40'$.

Ketentuan-tangens kita tulis sbb.:

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\text{tg}\ \frac{1}{2}(\alpha+\beta)}{\text{tg}\ \frac{1}{2}(\alpha-\beta)}.$$

---

[1]) Lebih tepat ialah berturut-turut $14°2'$ dan $28°4'$.

djika kita mengisikan harga² jang diperoleh dan jang diketahui maka

$$\frac{28{,}36}{6{,}04} = \frac{\operatorname{tg} 58^\circ 40'}{\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\alpha - \beta)}$$

djadi

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\alpha - \beta) = \frac{6{,}04 \times \operatorname{tg} 58^\circ 40'}{28{,}36}.$$

Sekarang $\operatorname{tg} 58^\circ 40'$ tidak dapat ditentukan pada mistar, maka kita menulis: $\operatorname{tg} 58^\circ 40' = \operatorname{cotg} 31^\circ 20' = \dfrac{1}{\operatorname{tg} 31^\circ 20'}$, djadi

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(\alpha - \beta) = \frac{6{,}04}{28{,}36 \times \operatorname{tg} 31^\circ 20'}.$$

Bagian kedua kita hitung dengan memakai mistar.

Setelkanlah 2.836 dari S_o berhadapan dengan 6.04 dari L_o. Dibawah bilangan 1 dari S_o, pada L_o dapat terbatja hasil-bagi. Bilangan itu masih harus dibagi dengan $\operatorname{tg} 31^\circ 20'$. Kini kita membalikkan sorong[1], setelah garis-pedjalan kita tempatkan diatas angka 1 dari S_o. Sesudah itu kita menempatkan $31^\circ 20'$ dari T dibawah garis-pedjalan. Dibawah udjung terachir dari pembagian-T kita mendapatkan pada L_o, jakni: hasil-bagi dari $\dfrac{6{,}04}{28{,}36 \times \operatorname{tg} 31^\circ 20'}$. Djuga disini kita tidak membatja hasil, itu, tetapi kita menghitung terus dan setelah menjetelkan garis-pedjalan diatas harga tersebut, kita mengembalikan sorong pada tempat semula, artinja menempatkan titik-permulaan berhadapan dengan angka 1 dari L_o[2]). Dibawah garis-pedjalan kita mendapatkan pada $19^\circ 15'$ ($19^\circ 17'$) dipembagian-T. Sudut tadi adalah $\tfrac{1}{2}(\alpha - \beta)$.

Setelah itu, kita dapat pula menghitung α dan β, dimana kita lebih landjut dapat mempergunakan ketentuan-sinus.

---

[1]) Hal itu tidak perlu dilaksanakan pada tjakera-Alro kita dapat segera bekerdja lebih landjut.

[2]) Untuk tjakera-Alro: tempatkan indeks diatas angka 1 dari N (skala berputar).

LATIHAN[2]:

Hitunglah dengan ketentuan-tangens elemen[2] jang kurang.

1. $a = 6{,}55$; $b = 5{,}62$; $\gamma = 112°30'$.
2. $a = 15{,}2$; $b = 12{,}14$; $\gamma = 54°30'$.
3. $a = 28{,}6$; $b = 21{,}9$; $\gamma = 67°30'$.
4. $a = 7{,}39$; $b = 16{,}6$; $\gamma = 124°15'$.

Tanda[2] ρ' dan ρ''

Untuk menghitung sinus dan tangens dari sudut[2] lebih ketjil dari 34'23" pada beberapa mistar, terdapatlah tanda[2] ρ' dan ρ''.

Djika suatu sudut diukur dalam menit, maka kita mempergunakan tanda ρ', djika sudut tadi diukur dalam detik, maka dipergunakanlah tanda ρ''.

Tjara bekerdjanja adalah sederhana. Kita menempatkan tanda ρ' dari S_o diatas djumlah menit pada L_o dan membatja dibawah 10 dari S_o: sinus dari sudut (karena metode ini hanja terpakai untuk sudut[2] jang lebih ketjil dari 34', maka sorong senantiasa akan ditarik kekiri) [1]).

Tjontoh[2]:

1. sin 18' (atau tg 18').

Kita menempatkan ρ' diatas 1.8 dari L_0 dan membatja dibawah 10 dari S_o: 5.24. Sinus dan tangens dari sudut[2] antara 3'30" dan 34'23" terletak antara 0,001 dan 0,01 (lihat halaman 68). Dengan tiada melepaskan pendapat diatas, kita menentukan harga sinus atau harga tangens jang ditjari pada 0,00523 (0,00524).

2. Sin 52" (atau tg 52").

Setelkan ρ'' dari S_0 diatas 5.2 dari L_0 dan batjalah dibawah angka 1 dari S_o pada L_o: 2.52. Kita menentukan harga pada 0,000252 [2]).

---

[1]) ρ' merupakan djumlah menit dari radial jakni $\frac{\pi}{180 \times 60'} = 3438'$. Pada sudut[2] jang lebih ketjil dari 1°, maka — hingga ketiga-desimal pertama — sinus, tangens dan pandjang busur adalah sama. Djika kita mengambil pandjang-busur untuk harga sinus, maka arc $18' = \frac{18}{\rho'}$. Kini 18 harus terbagi oleh ρ', dari itu, disetelkan diatas 18. Keterangan jang serupa itu dapat pula diberikan untuk tjara menghitung dengan ρ''.

[2]) Pada harga sinus sebesar 0,0001 kita mendapatkan sudut $\pm$ 21".

§ 23 Pembagian-Log [1])

Pada muka atas, kita mendapatkan pada mistar bagian bawah: suatu pembagian jang teratur jang berdjalan dari 0 hingga 10 [2]).

Pembagian tadi dimaksudkan untuk dipergunakan didalam kombinasi dengan L_0 untuk menentukan logaritma bilangan² dari 3 angka. Artinja: pada Log kita memperoleh mantisa² dan petundjuk log kita tentukan tersendiri.

Berhubung pembagian-L_0 dikerdjakan setjara logaritmis, maka pembagian-Log tersusun setjara teratur.

Tjara membatja mantisa dilakukan dengan memakai garis-pedjalan.

Tjontoh: log 36,8.

Setelkanlah garis-pedjalan pada 3.68 dan batjalah pada pembagian-log: 5.66.

