2.00

IL
REGOLO CALCOLATORE "UNIVERSAL„
N.° 28

NELLE LUNGHEZZE DI Cm. 15, 25 e 50

SPECIALE PER I CALCOLI TACHEOMETRICI

PRIMA EDIZIONE

EDIT. ALBERT NESTLER A. G. - LAHR (GERMANIA)
1941

PUBBLICAZIONI

IN LINGUA ITALIANA

DELLA CASA ALBERT NESTLER A. G. - LAHR (GERMANIA)

in vendita presso i principali negozianti del genere

OPUSCOLO "**Istruzione Elementare**"
per i Regoli economici Nestler **No. 5**
(Serve anche per i tipi No. 4, 11 *ZO*, 11 *ZM*, 14).
16 pagine.

OPUSCOLO Istruzione per i Regoli **No. 14-23 R** e **Darmstadt.**
(Serve anche per i tipi No. 4, 5, 8, 11 *ZO*, 11 *ZM*, 11 *ZR*, 14, 21 22 *RF*, 23 *RF*, 24 *R*/3).
24 pagine.

OPUSCOLO Istruzione per il Regolo **No. 26**, "**Officina**"
23 pagine.

OPUSCOLO Istruzione per il Regolo **No. 27**, "**Precisione**"
8 pagine.

OPUSCOLO Istruzione per il Regolo **No. 28**, "**Universal**"
32 pagine.

OPUSCOLO Istruzione per il Regolo **No. 33**, "**Chimico**"
22 pagine.

OPUSCOLO Istruzione per i Regoli "**Electro**" **No. 11 ZE, - 36, 36 a** e **37**.
28 pagine.

OPUSCOLO Istruzione per i Regoli **No. 40**, "**Commerciale**"
(Serve per i Regoli No. 7, 7 *a*, 11 *ZK*, 40/15 cm., 40/25 cm., 40 *a* / 50 cm.)
36 pagine.

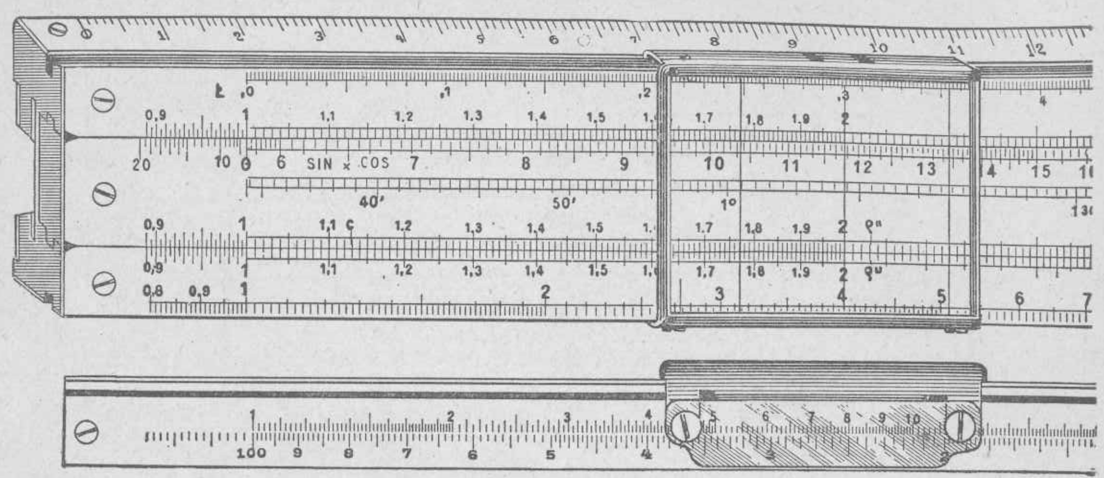
OPUSCOLO Istruzione per i Regoli **No. 43**, "**Cemento armato**"
(Serve per i tipi No. 43 *ZO*, 43/25 cm.)
48 pagine.

MANUALE "**I REGOLI CALCOLATORI LOGARITMICI ED IL MODO DI USARLI**": **Istruzione completa per tutti i Regoli Nestler.** Contiene le descrizioni dei vari Regoli Nestler, corredate da numerosi esempi pratici; volume di **324 pagine.**

Diffidate dalle imitazioni! Fate attenzione che ogni Regolo calcolatore porti per esteso il nome della Ditta ALBERT NESTLER A. G. - LAHR (GERMANIA) unico elemento di **assoluta garanzia** per l'acquirente.

ISTRUZIONE

PER L'USO DEL REGOLO CALCOLATORE UNIVERSALE No. 28



Il Regolo Calcolatore Universale ha lo scopo di facilitare non solo le operazioni di moltiplicazione, divisione, elevazione a potenza ed estrazione di radici, ma anche la ricerca dei logaritmi e dei valori delle funzioni trigonometriche, e particolarmente **l'esecuzione rapida dei calcoli tacheometrici, la determinazione dei coefficienti di direzione** a **e** b, **il calcolo diretto della rifrazione e della curvatura terrestre** in base ai logaritmi delle distanze, e nello stesso tempo, la **determinazione dei numeri di compensazione di queste distanze per i calcoli trigonometrici delle altezze.** Poichè il Regolo Universale porta anche una scala dei cubi, esso permette anche il calcolo diretto dei cubi e delle radici cubiche, come pure la determinazione diretta delle espressioni $a^{\frac{3}{2}}$ e $a^{\frac{2}{3}}$. Una più vasta applicazione di uno stesso strumento ai vari e infiniti calcoli tecnici è appena immaginabile. Questo è dunque **il miglior Regolo Calcolatore che un ingegnere o geometra che si occupi di lavori topografici possa desiderare,** e non può certamente essere superato da nessun'altra costruzione del genere. La lunghezza dell'unità logaritmica è per tutte le scale normali di questo Regolo = cm. 25. (I tipi No. 28/15 e N. 28 *a*/50 cm. hanno naturalmente le scale lunghe rispettivamente cm. 15 e cm. 50). Si può quindi raggiungere in tutti i calcoli fatti con questo Regolo, anche in quelli trigonometrici e tacheometrici, un grado di approssimazione corrispondente alle esigenze dei calcoli medesimi.

Descrizione del Regolo Universale No. 28

Come si vede nella Fig. 1, sul fisso di questo Regolo si trovano riportate 4 scale: "L", "S_f", "I_f" e "Q". La scala "L" serve, in collegamento con la S_f, per la ricerca dei logaritmi. La scala S_f è fatta, a differenza di quella stessa scala dei Regoli comuni, uguale esattamente alla I_f,

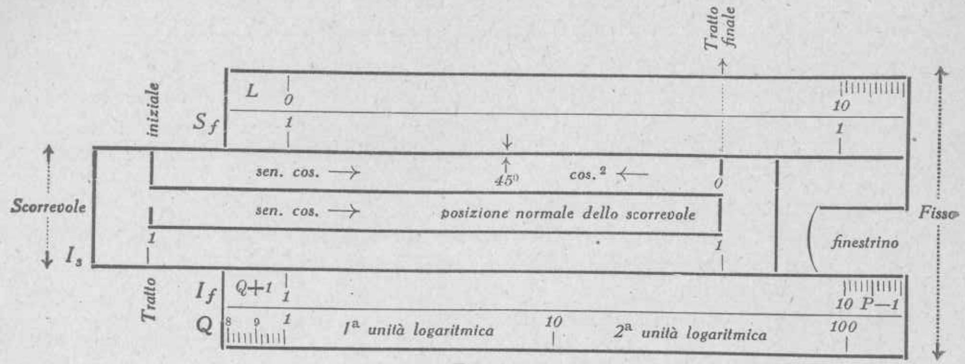
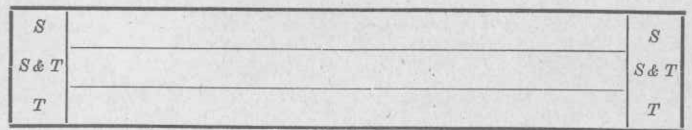


Fig. 1



Rovescio dello scorrevole

Fig. 2

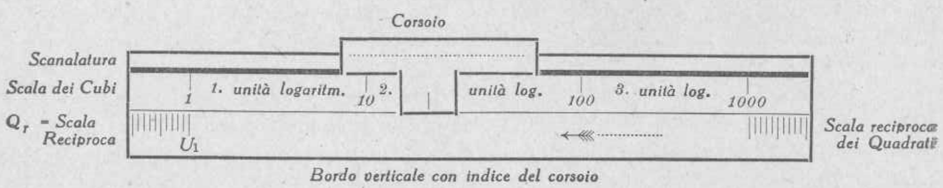


Fig. 3

ossia composta di una sola unità logaritmica. La scala " Q " è uguale alla S_f dei Regoli comuni, ossia risulta composta di due unità logaritmiche riportate in una scala di riduzione uguale alla metà di quella della scala I_f; essa serve quindi in collegamento con la I_f per la ricerca dei quadrati e delle radici quadrate.

La scala " C " riportata sul fianco del fisso consta di 3 unità logaritmiche (come quella dei cubi dei Regoli comuni) aventi ognuna una lunghezza uguale a $\frac{1}{3}$ di quella della scala fondamentale I_f (v. Fig. 3); si ottiene quindi per ogni numero della scala I_f il rispettivo cubo sulla scala C, e per ogni numero della scala C, il rispettivo valore della radice cubica del medesimo sulla I_f.

La scala " Q_r ", tracciata pur essa sul fianco del fisso, è una scala dei numeri reciproci dei quadrati, e viene messa in collegamento coi numeri della scala Q mediante il **tratto centrale del corsoio** a tre tratti **e l'indice di lettura inciso sul fianco del corsoio.** Oltre a permettere l'esecuzione di

svariati calcoli, questa scala serve principalmente per **la determinazione dei numeri di compensazione nei calcoli trigonometrici delle altezze.** Si fa inoltre osservare, che le scale " L " e I_f, sono provviste di **prolungamenti di scala verso la destra che rendono possibile l'utilizzazione dei vantaggi offerti dalla particolare costruzione del corsoio a tre tratti,** per qualunque collocamento sulla scala I_f od L. Le scale Q_r e sin - cos hanno i prolungamenti verso la sinistra.

Sulla faccia anteriore dello scorrevole si trovano tracciate 3 scale. Le due superiori, in collegamento con la S_f, servono per i calcoli tacheometrici, e noi le chiameremo le " **scale tacheometriche o topografiche** ". Su queste scale si trovano riportate le funzioni trigonometriche " sen $\alpha \cdot \cos \alpha$ " e " $\cos^2 \alpha$ ". Infine, la scala I_s dello scorrevole serve, in collegamento con la I_f, per la esecuzione di tutti i calcoli comuni di moltiplicazioni, divisioni, ecc.

Sul rovescio dello scorrevole si trovano riportate: la scala dei seni, la scala delle tangenti, e quella dei seni e tangenti per angoli piccoli. Tutte queste tre scale sono uguali rispettivamente alle stesse scale del Regolo Calcolatore Sistema Rietz. Si guardi quindi in proposito la descrizione fatta per il Regolo Sistema Rietz.

ESEMPII per l'uso delle scale trigonometriche con posizione normale dello scorrevole e con divisione sessagesimale

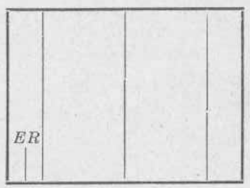
	COLLOCAMENTO		Lettura in corrispondenza del tratto	Numero di cifre della funzione
	colla marca nel finestrino	sulla scala		
sin. 2° 55′ / tg. 2° 55′ = 0,0508	destro	„S & T"	finale I_f su I_s	— 1 cifre
sin. 26° 12′ = 0,441	»	„S"	» » » »	0 »
sin. 68° 05′ = 0,928	»	„S"	» » » »	0 »
tg. 3° 16′ / sin. 3° 16′ = 0,0570	»	„S & T"	» » » »	— 1 »
tg. 12° 47′ = 0,227	sinistro	„T"	iniziale » » »	0 »
tg. 40° 45′ = 0,862	»	„T"	» » » »	0 »
cotg. 3° 16′ = 17,56	sinistro / destro	„S & T"	finale I_s » I_f / iniziale » » »	2 »
cotg. 12° 47′ = 4,41	sinistro	„T"	finale » » »	1 »
cotg. 40° 45′ = 1,16	»	„T"	» » » »	1 »
tg. 51° 06′ = 1,24	» (38° 54′)	„T"	» » » »	1 »
cotg. 51° 06′ = 0,807	» (38° 54′)	„T"	iniziale I_f » I_s	0 »

FUNZIONI	Angolo $\alpha =$	COLLOCAMENTO col tratto	COLLOCAMENTO sulla scala	LETTURA in corrisp. della incisione	LETTURA sulla scala
0,0645 = sin. α	3° 42′	finale di I_f	I_s (645)	destra	„S & T“
0,0216 = tg. α	1° 14′ 20″	» » »	I_s (216)	»	„S & T“
0,543 = sin. α	32° 52′	» » »	I_s (543)	»	„S“
0,411 = tg. α	22° 20′	iniziale » »	I_s (411)	sinistra	„T“
1,205 = cotg. α	39° 40′	finale » I_s	I_f (1205)	»	„T“
0,762 = cotg. α	52° 42′	iniziale » I_f	I_s (762)	»	„T“ (37° 18′)
2,043 = tg. α	53° 53′	finale » I_s	I_f (2043)	»	„T“ (26° 07′)

La scala dei logaritmi " L " è riportata, anche nel Regolo Universale, sulla faccia anteriore del fisso; quindi anche qui non si ha bisogno di voltare il Regolo per l'esecuzione dei relativi calcoli.