Petundjuk log = 1; djadi log 36,8 = 1,566 [3]).

Sebaliknja, kitapun dapat menghitung bilangan, djika diketahui lognja.

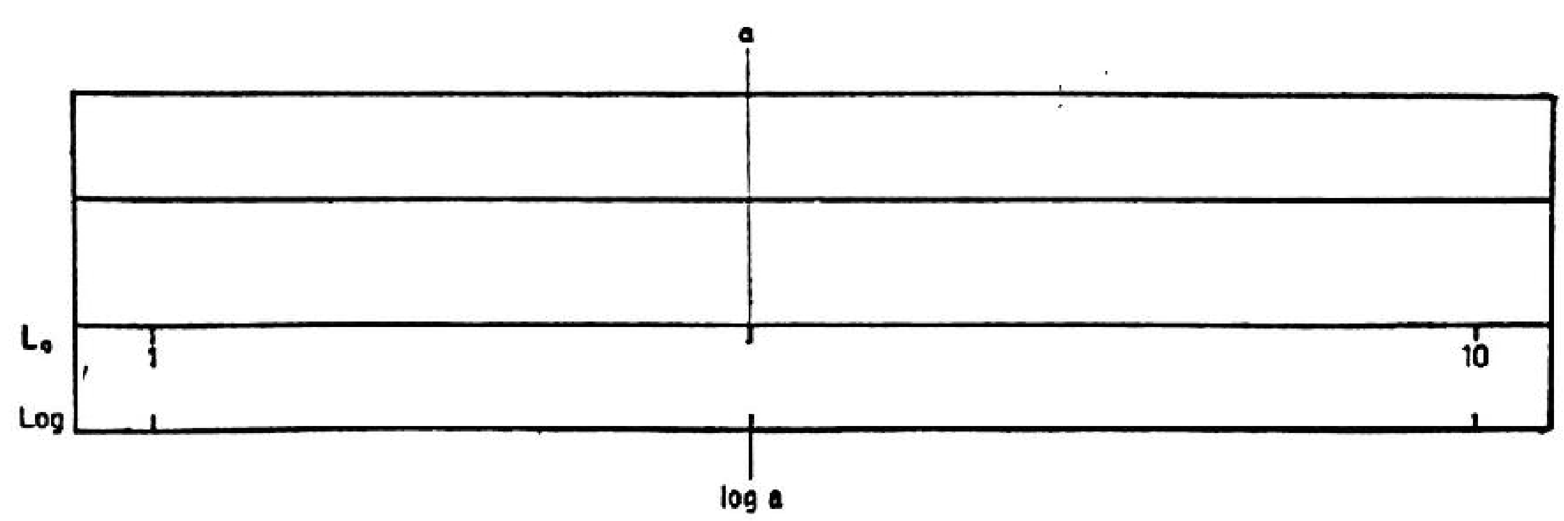
---

[1]) Untuk mempeladjari § ini, perlu dimiliki dasar pengetahuan tentang tjara bekerdja mempergunakan logaritma.

[2]) Pada kebanjakan mistar hitung kita mendapatkan pembagian-log pada bagian belakang dari sorong. Libat halaman 120. Pada tjakera-hitung-Alro type 200*R*, pembagian-log terdapat pada tutupnja. Berhadapan sesuatu bilangan pada pembagian-dalam dari lingkaran besar, kita dapatkan pada pembagian-luar, jakni mantisa dari Log dari bilangan itu.

[3]) Petundjuk log diatas djanganlah digaduhkan dengan petundjuk bilangan sebagai didalam §§ dimula.

Gamb. 32



Tjontoh: $\log x = 2{,}349$.

Setelkanlah garis-pedjalan pada 3.49 dari pembagian-log (dalam hal ini kita belum mempersoalkan petundjuk log dan kita membatja pada L_o : 2.234. Karena petundjuk log adalah 2, kita menetapkan: $x = 223{,}4$.

Kita mempergunakan pembagian-log untuk menentukan pangkat dengan eksponen² jang tidak tertentu, dalam bentuk penuh ataupun didalam bentuk petjahan [1]).

Tjontoh²:

1. $x = \sqrt[4]{12{,}8^3}$.

Kita menulis $x = 12{,}8^{3/4} = 12{,}8^{0.75}$.

Djadi $\log x = 0{,}75 \times \log 12{,}8$.

Pertama-tama kita menentukan log 12,8. Artinja: kita menentukan garis-pedjalan pada 1.28 dari L_o dan membatja pada pembagian-Log, jakni mantisa 107. Petundjuk log adalah 1, maka $\log 12{,}8 = 1{,}107$.

Kini kita masih perlu menghitung hasil-kali $0{,}75 \times 1{,}107$, jakni untuk mendapatkan $\log x$.

Setelkanlah garis-pedjalan pada 1.107 dari L_o, geserkanlah angka 1 dari S_o dibawah garis-pedjalan dan batjalah dibawah 7.5 dari S_o pada L_o, jakni hasil-kali 8,3. Kita menafsirkan tempat dari tanda desimal dan mendapatkan $0{,}75 \times \log 12{,}8 = 0{,}75 \times 1{,}107 = 0{,}83$. Maka $\log x = 0{,}83$.

Djika sekarang kita menjetelkan garis-pedjalan pada 8.3 dari pembagian-Log, maka kita mendapatkan pada L_o, jakni: 6.76.

Karena petundjuk log = 0, maka kita menentukan $x = 6{,}76$.

2. $x = 40{,}8 \times 3{,}24^{5{,}72}$.

Pertama kita menghitung $3{,}24^{5{,}72}$, selandjutnja menentukan $y = 3{,}24^{5{,}72}$; maka $\log y = 5{,}72 \times \log 3{,}24$.

Tentukanlah mantisa dari log 3,24 dengan memakai pembagian L_o dan Log. Maka kita mendapatkan 511. Petundjuk log = 0, maka $\log 3{,}24 = 0{,}511$.

---

[1]) Lihatlah pula § 24 untuk mistar² dengan memakai pembagian-Log-Log.

Kini kita menghitung hasil-kali 0,511 $\times$ 5,72 dengan memakai L_o dan S_o dan mendapatkan 2,92. Itulah log y.