Infine resta ancora da spiegare **il significato e l'uso del breve tratto *ER*** inciso sul corsoio **all'estremità sinistra** (v. Fig. 4). **Questo tratto,** che passa solo sui numeri della scala dei quadrati Q, **serve per la determinazione della curvatura della terra e della rifrazione,** mediante il collocamento del tratto destro del corsoio sul logaritmo del valore della distanza, preso sulla scala L, oppure sul valore stesso della distanza, preso sulla scala I_f.

Corsoio



ER - Tratto del corsoio

Fig. 4

Calcolo delle espressioni: $a^2 \cdot b$, $\frac{a^2}{b}$

A motivo della particolare dotazione del Regolo Universale di scale speciali, si è dovuto omettere in esso il tracciamento di una scala dei quadrati sullo scorrevole, cosicchè le regole indicate nella Istruzione Generale per il calcolo delle espressioni $a^2 \cdot b$ e $\frac{a^2}{b}$ debbano essere un po' modificate, e siccome queste espressioni algebriche hanno un' importanza pratica particolare per i calcoli di volumi e di molti problemi geodetici, stimiamo opportuno soffermarci un po' più dettagliatamente sulla loro spiegazione.

a) La formula $a^2 \cdot b$ viene usata nella determinazione dei volumi e dei pesi di solidi prismatici a sezione quadrata:

Volume: $V = a^2 \cdot l$; Peso: $P = \gamma \cdot a^2 \cdot l$.

Per il Regolo Universale queste formule debbono essere ridotte a una forma più rispondente all' uso delle scale di questo Regolo; ossia:

$$V = (a \cdot \sqrt{l})^2; \qquad P = \left(a \cdot \frac{\sqrt{l}}{\sqrt{\frac{1}{\gamma}}}\right)^2$$

Nel caso che per il calcolo del valore P in base alla formula trasformata suindicata si ricorresse all' uso del tratto corrispondente al valore della $\sqrt{\frac{1}{\gamma}}$, tracciato preventivamente sulla scala I_s, la formula stessa potrebbe essere risolta con un solo collocamento dello scorrevole.

***Esempio* 1.** Quale è il momento flettente M prodotto da un carico uniformemente ripartito $p = 600$ kg/ml., nel caso di una portata di trave $l = 5{,}2$ m.?

$$M = \frac{pl^2}{8} = \left(\sqrt{\frac{p}{8}} \cdot l\right)^2 = \left(\sqrt{\frac{600}{8}} \cdot 5{,}2\right)^2 = 2024 \text{ kgm.}$$

Calcolo col Regolo: Si colloca il tratto del corsoio sul valore $\frac{600}{8} = 75$ della seconda unità logaritmica della scala Q (essendo questo numero composto di due cifre intiere), e si porta sotto a questo tratto il tratto finale dello scorrevole; indi si legge il risultato sulla scala Q in corrispondenza del numero 52 della scala I_s.

***Esempio* 2.** Data la lunghezza di lato $a = 0{,}047$ m. della sezione quadrata di una barra di ferro omogeneo della lunghezza $l = 7{,}56$ m.; si determini il volume e il peso della barra.

$$\gamma = 7{,}8; \quad \sqrt{\frac{1}{\gamma}} = 0{,}358;$$

Soluzione: 1) $V = (0{,}047 \cdot \sqrt{7{,}56})^2 = 0{,}0167$ mc.

Si colloca il tratto del corsoio sul 7,56 della scala Q, e si porta sotto allo stesso tratto il tratto iniziale (o finale) della scala I_s; indi si sposta il tratto del corsoio sul numero 47 della scala I_s e si legge di fronte ad esso, sulla scala Q, il risultato richiesto.

$$2)\ P = \left(0{,}047 \frac{\sqrt{7{,}56}}{\sqrt{\frac{1}{\gamma}}}\right)^2 = \left(0{,}047 \cdot \frac{\sqrt{7{,}56}}{0{,}358}\right)^2 = 0{,}1302\ t.$$

b) La formula $\frac{a^2}{b}$ che s' incontra molto spesso nei calcoli geodetici può essere risolta con l' uso di questo Regolo Calcolatore in due modi, a secondo dell' approssimazione che si voglia raggiungere:

1) Per il tracciamento di punti intermedi di curve circolari si ricorre al metodo di maggior esattezza, ossia con l' impiego delle scale I_f ed I_s, ma riducendo però le formule fondamentali:

$$y_1 = \frac{x^2}{2R} \quad \text{ed} \quad y = y_1 + \frac{y_1^{\,2}}{2R}$$

alla forma della regola del tre; ossia:

$$y_1 = \frac{x}{2R} \cdot x \quad \text{ed} \quad y = y_1 + \frac{y_1}{2R} \cdot y_1.$$

Il procedimento di questo calcolo viene illustrato dal seguente esempio pratico:

***Esempio* 3.** Per il tracciamento dei punti di una curva circolare di raggio $R = 120$ m. si hanno da calcolare le ordinate y (con una esattezza sino al m/m) riferite alla tangente nel punto iniziale della curva, per le rispettive ascisse $x = 5$; 10; 15; 20; 25 m.

Dati $x =$	5	10	15	20	25
Valore approssimato delle ordinate $y_1 = \frac{x}{2R} \cdot x =$	0,104	0,417	0,937	1,667	2,603
Correzione : $\frac{y_1^2}{2R} =$	0,000	0,001	0,004	0,012	0,028
Valore esatto delle ordinate $y =$	*0,104*	*0,418*	*0,941*	*1,679*	*2,631*

Soluzione: Si colloca il valore $2R = 240$ della scala I_s di fronte al 5 della scala I_f, e si legge sulla scala I_f, in corrispondenza al 5 della scala I_s, il risultato $y_1 = 0{,}104$. Si nota da parte questo valore ricavato e lo si lascia ugualmente collocato sulla scala I_f, portando di fronte ad esso il valore $2R$ della scala I_s; si ottiene così, ancora sulla scala I_f, di fronte al numero 104 della scala I_s, il valore della correzione, ossia $\frac{y_1^2}{2R}$, che aggiunto al valore di y_1 precedentemente ricavato ci dà il valore esatto di y.

Le stesse operazioni si ripetono poi in modo analogo per gli altri valori di $x = 10$; 15; 20; 25; ecc., e si ricavano in tal modo i vari punti della curva.

2) Per il calcolo degli errori e dei problemi che non richiedono un' esattezza così spinta, si ricorre più comodamente all' uso della scala Q_r dei valori reciproci dei quadrati, situata sul fianco del Regolo. Le differenze di lunghezza Δ che si ottengono nei calcoli di sviluppo di rilievi topografici, vengono calcolate come si sa con la formula dell' errore medio:

$$m^2 = \frac{1}{4n} \cdot \Sigma \left(\frac{\Delta^2}{s}\right).$$

Si tratta dunque di ricavare ogni volta l'espressione $\frac{\Delta^2}{s}$ per ogni distanza s. La scala Q_r fornisce, in collegamento con la I_f, e mediante il collocamento del tratto destro del corsoio, i valori corrispondenti alla formula $\frac{1}{x^2}$. Seguendo dunque il procedimento inverso si ottiene sulla scala I_f il valore della $\sqrt{\frac{1}{x}}$, per ciascun valore di x preso sulla scala Q_r. (Questo procedimento permette il calcolo più semplice del valore della $\sqrt{\frac{1}{\gamma}}$ di cui sopra).

Riducendo l' espressione $\frac{\Delta^2}{s}$ alla forma $\left(\frac{\Delta}{\sqrt{s}}\right)^2$, il calcolo della formula summenzionata può essere eseguito con un solo collocamento dello scorrevole. Si abbia, per esempio, riscontrato nelle misurazioni di una lunghezza $s = 5{,}7$ km., nei due sensi, una differenza di $\Delta = 13$ mm. Si colloca allora l' indice laterale di lettura del corsoio sul valore di s dell' intervallo della prima unità logaritmica della scala Q_r, e si porta lo scorrevole con uno dei suoi tratti estremi sotto il tratto centrale del corsoio, indi si legge sulla scala Q, in corrispondenza al valore di $\Delta = 13$ della scala I_s, il risultato richiesto, ossia 29,6. Per la determinazione del numero delle cifre intiere del risultato ci si regola secondo il numero delle cifre intiere della differenza Δ. Il collocamento della distanza s deve essere fatto nel rispettivo intervallo della scala Q_r, ossia in quello da 1 — 10, o in quello da 10 — 100.

Esempi: $\Delta = 0{,}4$; $s = 0{,}85$; $\frac{\Delta^2}{s} = 0{,}188$

$\Delta = 1{,}6$; $s = 12{,}2$; $\frac{\Delta^2}{s} = 0{,}21$

$\Delta = 4{,}3$; $s = 2{,}3$; $\frac{\Delta^2}{s} = 8{,}05$

3) In idraulica, nei calcoli di bocche a stramazzo, di chiuse ed argini, si ha da determinare il coefficiente della perdita di carico $k = \frac{v^2}{2g}$, ove v rappresenta la velocità d'arrivo. Siccome sul Regolo Universale il valore della $\sqrt{2g}$ si trova già segnato con un tratto particolare, quindi l' espressione $\frac{v^2}{2g}$, portata sotto forma $\left(\frac{v}{\sqrt{2g}}\right)^2$, può essere risolta con un solo collocamento dello scorrevole.

Esempio: Quale risulterà la perdita di carico per una velocità d' arrivo $v = 0{,}63$ m.?

Soluzione: $k = 0{,}0203$. Si colloca il segno $\sqrt{\ }$, indicato sulla scala I_s, di fronte al numero 63 della scala I_f, e si legge il risultato sulla scala Q in corrispondenza del tratto "*1*" iniziale (o finale) dello scorrevole.

Calcoli della circonferenza; determinazione della superficie della sfera, e dei volumi e dei pesi di cilindri, coni e sfere

Poichè lo scorrevole del Regolo Universale non è provvisto di una scala dei quadrati, quindi anche per questi calcoli occorre introdurre qualche modifica alle regole indicate nell' Istruzione Generale.

Tutto quanto fu detto poi intorno ai segni c, c_1, $\frac{\pi}{4} = \frac{1}{c^2}$, e intorno al doppio tratto del corsoio, vale senz' altro anche per il Regolo Universale. Il valore del diametro d viene collocato sulla scala I_f, mediante il segno c, o più semplicemente, mediante il tratto destro (o centrale) del corsoio, mentre la superficie F del cerchio viene letta sulla scala Q, in corrispondenza del tratto centrale (o sinistro) del corsoio.

Formule per il calcolo col Regolo Universale :

1) ***Superficie della sfera:*** $S = 4\left(\frac{d}{c}\right)^2 = \left(\frac{2\,d}{c}\right)^2$

2) ***Volume del cilindro:*** $V = \left(\frac{d}{c}\right)^2 \cdot l = \left(\frac{d}{c}\sqrt{l}\right)^2$

3) ***Volume del cono:*** $V = \left(\frac{d}{c}\right)^2 \cdot \frac{l}{3} = \left(\frac{d}{c}\sqrt{\frac{l}{3}}\right)^2$

4) ***Volume della sfera:*** $V = 4\left(\frac{d}{c}\right)^2 \cdot \frac{d}{6} = \left(\frac{d}{c} \cdot \sqrt{\frac{2d}{3}}\right)^2$

Adottando per il calcolo degli esempi numerici, sempre la seconda di ciascuna delle formule suesposte, **le soluzioni diventano le più semplici possibili, e tali problemi possono allora essere risolti con un solo collocamento del corsoio e uno dello scorrevole,** se si considerino come dati direttamente i valori di: $2d$, l, $\frac{l}{3}$, $\frac{2d}{3}$, **e si ricorra all'uso del corsoio a tre tratti.**

Esempio : Dato il diametro di una **sfera** $d = 1{,}6$ cm.

Determinare la superficie e il volume della sfera:

a) Superficie della sfera: $S = \left(\frac{2 \cdot 1{,}6}{c}\right)^2 = 8{,}03$ *cmq.*

Per il calcolo di questa espressione basta un solo collocamento del corsoio, senza alcun bisogno di spostamenti dello scorrevole. Si colloca il tratto destro del corsoio sul valore $2 \cdot 1{,}6 = 3{,}2$ della scala I_f e si legge subito il risultato sulla scala Q, in corrispondenza del tratto centrale del corsoio.

b) Volume della sfera:

$$V = \left(\frac{1{,}6}{c} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}6}{3}}\right)^2 = \left(\frac{1{,}6}{c}\sqrt{1{,}067}\right)^2 = 2{,}15 \text{ cmc.}$$

Per il calcolo di questa espressione è sufficiente un collocamento del corsoio ed uno dello scorrevole. Infatti, si colloca il tratto destro del corsoio sul 1067 della scala Q (1ª unità logaritmica) e si porta il tratto iniziale dello scorrevole sotto il tratto centrale del corsoio; indi si legge il risultato sulla scala Q, in corrispondenza del numero 1,6 della scala I_s.

c) Volume del cilindro:

Siano dati il diametro di un cilindro circolare $d = 0{,}632$ m., e la lunghezza $l = 1{,}59$ m. Calcolare il suo volume:

$$V = \left(\frac{0{,}632}{c} \cdot \sqrt{1{,}59}\right)^2 = 0{,}502 \text{ mc.}$$

Anche questo calcolo viene eseguito con un solo collocamento del corsoio ed uno dello scorrevole. Si colloca il tratto destro del corsoio sul numero 1,59 della scala Q (1ª unità logaritmica) e si porta il tratto iniziale di I_s sotto il tratto centrale del corsoio; indi si legge il risultato sulla scala Q in corrispondenza del numero 632 della scala I_s.