Sekarang garis-pedjalan kita setelkan pada mantisa dari log y jakni 920 pada pembagian-log dan menentukan bilangan y pada L_o, jakni 832. Karena petundjuk log = 2, maka kita menentukan y pada 832. Sekarang $x = 40,8 \times y$. Djika kita menjetelkan 10 dari S_o dibawah garis-pedjalan (jang masih berdiri diatas $y = 832$), maka kita mendapatkan dibawah 4.08 dari S_o, pada L_o: 3.39.

Setelah menafsir, kita menentukan $x = 34000$.

Kesukaran² didalam tjara menghitung sebagai tersebut diatas akan kita alami pula, djika bilangan-dasar adalah lebih ketjil dari 1, karena log lalu mendjadi negatif sebagai dapat dilihat pada tjontoh 3.

3. $x = 0,368^{4,2}$.

$\log x = 4.2 \times \log 0,368$.

Djika kita menjetelkan garis-pedjalan pada 3.68 dari L_o, maka kita mendapatkan pada pembagian-log untuk mantisa, ialah: 566. Maka $\log 0,368 = 0,566 - 1$.

Djika kita harus mengalikan harga tersebut dengan 4,2, maka kita tidak dapat mulai menjetel pada 5.66 dari L_o. Karena itu kita menulis sbb.: $\log 0,368 = 0,566 - 1 = -0,434$.

Dengan memakai L_o dan S_o, kita menentukan hasil-kali dari 0,434 $\times$ 4,2 = 1,823. Dan selandjutnja kita menghitung $\log x = -1,823 = 0,179 - 2$.

Sekarang kita menjetelkan garis-pedjalan pada 1.79 dari pembagian-log, serta membatja pada L_o: 1.5°. Karena petundjuk log = —2 kita menentukan: $x = 0,015$.

Kitapun dapat menentukan pula: $x = \dfrac{3,68^{4,2}}{10^{4,2}}$

Pembilang kita hitung sebagai dikerdjakan didalam tjontoh 2 diatas. Dengan menjetelkan penjebut y, kita mendapatkan $\log y = 4,2$ dan dari itu kita dapat menentukan y pada L_o. Maka kita menjetelkan harga y dari S_o diatas harga-pembilang jang telah diperoleh diatas L_o dan dibawah garis-permulaan atau -terachir dari S_o, kita mendapatkan pada L_o, jakni harga x. Metode ini adalah lebih singkat daripada metode jang lampau dan membutuhkan lebih kurang pekerdjaan menghitung.

Djika pembagian-log terdapat pada muka-belakang dari sorong, maka mantisa² dibatja diatas tanda pada tjekungan, dimana pembagian-log digerakkan (pada kebanjakan djenis mistar, terpakailah tanda paling bawah pada tjekungan-kanan).

Djika kita menjetelkan angka 1 dari S_o diatas bilangan a dari L_o, maka kita membatja mantisa jang ditjari pada pembagian-log diatas tanda-tjekungan demikian pula sebaliknja. Tjara menghitung selandjutnja tidak akan mendjadi sukar lagi.

LATIHAN²:

Hitunglah:

1.	$\sqrt[5]{5{,}18}$;	$\sqrt[5]{28}$;	$4{,}72^{1,24}$.
2.	$120^{3,7}$;	$30{,}8^{2,5}$;	$7{,}62^{3,28}$.
3.	$3{,}34^{0,876}$;	$0{,}768^{1,3}$;	$0{,}0425^{0,417}$.
4.	$30{,}6 \times 4{,}028 \times 7{,}58^{3,16}$.		

§ 24 Pembagian² lainnja

Pada sisi-tegak dari mistar terdapatlah suatu pembagian jang berdjalan dari 0 sehingga 7 dan jang diberi tanda 1 : 25 ¹).

Djarak² antara 0 — 1; 1 — 2; 2 — 3; dsb.-nja mewakili djarak² dari 1 meter, tertulis dalam perbandingan 1 : 25 (sebenarnja djarak² tadi adalah 4 cm). Dengan memakai pembagian tersebut, kita dapat membatja dan menjetelkan dengan langsung ukuran² dengan perbandingan 1 : 25. Untuk suatu peta jang tergambar dalam perban dingan 1 : 25000, dengan pembagian tersebut kita dapat menjetelkan-dengan mudah bilangan² didalam km.

Pada bagian-dalam dari tjekungan kita dapatkan pembagian-cm

---

¹) Djuga lain² pembagian didapatkan, tetapi dalam pada itu tidak ada perbedaan prinsipiil antara pelbagai pembagian tadi. Pembagian ini tidak terdapat pada tjakera-Alro.

jang bermulai dari 33 dan berachir pada 60. Dengan memakai pembagian tersebut, kita dapat mengukur djarak².

Djika kita umpamanja menarik sorong kekanan, maka bilangan jang terdapat dibawah titik-permulaan dari sorong menundjukkan djarak dinatara titik permulaan dari mistar hingga titik terachir dari sorong jang tertarik keluar itu.

Pada sisi-mistar jang serong terdapat pembagian-cm biasa.

§ 25 Pangkat-tiga dan akar-pangkat-tiga dengan tidak memakai pembagian-D

Djika mistar tidak mempunjai pembagian-*D*, maka kita masih berkesempatan menghitung-pangkat-tiga dan akar-pangkat-tiga dengan memakai L_o, S_o, S_b dan L_b.

Tjara menghitung a^3, kita kembalikan kepada $a^2 \times a$.

Tjontoh: $2{,}27^3 = 11{,}7$.

Setelkanlah garis-pedjalan pada 2.27 dari L_o Geserkanlah angka 1 dari S_b dibawah garis-pedjalan, pada L_b kita membatja 2.27^2. Kemudian geserkan garis-pedjalan ke 2.27 dari S_b dan batjalah pada L_b, maka kita mendapatkan 1.17.

Tjara menghitung $\sqrt[3]{a}$ dengan tiada memakai pembagian-*D*, dikerdjakan dengan tjara mendekati.

Tjontoh: $\sqrt[3]{34{,}3} = 3{,}25$

Setelkanlah garis-pedjalan pada 3.43 dari L_b (perhatikanlah: 3.43 dan bukan 3.43). Kini kita harus mengerdjakan sorong dengan sedemikian rupa, sehingga dibawah garis-pedjalan pada S_b akan djatuh bilangan jang sama sebagai dibawah angka 1 dari S_o pada L_o. Bilangan tadi ialah akar-pangkat-tiga jang ditjari [1]).