Calcolo dei pesi dei solidi geometrici suindicati, con la supposizione che fossero fatti in ghisa ($\gamma = 7{,}25$; $\sqrt{\frac{1}{\gamma}} = 0{,}3711$):

a) *Peso del cilindro:*

$$G = \left(\frac{0{,}632}{c} \cdot \frac{\sqrt{1{,}59}}{\sqrt{\frac{1}{\gamma}}}\right)^2 = \left(\frac{0{,}632}{c} \cdot \frac{\sqrt{1{,}59}}{0{,}3711}\right)^2 = 3{,}62 \text{ t.}$$

Anche per questo calcolo basta un collocamento del corsoio ed uno dello scorrevole. Si colloca il tratto destro del corsoio sul 159 della scala Q (1ª unità logaritmica) e si porta il valore $\sqrt{\frac{1}{\gamma}} = 0{,}3711$ della scala I_s sotto il tratto centrale del corsoio; indi si legge il risultato sulla scala Q, in corrispondenza del numero 632 della scala I_s.

b) *Peso della sfera:*

$$G = \left(\frac{1{,}6}{c} \cdot \frac{\sqrt{1{,}067}}{0{,}3711}\right)^2 = 15{,}57 \text{ g.}$$

Il collocamento da farsi per la soluzione di questo esempio è perfettamente analogo a quello dell'esempio precedente, ossia basta un solo collocamento del corsoio ed uno dello scorrevole.

Con questi esempi si è voluto illustrare come **il calcolo delle importantissime formule suddette, con l'impiego del Regolo Universale, risulta altrettanto semplice e facile quanto coi Regoli normali,** nonostante la mancanza della scala dei quadrati sullo scorrevole, **a condizione però che si ricorra all'uso del corsoio a due o tre tratti ed alla formula adattata al calcolo con questo Regolo.**

Ricerca dei logaritmi

L'impiego della scala delle mantisse per la ricerca dei logaritmi è già stato spiegato sufficientemente nella descrizione del Regolo Calcolatore sistema Rietz (v. Istruzione Generale); nel Regolo Universale la scala L si trova riportata sul bordo superiore del fisso, ma viene impiegata in modo preciso come quella del Regolo sistema Rietz.

Elevazione al cubo ed estrazione della radice cubica

Le regole impiegate per il calcolo dei cubi e delle radici cubiche sono quelle stesse già spiegate nella Istruzione Generale. La modifica introdotta con lo spostamento della scala dei cubi sul fianco normale del fisso, e il fatto, che il tratto centrale del corsoio deve essere utilizzato in combinazione con l'indice corto di lettura inciso sul fianco del corsoio, non influiscono per nulla a mutare le regole già indicate per l'esecuzione di questi calcoli coi Regoli normali.

Determinazione diretta di $a^{\frac{2}{3}}$ ed $a^{\frac{3}{2}}$

Collocando il tratto del corsoio su un numero qualunque a della scala dei cubi, si ottiene sulla scala Q, in base alla formula seguente:

$$X = \left(\sqrt[3]{a}\right)^2 = \sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}} = a^{0{,}666}\ldots$$

Collocando invece il tratto del corsoio su un numero qualsiasi a della scala Q, si ottiene sulla scala C dei cubi, in base alla formula seguente:

$$X = \left(\sqrt{a}\right)^3 = \sqrt{a^3} = a^{\frac{3}{2}} = a^{1{,}5}$$

Per la determinazione del numero delle cifre intiere del risultato, si suddivide il numero a in gruppi di cifre a due a due o a tre a tre, a secondo dell'esponente radicale.

Esempi: *1)* $'57',8^{\frac{2}{3}} = 15$

Si colloca l'indice di lettura dei cubi sul numero 57,8 della 2ª unità logaritmica (essendo il gruppo determinante composto di due cifre) della scala dei cubi, e si ottiene sulla scala Q, nell'intervallo della 2ª unità logaritmica, il risultato 15, composto anch'esso di un numero di cifre intiere pari, poichè la $\sqrt[3]{57}$ dà un risultato composto di una sola cifra intiera, e questo, elevato al quadrato, ossia $\left(\sqrt[3]{57}\right)^2$ dà un risultato composto di due cifre intiere; quindi $57{,}8^{\frac{2}{3}} = 15$.

2) $'687'000^{\frac{2}{3}} = 7780$

Il gruppo determinante risulta qui composto di 3 cifre, quindi il collocamento dovrà essere effettuato nell'intervallo della 3ª unità logaritmica della scala dei cubi, e la lettura del risultato nell'intervallo della 2ª unità logaritmica della scala Q; essendo poi il numero dato composto di due gruppi a 3 cifre, quindi il risultato dovrà essere composto di un numero di cifre intiere uguale a $2 \cdot 2 = 4$.

3) $0,'016'5^{\frac{2}{3}} = 0{,}0648$

Il gruppo determinante risulta in questo esempio composto di 2 cifre significative; quindi il collocamento dovrà essere eseguito nell'intervallo della 2ª unità logaritmica della scala dei cubi, e la lettura del risultato nell'intervallo della 1ª unità logaritmica della scala Q, ossia in quello delle cifre dispari; non avendo poi il numero dato alcun gruppo completo di zero a destra della virgola, quindi il numero delle cifre intiere del risultato sarà $2 \cdot 0 - 1 = -1$.

4) $'76',5^{\frac{3}{2}} = 668$

Essendo il gruppo determinante composto di 2 cifre intiere, si deve fare il collocamento nell'intervallo della 2ª unità logaritmica della scala Q, e leggere il risultato nell'intervallo della 3ª unità logaritmica della scala dei cubi; e siccome il numero dato risulta composto di un solo gruppo di 2 cifre, quindi il numero delle cifre intiere del risultato dovrà essere uguale a $3 \cdot 1 = 3$ cifre intiere, ossia $76{,}5^{\frac{3}{2}} = 668$.

5) $0,'00'04'56^{\frac{3}{2}} = 0{,}00000973$

Il gruppo determinante risulta qui composto di una sola cifra, quindi il collocamento deve essere eseguito nell'intervallo della 1ª unità logaritmica della scala Q, e la lettura del risultato nell'intervallo della 1ª unità logaritmica della scala dei cubi; il numero delle cifre intiere del risultato sarà pertanto uguale a $3 \cdot (-1) - 2 = -5$.