---

[1]) Djika kita mengambil x untuk bilangan jang kita tjari, maka diatas x harus terdapat angka 1 dari S_o. Diatas x dari S_b pada L_b akan terdapat harga x^3. Karena x pada S_b akan djatuh dibawah garis-pedjalan, maka bilangan jang diperoleh akan sama dengan $x^2 \times x = x^3$.

Djika angka 1 dari S_o djatuh diatas angka 3 dari L_o, maka dibawah garis-pedjalan akan terdapat 3.8 pada S_b. Garis harus dipindahkan kekanan. Setelah beberapa kali mentjoba, kita akan mendapatkan 3.25.

§ 26 Mistar-tehnik-elektro [1]

Pada mistar ini pembagian-sinus dan -tangens dikombinasikan dengan L_b dan S_b. Tempat untuk pembagian-S-T digantikan oleh pembagian-log.

Pada dasar-tjekungan-mistar kita mendapatkan dua pembagian. Jang paling atas dipergunakan dalam kombinasi dengan L_b dan S_b, untuk menghitung randemen dari dinamo² dan motor².

Untuk menghitung *randemen* dari suatu dinamo dari a TK dan b KW, kita menjetelkan bilangan b dari L_b (pada beberapa mistar terdapat tanda²: TK atau PS). Pada pembagian-dinamo kita membatja randemen dalam % disamping tanda-merk tersebut.

Demikian pula sebaliknja kita dapat mulai menjetelkan mistar pada % dari pembagian-dinamo. Maka pembagian L_b dan S_b merupakan daftar, artinja bilangan² pada L_b dan S_b jang berhadapan satu sama lain (segaris) menundjukkan berturut-turut bilangan² untuk TK dan KW, jang mempunjai hubungan dengan randemen tersebut.

Bagian kanan dari pembagian-tjekungan-atas dipergunakan untuk *menghitung randemen motor²*. Pembagian tersebut berdjalan dari 90%—20%, djuga didalam kombinasi dengan L_b (untuk KW) dan dalam kombinasi dengan S_b (untuk TK).

Pada *pedjalan* terdapatlah 3 garis. Djarak antara garis ditengah

---

[1]) Djuga tjakera-Alro dapat didapatkan dalam model² jang teristimewa. Pada waktu mengerdjakan pentjetakan buku ini, penulis hanja dapat mempunjai tjakera model 200 R. Maka dalam §§ selandjutnja tidak lagi diuraikan mengenai tjakera-Alro.

dan garis-kanan adalah $\sqrt{\frac{4}{\pi}}$. Dengan djarak itu kita dapat menghitung luas lingkaran dengan sekali menjetel (lihat § 14).

Garis-kiri dimaksudkan untuk menghitung harga² dalam Watt mendjadi harga² dalam TK, jakni didalam kombinasi dengan garis ditengah.

Djika kita menempatkan garis-kiri pada suatu bilangan a dari L_b, maka kita mendapatkan pada L_b dibawah garis-pedjalan-tengah, jakni bilangan b. Maka dari pekerdjaan diatas kita sebenarnja telah mendjabar harga a KW mendjadi b TK.

Tanda C_u jang *berwarna hitam*, dipergunakan untuk menghitung tahanan dari kawat listrik dari tembaga jakni didalam kombinasi dengan L_o dan S_o. Djika diameter dari sepotong kawat adalah a mm, pandjang kawat adalah b meter, maka kita menjetelkan a dari L_o (dengan garis-pedjalan) dibawah b dari S_b. Diatas tanda C_u dari L_o, kita membatja pada S_b, jakni bilangan untuk tahanan dalam Ω.

Tanda C_u jang *berwarna merah* dipergunakan untuk menghitung berat kawat.

Djika diameter kawat $= a$ mm, pandjang $= b$ m, maka kita menempatkan b dari S_b segaris dengan tanda C_u dari L_o jang berwarna merah. Segaris dengan a pada L_o kita membatja pada S_o, jakni berat-kawat dalam gram.

§ 27 Pembagian-Log-Log

Mistar tehnik-elektro, misalnja dari Faber 378, demikian pula model Darmstadt, dan beberapa model lain, mempunjai *pembagian-log-log*. Pembagian tersebut adalah sangat mudah untuk menghitung pangkat² dengan eksponen² petjahan, untuk menentukan logaritma-asal (natuurlijke log), untuk menghitung persamaan² eksponensiil dsb.-nja. Dengan pendek akan kami uraikan tentang metode tersebut. Dalam hal itu kita berpangkal kepada mistar², dimana pembagian-Log-Log terdapat pada muka atas. Beberapa mistar mempunjai pembagian-Log-Log pada sisi kanan jang dapat terbatja dengan mudah dengan memakai pedjalan jang dikonstruksikan istimewa untuk itu; lain model mistar mempunjai pembagian-Log-Log pada muka-belakang dari sorong. Model mistar jang terachir agak berbeda didalam prinsip daripada mistar jang telah dipeladjarkan disini. Dengan uraian jang terdapat disini, ditambah dengan keterangan² jang lazimnja diberikan oleh madjikan² pada barang² jang didjualnja, agaknja untuk mereka jang mengikuti peladjaran² ini dengan teliti akan tidak banjak mendapat kesukaran² didalam mengerdjakan pembagian² jang berubah dari prinsip tersebut.

Pada mistar² jang dipeladjarkan disini, pembagian²-Log-Log tadi terbagi dalam dua bagian, artinja: satu bagian berdjalan dibagian pada muka mistar dari 1,1 hingga 3,2, satu bagian lagi berdjalan dibagian bawah muka mistar dari 2,5 hingga 100 000 (atau 10^5). Pembagian pertama disebut LL_b dan pembagian kedua LL_o.

Dalam hal ini baiklah pertama diperhatikan sifat² dari pembagian² tersebut. Pembagian-LL_b bersifat, bahwa setiap djarak antara dua garis ketjil menundjukkan ber-turut² 0,001 (hingga 1,2); 0,002 (hingga 1,3); 0,005 (hingga 1,8); dsb.-nja.

a. LL_b dan LL_o disusun sedemikian rupa, sehingga tiap bilangan pada LL_o merupakan pangkat-10 dari bilangan pada LL_b jang berdiri segaris.