6) Determinare la portata d'acqua Q che defluisce da uno stramazzo, se è dato che la differenza di livello fra lo specchio d'acqua e la soglia dello stramazzo è uguale ad $h = 0{,}891$ m., la larghezza dello stramazzo $b = 24{,}5$ m., e il coefficiente di deflusso $\mu = 0{,}90$.

$$Q = \tfrac{2}{3}\,\mu \cdot b\,\sqrt{2g} \cdot h^{\frac{3}{2}}$$

$$Q = \tfrac{2}{3} \cdot 0{,}9 \cdot 24{,}5\,\sqrt{19{,}62} \cdot 0{,}891^{\frac{3}{2}}$$

$\sqrt{19{,}62}$ = Segno "$\sqrt{\ }$" inciso sulla scala del Regolo

$$Q = \tfrac{2}{3}\,0{,}9 \cdot 24{,}5\,\sqrt{\ } \cdot 0{,}89'1^{\frac{3}{2}}$$

Si calcola in primo luogo il valore di $0,'89'1^{\frac{3}{2}}$, facendo il collocamento nell'intervallo della 2ª unità logaritmica della scala Q (essendo il gruppo determinante composto di 2 cifre), e leggendo il risultato nell'intervallo della 3ª unità logaritmica della scala dei cubi; si ottiene così $0{,}891^{\frac{3}{2}} = 0{,}842$. Si procede poi alla moltiplicazione del valore ricavato per i fattori rimanenti della formula sopraindicata, ottenendo così il valore di Q:

$$Q = \tfrac{2}{3} \cdot 0{,}9 \cdot 24{,}5 \cdot \sqrt{\ } \cdot 0{,}842 = 54{,}8 \text{ mc.}$$

7) Determinare l'altezza di carico h di uno stramazzo avente una larghezza $b = 1$ m. ed una portata $Q = 1{,}35$ mc/sec., con un coefficiente di deflusso $\mu = 0{,}65$.

$$h = \left(\frac{3 \cdot 1{,}35}{2 \cdot 0{,}65 \cdot \sqrt{2g}}\right)^{\frac{2}{3}}$$

Si determina prima il valore dell'espressione compresa fra le parentesi, ossia uguale, nell'esempio dato, a 0,7035, e si colloca questo valore nell'intervallo della 3ª unità logaritmica della scala dei cubi (essendo in esso il gruppo determinante composto di 3 cifre); indi si legge, con l'aiuto del corsoio, sulla scala Q, il risultato richiesto, ossia $h = 0{,}79$.

Calcoli tacheometrici

Il Regolo Universale trova la più vasta applicazione nel campo dei calcoli tacheometrici. Tanto nel calcolo dei dati di rilevamento, ottenuti coi soliti strumenti di geodesia e topografia (tacheometro, teodolite, ecc.), quanto in quello da farsi per il riporto dei risultati sul disegno, il nuovo Regolo Calcolatore Universale rende dei servizi inestimabili. Nella tacheometria moderna si distinguono due metodi di rilevamento, che si riflettono anche sul sistema di calcolo; ossia il rilevamento con stadia verticale e quello con stadia orizzontale.

a) *Rilievi tacheometrici con stadia verticale.*

Per il calcolo della distanza E e dell' altezza h in base alle letture della stadia e all' angolo di elevazione α, rilevati con l' impiego di un semplice tacheometro-teodolite Zeiss, e in base alle costanti particolari dello strumento c e k, si applicano le formule seguenti:

$$E = (c + k \cdot l) \cdot \cos^2 \alpha \quad \text{ed} \quad h = (c + k \cdot l) \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$$

Il numero c è una costante addizionale (strumentale) di piccolo valore, compreso per lo più fra i limiti 0,1 — 0,4 m.; quindi la sua addizione al prodotto $k \cdot l$ può essere eseguita facilmente anche a memoria. La grande costante, ossia la costante moltiplicativa k (diastimometrica) ha per lo più un valore prossimo a 100 oppure a 200, cosicchè anche la moltiplicazione di $k \cdot l$ non offre alcuna difficoltà. Se tuttavia in seguito a verifiche o esperimenti dovesse risultare che la costante k non sia = 100, ma si scosti un po' da questo valore, si potrebbe segnare il suo valore effettivo con un tratto speciale sulla scala del Regolo; e siccome in pratica si finisce a lavorare quasi sempre con lo stesso strumento, quindi basterebbe una sola volta segnare questo tratto sul Regolo e calcolare i vari prodotti $k \cdot l$.

Nel calcolo delle cosidette poligonali-tacheometriche di precisione in cui si ha talvolta bisogno di raggiungere un' esattezza sino al centimetro, con k non = 100, diventa opportuno scindere il prodotto $k \cdot l$ in $(100 - dk) \cdot l$, ove dk rappresenta lo scostamento del valore di k da 100. In tal caso si segna sul Regolo in corrispondenza al valore dk un tratto particolare che serve a facilitare il calcolo separato del termine $dk \cdot l$.

Esempio: Con una costante $k = 98{,}7$ ed una lettura di stadia $l = 1{,}225$, si sarebbe ottenuto:

$$(100 - 1{,}3) \cdot 1{,}225 = 122{,}50 - 1{,}59 = 120{,}91$$

A questo valore ricavato si dovrebbe poi aggiungere la costante addizionale c per ottenere il valore dell' espressione racchiusa fra le parentesi $(c + k \cdot l)$. In generale però, nei rilevamenti di punti di campagna, si ottiene una sufficiente approssimazione, ossia fino al dcm., anche, seguendo il procedimento di calcolo più semplice, di cui si è già parlato.

Per l' ulteriore proseguimento del calcolo della formula summenzionata, si supponga ad esempio che si abbia un tacheometro-teodolite il cui cerchio verticale sia diviso in 360 gradi, e si disponga, in corrispondenza a ciò, di un Regolo Calcolatore Universale con scale trigonometriche a divisione sessagesimale. Sulla faccia anteriore dello scorrevole in questo Regolo Calcolatore si trovano tracciate, secondo le rispettive formule, la scala $\cos^2 \alpha$ per gli angoli da 0° — 45°, e quella di $\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$ per gli angoli da 35' — 45°. Angoli maggiori di questi si incontrano raramente nei rilievi tacheometrici, ed anzi, si dovrebbe sempre cercare di evitare, a misura del possibile, il calcolo con angoli maggiori, per la minor approssimazione che essi forniscono. Per angoli minori di 35' si possono ricavare i valori della funzione $\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$ seguendo un altro metodo come verrà spiegato in seguito.

La scala $\cos^2 \alpha$ serve per il calcolo delle distanze E; essa è riportata in alto sulla faccia anteriore dello scorrevole, ed è diretta da destra verso sinistra; a ciascun angolo fra 0° e 45° su di essa riportati corrisponde sulla scala S_f od I_f il rispettivo valore della funzione compreso fra 1 e 0,5. La scala $\cos^2 \alpha$ comincia a destra col tratto 0° e passa subito a quello di 5°; di qui la suddivisione è fatta di grado in grado sino a 15°; da 15° a 20° ogni grado è suddiviso ulteriormente in due parti di 30' ciascuna; da 20° a 40° ogni grado è suddiviso in tre parti da 20' ciascuna; e da 40° a 45° ogni grado è suddiviso in sei parti da 10' ciascuna. Il primo intervallo da 0° — 5° può essere suddiviso a stima in singoli gradi, e permette ancora una approssimazione sino al dcm., sufficiente per i calcoli di rilevamenti ordinari di campagna. Un altro procedimento per il calcolo più esatto dei valori della funzione nell' intervallo suddetto verrà spiegato in seguito.