Setelkanlah garis-pedjalan pada 1,1056 dari LL_b, dibawah garis itu kita akan membatja pada LL_o: 2.73. Dari pendapatan diatas berikutlah, bahwa $1{,}1056^{10} = 2{,}73$.

Periksalah: $1{,}567^{10} = 89{,}3$.

$$0{,}165^{10} = \frac{150}{10^{10}}.\quad \text{Maka ktia menghitung } \left(\frac{1{,}65}{10}\right)^{10}.$$

Sebaliknja, segaris dengan suatu bilangan pada pembagian-LL_o terletaklah akar-pangkat-sepuluhnja pada LL_b.

Setelkankan garis-pedjalan pada 100 dari LL_o dan batjalah pada LL_b: 1.585. Maka $\sqrt[10]{100} = 1{,}585$.

Periksalah: $\sqrt[10]{67{,}5} = 1{,}524$.

$\sqrt[10]{5{,}78} = 1{,}192$.

b. Suatu kombinasi dari L_o dengan LL_o menghasilkan pangkat e [1]). Segaris dengan suatu bilangan p pada L_o kita mendapatkan harga e^p pada LL_b.

Setelkanlah garis pedjalan pada 4 dari L_o. Maka pada LL_o kita mendapatkan $e^4 = 54{,}6$.

Periksalah: $e^{2,16} = 8{,}67$.
$e^{5,18} = 178$
$e^{12,8} = (e^{6,4})^2 = 600^2 = 360.000$ [2]) $(602^2 = 362400)$.

Diatas tiap² bilangan p pada L_o, menurut keterangan diatas ternjata akan terdapat harga: $\sqrt[10]{e^p}$ pada pembagian-LL_b.

Periksalah: $\sqrt[10]{e^2} = 1{,}222$ $(1{,}221)$.
$\sqrt[10]{e^{3,6}} = 1{,}435$ $(1{,}433)$.

c. Sebaliknja, pada L_o, kita akan mendapatkan logaritma-asal dari bilangan² jang terdapat pada $LL_,$.

Setelkan garis-pedjalan pada 100 dari LL_o. Kita mendapatkan pada L_o, jakni $ln\ 100 = 4{,}605$ (ln = lognaturalis = log asal).

Periksalah: $ln\ 85 = 4{,}44$.
$ln\ 870 = 6{,}78$ $(6{,}77)$.
$ln\ 5{,}75 = 1{,}75$.

Demikian pula pada L_o kita mendapatkan logaritma-asal dari bilangan² jang terdapat pada LL_b; dalam hal itu kita harus membagi bilangan pada L_o tadi dengan 10.

Setelkan garis-pedjalan pada 2 dari LL_b. Pada L_o kita mendapatkan 6.93. Bilangan tadi dibagi dengan 10, maka kita mendapatkan $\ln 2 = 0{,}693$.

Periksalah: $ln\ 1{,}5 = 0{,}4055$.
$ln\ 1{,}62 = 0{,}482$.

---

[1]) e adalah bilangan-dasar daripada logaritma-asal (natuurlijke-log) jakni : 2,71828. Hendaknja kita memeriksa hal itu dengan menempatkan garis-pedjalan pada angka 1 dari L_o. Maka pada LL_o kita mendapatkan harga e.

[2]) Hendaknja diperhatikan, bahwa pada hitungan sebagai tersebut (demikian pula selandjutnja), bilangan² pada L_o dan pada pembagian² lainnja, tidak dapat diganti dengan kelipatan 10 atau 100 dari bilangan² pertama. Pada L_o semata-mata kita membatja bilangan² antara 1 dan 10.

Tjara menghitung persamaan² eksponensiil dengan bilangan-dasar e, pada dasarnja adalah analog seluruhnja dengan uraian diatas.

Sebab djika $e^x = a$, maka $x = ln\ a$.

Kita mulai menjetel pada bilangan a dari LL_o atau LL_b kemudian mendapatkan pada L_o, jakni harga x (djika perlu dibagi dengan 10).

d. Tjara menghitung pangkat² jang mempunjai eksponen petjahan.

Dalam hal ini kita mengombinasikan S_o dan L_o dengan LL_b atau LL_b.

Ambillah pangkat $a^p = x$. Djika kita mengambil kedua bagian dari persamaan tersebut dalam logaritma-asal, maka kita mendapatkan $p.\ ln\ a = ln\ x$.

Setelkanlah sekarang garis-pedjalan pada bilangan a dari LL_b atau LL_o, maka kita mendapatkan $ln\ a$ pada L_o. Harga ini kita kalikan dengan p. Hitungan terachir itu kita kerdjakan dengan tjara sebagai biasa dengan mempergunakan S_o dan L_o. Pada L_o kemudian kita mendapatkan harga dari $p\ ln\ a = ln\ x$.

Djika kita sekarang kembali kepada LL_b atau LL_o, maka kita mendapatkan harga x. Djika kita mempersamakan uraian diatas dengan uraian dalam § 19, maka jang terachir ternjata merupakan jang dipersingkat.

Tjontoh: $2{,}18^{3{,}16} = x$.

Setelkanlah garis-pedjalan pada 2.18 dari LL_b. Geserkan 10 dari S_o dibawah garis-pedjalan dan pindahkan garis-pedjalan ke 3.16 dari S_o (dalam hal ini kita mengalikan $3{,}16 \times ln\ 2{,}18$; pada L_o akan terbatja hasil-kali).

Dimanakah kita akan membatja x, pada LL_b atau LL_o? Djika kita membuat $2{,}18^{3{,}16}$ mendjadi 2^3, maka kita akan mendapatkan 8. Dari pendapatan tersebut berikutlah, bahwa pada LL_o dapat terbatja hasil-hitungan, sebab LL_b hanja berdjalan hingga 3.2. Maka kita mendapatkan $2{,}18^{3{,}16} = 11{,}7$.

2. $12{,}9^{3{,}58} = x$.

Setelkanlah garis-pedjalan pada 12.9 dari LL_o. Geserkanlah angka 1 dari S dibawah garis-pedjalan dan setelah itu, setelkan garis-pedjalan diatas 3.58 dari S_o. Pada LL_o kita mendapatkan 9500 (9460).