Per il calcolo del dislivello risultante fra un punto del terreno e l' asse di rotazione dello strumento viene adoperata la scala $\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$, tracciata sullo scorrevole, con l' uso della formula già indicata, ossia:

$$h = (c + kl) \cdot \operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$$

La scala $\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$ è diretta da sinistra a destra e consiste di due parti, a differenza dei Regoli calcolatori tacheometrici normali che hanno una scala tutt' intera e richiedono quindi una lunghezza di 50 cm. per raggiungere la stessa approssimazione. La parte inferiore di questa scala è riportata sulla mezzaria dello scorrevole e serve per gli angoli da 35' a 5° 46', che corrispondono ai valori della funzione compresi fra 0,01 — 0,1. Siccome la funzione $\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$ per $\alpha = 0°$ assume anch' essa un valore zero, che non può essere riportato sulle scale di un Regolo logaritmico, quindi la scala omonima, invece di cominciare da 0°, parte dal valore 0° 35', al quale corrisponde il valore della funzione uguale a 0,01. La parte superiore della scala $\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$ è diretta anch' essa da sinistra a destra, e serve per gli angoli da 5° 46' — 45° (massimo angolo di quelli più frequenti), che corrispondono ai valori della funzione compresi fra 0,1 — 0,5. Queste osservazioni hanno una grande importanza per la determinazione del numero delle cifre intiere dei risultati, poichè per ambedue le parti della scala $\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$ le letture vengono eseguite sulla medesima scala S_f. E' facile anche osservare che per l' uso della parte superiore della scala $\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$ si può fare a meno dell' aiuto del corsoio, mentre per il collegamento della parte inferiore di questa scala con i valori della scala S_f, l' uso del corsoio è indispensabile. Il corsoio d' altronde è costruito con la massima precisione in modo che il tratto di lettura risulti sempre perfettamente normale alla direzione delle scale, e non diminuisca l' esattezza del risultato. L' ampiezza degli intervalli della scala $\operatorname{sen} \alpha \cdot \cos \alpha$ differisce molto da quella dei rispettivi intervalli della scala S_f, e cresce man mano che ci si avvicina a 0°. La suddivisione interna di ogni grado, che per i piccoli angoli è fatta anche di 10' in 10', risulta in questo Regolo Calcolatore tanto chiara, che permette in pochissimo tempo raggiungere la massima prontezza d'impiego del medesimo; a questo contribuiscono, in parte, anche le freccie indicate sulla scala centrale in corrispondenza di ogni 30'.

b) *Calcolo del numero delle cifre intiere:*

Di importanza capitale per il risultato è la determinazione della giusta posizione della virgola che separa le cifre decimali. Sebbene anche qui, come in tutti i calcoli con l' uso del Regolo Calcolatore, si può dire che la pratica fa il maestro; tuttavia si possono stabilire anche qui delle regole ben definite. Un calcolatore alquanto pratico potrà sempre in questi casi, che si ripetono, stabilire con esattezza il numero delle cifre intiere del risultato, in base alla grandezza dei singoli fattori; ma in ogni caso il numero delle cifre intiere del risultato dovrà sempre risultare minore od uguale a quello del fattore $(c+k\cdot l)$, e si può quindi stabilire la seguente regola:

Sia il numero di cifre intiere del fattore $(c+k\cdot l)$ uguale a m.

1) Nel caso che il collocamento del fattore medesimo venisse eseguito mediante il tratto finale dello scorrevole, il numero di cifre intiere di E o di h dovrebbe risultare uguale a quello del fattore $(c+k\cdot l)$, ossia $= m$.

2) Nel caso invece che il collocamento del fattore $(c+k\cdot l)$ venisse effettuato mediante il tratto iniziale dello scorrevole, il numero di cifre intiere di E e di h dovrebbe risultare di 1 minore, ossia $= m-1$ (v. annotazioni fatte al riguardo dei richiami $P-1$, e $Q+1$, nell'Istruzione generale).

Queste regole del resto semplicissime valgono in ogni caso per il calcolo della distanza E, mentre per quello della differenza di livello h esse valgono solo finchè ci si trovi nei limiti dei valori della parte superiore della scala sen $\alpha\cdot\cos\alpha$, ossia per gli angoli da 5° 46' — 45°. Nel caso invece che il calcolo venisse eseguito con l'uso della parte inferiore della scala sen $\alpha\cdot\cos\alpha$, ossia di quella situata sulla mezzaria dello scorrevole, il numero di cifre intiere del risultato dovrebbe essere diminuito di 1 rispetto alle regole suindicate, poichè la scala centrale corrisponde ai valori della funzione sen $\alpha\cdot\cos\alpha$ aventi —1 cifre intiere. Di conseguenza le regole suindicate vengono modificate per l'uso della scala centrale dello scorrevole come segue:

1) Collocamento col tratto finale: Numero di cifre intiere di h: $m-1$.

2) Collocamento col tratto iniziale: Numero di cifre intiere di h: $m-2$.

Per rendere più facile il riscontro del numero delle cifre intiere della differenza di livello h, si è annesso in fondo a questa istruzione un diagramma Fig. 1 per le distanze da 10 — 200 m. e per gli angoli da 20' — 45°. In questo diagramma i valori delle decine sono segnati con linee grosse, le distanze si trovano riportate sull'asse orizzontale e gli angoli su quello verticale. La parte segnata con tratteggio corrisponde all'uso della scala centrale dello scorrevole, e tutto il resto, a quello della scala superiore del medesimo.

Esempio 1. Dato $(c+k\cdot l)=85{,}2$; $\alpha=19°41'$; calcolare E ed h.

Soluzione: $E=75{,}55$ m.; $h=27{,}05$ m.

Si colloca il tratto finale dello scorrevole di fronte all'852 della scala S_f del fisso, e si legge sulla stessa scala S_f, in corrispondenza dell'angolo di 19° 41' della scala $\cos^2\alpha$, la successione di cifre 7555, e in corrispondenza dello stesso angolo della scala sen $\alpha\cdot\cos\alpha$, senza bisogno di spostare lo scorrevole, si legge la successione di cifre 2705. Siccome per entrambe queste letture il collocamento viene fatto col tratto finale dello scorrevole, e trattandosi di un angolo compreso nell'intervallo della scala superiore di sen $\alpha\cdot\cos\alpha$, quindi secondo la regola sopraindicata, il numero di cifre intiere, sia per il valore di E che per quello di h, dovrà essere uguale a quello del fattore $(c+k\cdot l)$, ossia $m=2$.

Esempio 2. Dato $(c+k\cdot l)=133{,}6$; $\alpha=1°20'$; calcolare i valori di E ed h.

Soluzione: $E=133{,}4$ m.; $h=3{,}11$ m.

Si colloca il tratto iniziale dello scorrevole di fronte al numero 133,6 della scala S_f, e si legge sulla stessa scala S_f, in corrispondenza dell'angolo 1° 20' della scala centrale dello scorrevole, il valore di h; il numero di cifre intiere del risultato dovrà essere pertanto $= m-2=1$.

Esempio 3. Dato $(c+k\cdot l)=62{,}3$; $\alpha=5°10'$; calcolare i valori di E ed h.