Djika eksponen pangkat adalah lebih besar dari 10, maka kita dapat menghitung bagian demi bagian atau dapat pula mempergunakan tjara memindahkan dari LL_b kepada LL_o.

$1,18^{12,8} = (1,18^{10})^{12,8}$. Pada 1.18 dari LL_b kita mendapatkan dengan memakai garis-pedjalan harga $1,18^{10}$ pada LL_o dan menghitung selandjutnja sebagai diatas.

$4,56^{12,6} = (4,56^{6,3})^2$. Pertama kita menghitung $4,56^{6,3}$ dan selandjutnja kita bekerdja sebagai diatas. Djika perlu pada waktu memangkatkan-dua dengan menjetelkan pada L_o dan L_b.

e. Menghitung akar dengan eksponen-petjahan dapat dikerdjakan dengan mengembalikan kepada membagi dengan mempergunakan pembagian L_o dan S_o. Sebab djika $\sqrt[p]{a} = x$, maka $\ln x = \dfrac{1}{p} \ln a$.

Tjontoh: $\sqrt[3,28]{12,6} = \ldots.$

Setelkanlah garis-pedjalan pada 12.6 dari LL_o.

Setelkan 3.28 dari S_o dibawah garis-pedjalan (kita membagi dengan 3,28). Pindahkan garis-pedjalan pada 10 dari S_o dan batjalah pada LL_b $x = 2,165$.

Bahwasanja kita harus membatja pada LL_b, dapat disaksikan dengan djelas disini. Pada LL_o kita akan mendapatkan lebih dari 2200.

Djika eksponen-akar lebih besar dari 10, maka tjara menghitungnja dilakukan sebagian demi sebagian.

Pada waktu menghitung persamaan eksponentiil dari bentuk $a^x = p$, maka kita mengerdjakan sebaliknja daripada sebagai diuraikan mengenai memangkatkan (dalam § ini dibawah *d*). Sebab $x = \dfrac{\ln p}{\ln a}$. Kini kita menjetelkan permulaan atau garis-achir dari pembagian-S_o berhadapan dengan a pada pembagian LL_b atau LL_o dan mendapatkan pada pembagian LL_b atau LL_o, jakni harga x pada S_o jang segaris dengan p pada LL_b atau LL_o itu tadi.

Tjontoh: $2^x = 8$.

Setelkan garis-pedjalan pada 2 dari LL_b dan geserkan dibawah garis, bilangan 10 dari S_o. Pindahkan garis-pedjalan ke 8 dari LL_o. Maka pada S_o, dibawah garis-pedjalan, kita mendapatkan $x = 3$.

$5,16^x = 18,7$.

Setelkan angka 1 dari S_o diatas 5.16 dari LL_o dan batjalah diatas 18.7 pada LL_o, bilangan 1.78 pada S_o. Maka kita mendapatkan $x =$ 1,78.

$1{,}15^x = 24$.

Adalah djelas, bahwa disini x akan mendjadi lebih besar dari 10, djadi tidak akan mungkin dapat terbatja pada S_o. Maka kita menghitung sebagai berikut:

Misalkan $x = 10y$, maka $(1{,}15^{10})^y = 24$.

Djika kita sekarang menjetelkan garis-pedjalan pada 1,15 dari LL_b, maka mistar adalah tersetel pula pada $1{,}15^{10}$ pada pembagian-LL_o.

Djika kita sekarang mengerdjakan sebagai lazimnja (setelkan angka 1 dari S_o dibawah garis-pedjalan, pindahkan pedjalan ke 24 dari LL_o), maka kita mendapatkan pada S_o, jakni $y = 2{,}275$.

Dari sini kita mandapatkan $x = 22{,}75$.

Sebagaimana dalam *perbandingan* $a^x = p$, *bilangan-dasar a adalah lebih besar daripada* p, *djadi* $x < 1$, *maka metode menghitung akar dipeladjarkan didalam § ini dibawah e, harus dikerdjakan dengan sebaliknja.* Artinja kita menggeserkan garis-permulaan atau -terachir dari S_o diatas atau dibawah bilangan a dari LL_o atau LL_b.

Djika kita menjetelkan garis-pedjalan pada p dari LL_o atau LL_b, maka kita mendapatkan harga x pada S_o.

$2{,}18^x = 1{,}5$.

Setelkan garis-pedjalan diatas 2.18 dari LL_b. Geserkan 10 dari S_o dibawah 1,5 dari LL_b pada S_o, jakni $x = 0{,}52$. (Disini adalah djelas bahwa $x < 1$) maka tempat koma dapat kita tentukan dengan mudah).

Djika sorong mempunjai djuga bagian R, kita dapat membatja dengan langsung hasil dari $\frac{1}{x} = 1{,}92$. pada pembagian-R = tadi.

Demikian pula selandjutnja $\sqrt[1{,}92]{2{,}18} = 1{,}5$ atau dalam kata lain: harga y dari perbandingan $\sqrt[y]{2{,}18} = 1{,}5$.

Djika sorong tidak mempunjai pembagian-R, maka kita akan memper-oleh basil jang sama, dengan menjetelkan sorong dengan berbalik pada mistar.

§ 28 Mistar dari type Darmstadt

Type mistar tersebut adalah sama sebagai type Rietz jang terpakai untuk umum. Type Darmstadt mempunjai pembagian²: D; L_b; S_b; R; L_o; S_o ditempat-tempat jang sama seperti pada mistar type Rietz. Pembagian²-*Log*; S dan T (Pembagian-S-T tidak terdapat) ditempatkan pada tempat lain. Pada mistar type Faber, kita mendapatkan pembagian-*Log* pada sisi mistar jang serong, sedang pembagian² S dan T terdapat pada sisi jang tegak. Pada muka-atas bagian bawah terdapatlah pembagian-P, jang djika dikerdjakan dalam kombinasi dengan suatu bilangan x pada L_o, menghasilkan harga $\sqrt{1 - x^2}$.

Perbedaan jang besar antara type Darmstadt dengan type Rietz jang telah kita peladjari dalam buku ini ialah: pembagian-*Log-log* jang ditempatkan pada muka-belakang dari sorong. Inilah bentuk-perbaikan dari pembagian²-*Log-Log*, jang terdapat pada type Rietz, sebagai didjelaskan dalam § 24. Tjara menghitung pangkat² dengan eksponen² petjahan, serta menghitung persamaan² eksponentiil, dapat dikerdjakan dengan lebih memuaskan dan lebih teliti dengan pembagian² tersebut. Mistar Darmstadt teristimewa terpakai untuk tjara menghitung dimana dipergunakan ilmu pasti tinggi. Dalam hal itu, baiklah kami uraikan beberapa pokok²:

Pada muka-belakang dari sorong kita mendapatkan 3-pembagian. Pembagian paling atas mengenai bilangan² dari 1,01 hingga 1,105; bilangan² pertengahan dari 1,105 hingga 2,718 dan bilangan² pada pembagian paling bawah ialah dari 2,718 hingga 22000. Untuk mempermudah pekerdjaan terdapat pula pembagian²-landjutan.

Pada perbandingan 25 : 1, maka djarak² antara guris² dalam pembagian tersebut berturut-turut ialah: log $(\ln x)$; log $(10 \ln x)$ dan log $(100 \ln x)$. Bilangan²-batas karena itu adalah pangkat² dari e, jakni $e^{0,01}$; $e^{0,1}$; e dan e^{10}.

Djika kita menjebut pembagian² tadi: LL_b; LL_m dan LL_o, maka LL_m memberikan pangkat²-10 dari bilangan² pada LL_b jang segaris dan LL_o memberikan pangkat²-10 dari bilangan² jang terdapat segaris pada LL_m.

Dalam susunan kebalikannja kita mendapatkan akar²-pangkat-10-nja.

Kombinasi dari *Log Log* dengan pembagian L_o dan S_o pada muka-atas dari mistar, menghasilkan pangkat dari e, dimana bilangan² dapat terbatja pada L_o didalam kombinasi dengan LL_b dari 0,01 hingga 0,1; didalam kombinasi dengan LL_m menghasilkan bilangan² dari 0,1 hingga 1 dan didalam kombinasi dengan LL_o, dari 1 hingga 10.

Tjara menghitung tersebut dapat dikerdjakan dengan sorong terbalik dan dengan mistar beserta sorong dalam kedudukan biasa. Djika kita mengerdjakan dengan sorong terbalik, maka kita menjetelkan garis-pedjalan pada bilangan a pada L_o dan membatja hasilnja pada pembagian LL_b, LL_m atau LL_o, dan hasil itu ialah e^a. Dengan sorong dalam kedudukan normal, kita menjetelkan a dari S_o dan membatja hasil e^a berbedapan dengan tanda-merk pada muka-belakang dari mistar.

Sebaliknja kita dapat pula menghitung Log asal (ln) dari suatu bilangan dengan menjetelkan pada pembagian-LL_o dan melontjat kepada L_o.

Tjara menghitung a^n, dimana a dan n dapat merupakan bilangan² petjahan pula, dapat dikerdjakan dengan paling mudah dengan memakai sorong jang terbalik.

Kita menjetelkan a dari LL_b, LL_m atau LL_o diatas guris permulaan dari L_o dan membatja diatas n dari L_o, jakni bilangan a^n pada pembagian-LL_o.

Dengan mistar dalam kedudukan biasa, kita menjetelkan a dari pembagian-LL jang kita pilih dibawah tanda-merk dari tjekungan (sorong dipindahkan kekanan). Setelah itu kita menjetelkan garis-pedjalan diatas angka 1 dari S_o dan menggeserkan bilangan n dari S_o dibawah garis-pedjalan. Pada muka-belakang kita membatja a^n dibawah tanda-merk.

Untuk menghitung $e^{\frac{1}{n}}$ dan $a^{\frac{1}{n}}$ kita dapat mempergunakan pembagian-R sebagai ganti dari S_o.

Pembagian-sinus pada sisi tegak dapat dikerdjakan dalam kombinasi baik dengan L_o maupun dengan pembagian-P pada bagian-bawah dari muka-atas.

Sebagai djuga pada pembagian mistar Rietz, djuga pada mistar ini pembagian-S berdjalan dari 5°44′ hingga 90°. Bilangan² jang berwarna hitam berdjalan dari kiri kekanan dan memberikan harga² sinus, djika dikerdjakan dalam kombinasi dengan L_o.

Bilangan² jang berwarna merah berdjalan dari kanan kekiri dan djika dikerdjakan dalam kombinasi dengan L_0, mendapatkan harga² cosinus.

Karena P memberikan harga² $\sqrt{1-x^2}$ dan $\sin \alpha = \sqrt{1-\cos^2 \alpha}$ dan $\cos a = \sqrt{1-\sin^2 a}$, maka dengan bilangan² dari S jang hitam — dalam kombinasi dengan P (jang berdjalan dari kanan kekiri) — dapat terbentuk suatu daftar-cosinus; Bilangan² S jang merah, dikerdjakan dalam kombinasi dengan pembagian-P, membuat daftar-sinus.

Kombinasi S-P untuk sinus, terutama dipergunakan untuk sudut² jang ketjil². Tjara bekerdja diatas adalah lebih teliti; untuk sudut² jang lebih besar terutama dipergunakan kombinasi $S - L_0$. Untuk cosinus, halnja adalah sebaliknja.

Karena pembagian dari kanan kekiri dibuat dalam warna merah, maka kita dapat menetapkan: pada warna jang sama kita membatja sinus, pada warna jang tidak sama kita membatja cosinus.

Untuk tangens dan cotangens dari sudut² jang — ber-turut² — lebih ketjil dan lebih besar daripada 45° kita kerdjakan dengan memakai kombinasi T-L_0 dan T-P.

Untuk tangens dari sudut² lebih besar dari 45°, kita pergunakan pembagian-R, sebagai diuraikan dalam § 17.

Untuk sudut², lebih ketjil dari 5°44', tidaklah termasuk pembagian S-T. Pada pembagian-S kita mendapatkan tanda ρ, jang mempunjai maksud sebagai tanda² ρ' dan ρ'' sebagai didjelaskan dalam § 19.

Tanda ρ kita pergunakan untuk sudut², jang terdapat pada type Rietz pada pembagian-S-T, hanja sudut² ini harus diartikan dalam deradjat² (dalam petjahan desimal).

Tjara menghitung dengan harga² pada S dan T dikerdjakan sebagai dalam § 18 dengan memakai metode dengan sorong terbalik.

Djawaban[2]

§ 4.	Hal. 19.	1.	5.43	— 2.935	— 2.348	— 4.13	— 1.565
		2.	1.518	— 3.47	— 8.81	— 1.43	— 1.396
	Hal. 22.	1.	1.524	— 1.47	— 2.65	— 3.10	— 1.33
		2.	6.25	— 17.1	— 32.5	— 6.30	— 2.04
§ 5.	Hal. 28.	1.	2.25	— 42.3	— 1.17	— 30.1	
			5.76	— 51.8	— 5.02	— 566	
			29.16	— 94.1	— 12.1	— 5230	
		2.	66,6	— 0,1406	— 0,052		
			620	— 0,001406	— 26,7		
			1,85	— 11880	— 109,2		
	Hal. 30.	1.	5,48	— 10,86	— 2,37		
			2,59	— 0,238	— 0,701		
			4,89	— 84,4	— 0,0616		
		2.	26,7	— 1,755	— 134		
			1,27	— 3,54	— 0,011		
			7,13	— 8,2	— 137		
§ 6.	Hal. 31.		14,2	— 4250	— 432000	— 1950	
			32,2	— 54000	— 0,568	— 0,0000184	
			115	— 114000	— 1910000	— 1300	
	Hal. 32.		4,4	— 2,325	— 10,13	— 128	
			5,8	— 7,71	— 16,65	— 0,2018	
			2,02	— 9,5	— 0,396	— 0,0406	
§ 7.	Hal. 36.	1.	454	— 75,4	— 0,523		
		2.	1246	— 0,419	— 16,32		
	Hal. 37.	1.	17,6	— 41,1	— 6290 000		
		2.	0,00312	— 6060	— 0,0443		
	Hal. 42.	1.	0,1252	— 19810	— 2,10	— 137,7	— 12
		2.	152,6	— 56,9	— 44,9	— 8,47	— 0,1112
§ 8.	Hal. 45.		49,7	— 0,312	— 24,97	— 195	
			444	— 0,000 045 2	— 0,0698	— 256	

§ 9.	Hal. 49.	1.	1,126	— 168,8	
		2.	6340	— 0,00395	
		3.	0,606	— 0,927	
	Hal. 50.	1.	0,2355	— 1,79	
		2.	1252	— 160	
	Hal. 51.	1.	0,00338	— 1,275	— 0,472
		2.	17,9	— 10,52	

§ 15. Hal. 77.

1. luas:

1963 cm^2;	1,287 m^2;	32,4 cm^2;
269 cm^2;	4,79 m^2;	1379 cm^2;
1110 cm^2;	0,916 m^2;	114 cm^2;

keliling:

157,1 cm;	4,02 m;	20,17 cm;
58,1 cm;	7,76 m;	131,6 cm;
118,1 cm;	3,39 m;	37,86 cm.

2.

42,1 cm;	1,21 m_3;
5,31 cm;	4,36 m;
3 m;	0,987 m;
7,3 m;	4,58 cm;

3. 30,6 cm^2 — 1,15 m^2 — 10,52 cm^2 — 50,14 cm^2

4. **a.** 85,2 kg; **b.** 73,4 kg; **c.** 127,0 kg

5. **a.** $I = 2{,}01\ dm^3$; $d = 74{,}7$ mm
   b. $I = 13{,}5\ dm^3$; $d = 119{,}8$ mm
   c. $I = 5{,}43\ dm^3$; $d = 90{,}2$ mm

§ 16. Hal. 81.

1. $x_1 = 6{,}69$, $x_2 = —2{,}69$
2. $x_1 = —7{,}69$, $x_2 = 1{,}69$
3. $x_1 = 3{,}62$, $x_2 = 1{,}38$
4. $x_1 = 10{,}64$, $x_2 = —3{,}4$
5. $x_1 = 17{,}5$, $x_2 = 4{,}3$

§ 17. Hal. 82.

1.	$x_1 = —2{,}949$;	$x_2 = 2{,}166$;	$x_3 = 0{,}783$
2.	$x_1 = 3{,}15$;	$x_2 = —2{,}82$;	$x_3 = —0{,}338$
3.	$x_1 = 2{,}478$;	$x_2 = 1{,}66$;	$x_3 = —4{,}136$
4.	$x_1 = 4{,}73$ Dua akar chajal		
5.	$x_1 = 1{,}33$,, ,, ,,		
6.	$x_1 = 5{,}75$;	$x_2 = —4{,}355$;	$x_3 = —1{,}397$
7.	$z_1 = —2{,}505$;	$x_2 = 4{,}42$;	$x_3 = 1{,}083$

§ 21.	Hal. 105.	1.	1,354	— 2,245	— 0,646	— 9,07
		2.	13,44	— 11,61	— 5,64	— 0,000712
	Hal. 107.		8,53	— 560	— 0,871	— 3,525
	Hal. 108.		0,259 — 5,60 — 7,23 — 377,4 — 3,37 — 0,575			
	Hal. 110.	1.	37,1	— 4,34	— 633	— 57,1
		2.	258	— 0,405	— 0,0743	— 0,0828
§ 22.	Hal. 113.	1.	$b = 13{,}55$;	$\gamma = 60°10'$;	$c = 14{,}47$;	$2R = 16{,}68$
		2.	$b = 41{,}5$;	$\gamma = 58°20'$;	$c = 35{,}9$;	$2R = 42{,}16$
		3.	$\beta = 53°7'$	$\gamma = 68°53$;	$c = 29{,}04$;	$2R = 31{,}13$
		4.	$\alpha = 53°30'$;	$\beta = 94°$;	$b = 44{,}7$;	$2R = 45$
	Hal. 116.	1.	$\alpha = 36°40'$;	$\beta = 30°50'$;	$c = 10{,}7$	
		2.	$\alpha = 75°$;	$\beta = 50°30'$;	$c = 12{,}8$	
		3.	$\alpha = 67°30'$;	$\beta = 45°$;	$c = 28{,}6$	
		4.	$\alpha = 16°25'$;	$\beta = 39°20'$;	$c = 21{,}6$	
§ 23.	Hal. 120.	1.	1,39	— 3,792	— 6,85	
		2.	493×10^5	— 5260	— 781	
		3.	2,876	— 0,71	— 0,267	
		4.	7,4200			