Soluzione: $E=61{,}8$ m.; $h=5{,}58$ m.

Si fa il collocamento mediante il tratto finale dello scorrevole e la lettura per la ricerca di h sempre su S_f, mediante l'uso della scala centrale; il numero di cifre intiere risulterà pertanto, per il valore di E, uguale a $m=2$, e per quello di h, uguale a $m-1=1$.

Esempio 4. Dato $(c+k\cdot l)=48{,}4$; $\alpha=7°53'$; calcolare i valori di E ed h.

Soluzione: $E=47{,}5$ m.; $h=6{,}57$ m.

Per la ricerca del valore di E si fa il collocamento col tratto finale dello scorrevole, quindi il valore di E dovrà risultare composto di 2 cifre intiere; per la ricerca del valore di h si è obbligati invece a fare il collocamento col tratto iniziale dello scorrevole e la lettura con l'uso della scala superiore di sen $\alpha\cdot\cos\alpha$, quindi il numero di cifre intiere di h dovrà risultare uguale a $m-1=1$.

Esempio 5. Dato $(c+k\cdot l)=138{,}2$; $\alpha=11°05'$; calcolare i valori di E ed h.

Soluzione: $E=133{,}1$ m.; $h=26{,}06$ m.

Per la ricerca di E si fa il collocamento col tratto finale dello scorrevole, quindi il numero di cifre intiere di E dovrà risultare $=m=3$; per la ricerca di h si fa invece il collocamento col tratto iniziale dello scorrevole e la lettura con l'uso della scala superiore di sen $\alpha\cdot\cos\alpha$, quindi il numero di cifre intiere di h dovrà essere uguale a $m-1=2$.

Esempio 6. Dato $(c+k\cdot l)=104{,}7$; $\alpha=14°25'$; calcolare i valori di E ed h.

Soluzione: $E=98{,}2$ m.; $h=25{,}24$ m.

Tanto per E che per h si fa il collocamento col tratto iniziale dello scorrevole e la lettura su S_f con l'uso delle scale superiori dello scorrevole; quindi il numero di cifre intiere di E, come pure quello di h, dovrà essere uguale a $m-1=2$.

Nel calcolo di questi esempi si è potuto osservare che per la ricerca di h si è dovuto qualche volta spostare lo scorrevole di una unità logaritmica avanti o indietro, ossia portare il tratto iniziale sul posto di quello finale dello scorrevole; ciò non presenta però alcuna difficoltà e non diminuisce per niente i grandi vantaggi offerti da questo maneggevolissimo Regolo Calcolatore Universale.

c) Calcolo di dislivelli mediante il rilevamento di angoli piccolissimi:

Quando si hanno da calcolare dislivelli mediante degli angoli piccolissimi, inferiori a 35', che non sono dati sulle scale del Regolo, si ricorre al seguente metodo. Come fu già spiegato nell'Istruzione Generale, per piccoli angoli i valori delle funzioni possono essere ritenuti proporzionali agli angoli medesimi. Questa approssimazione può essere applicata anche ai valori sino a $5°46'$; e poichè per sen $5°46' \cdot \cos 5°46'$ si ottiene sulla scala S_f il valore della funzione uguale a 0,1, quindi per 34,6', ossia per la decima parte dell'angolo suddetto, si otterrà un valore della funzione uguale a 0,01. La differenza appare solo alla quarta cifra decimale, che è perfettamente nel limite d'approssimazione ammesso anche dal Regolo. L'approssimazione risulta ancora maggiore per angoli minori di 35', e quindi, a maggior ragione, giustifica l'applicazione del metodo di proporzionalità.

Con un esempio pratico si può dimostrare come il metodo di proporzionalità si applichi con sufficiente approssimazione anche ai casi più estremi. Si abbia ad esempio una distanza di m. 200 (distanza già in sè stessa alquanto grande per misure topografiche), e un angolo di 34' (sfavorevole agli effetti della proporzionalità); attribuiamo a questo valore, per la comodità di calcolo, un fattore di proporzionalità uguale a 10, e procediamo al calcolo di h con l'uso del Regolo Calcolatore Universale. Si otterrà allora:

$$h = \frac{1}{10} \cdot (200 \cdot \text{sen } 340' \cdot \cos 340')$$

$$= \frac{1}{10} \cdot (200 \cdot \text{sen } 5°\,40' \cdot \cos 5°\,40')$$

$$= \frac{1}{10} \cdot 19{,}62 = 1{,}96 \text{ m.}$$

mentre nel calcolo con l'uso delle tabelle numeriche si sarebbe ottenuto 1,98, ossia una differenza di poco rilievo. Se invece del fattore 10 si fosse scelto, per esempio, il fattore 2 di proporzionalità, si sarebbe ottenuto esattamente il risultato 1,98.

Si può ricorrere per questi calcoli con angoli piccoli anche a un altro metodo, partendo dal principio che si possano impiegare direttamente, in luogo dei valori della funzione, le rispettive misure analitiche; ossia invece della formula:

$$h = (c + k \cdot l) \cdot \text{sen } \alpha \cdot \cos \alpha$$

adoperare la formula:

$$h = (c + k \cdot l) \cdot \frac{\alpha'}{\varrho'}$$

poichè per gli angoli minori di 35' si può ritenere $\cos \alpha = 1$.

Il valore di $\varrho' = 3438'$ è riportato con un tratto particolare sulla scala I_s dello scorrevole; e, benchè con questo metodo si sia costretti a due collocamenti dello scorrevole, si elimina però il calcolo dovuto alla presenza del fattore di proporzionalità.

d) Calcolo di grandi distanze mediante angoli piccolissimi:

a) Quando alla base del calcolo fossero posti angoli piccoli inferiori di 5°, e distanze grandi superiori ai 100 m., non si riuscirebbe a raggiungere, con l'uso della scala $\cos^2 \alpha$, per il calcolo delle distanze E, una grande esattezza.

Allo stesso modo anche per distanze inferiori ai 100 m., ma per calcoli che richiedano un'esattezza sino al cm., come per esempio per il calcolo delle poligonali tacheometriche di precisione, già menzionate, diventa opportuno introdurre la riduzione della distanza inclinata $(c + k \cdot l)$ a quella orizzontale, con l'uso di altri metodi di calcolo. La funzione $\cos^2 \alpha$ può anche essere scritta sotto forma di $1 - \text{sen}^2 \alpha$, e quindi la formula che serve per il calcolo della distanza E può anche essere scritta sotto forma:

$$E = (c + k \cdot l) \cdot (1 - \text{sen}^2 \alpha) = (c + k \cdot l) - (c + k \cdot l) \cdot \text{sen}^2 \alpha$$

Poichè qui si tratta solo di piccoli valori di α, quindi anche i valori di $\text{sen}^2 \alpha$ dovranno risultare relativamente piccoli e la sottrazione potrà essere eseguita facilmente a mente.

Il Regolo Calcolatore Universale è particolarmente appropriato per il calcolo di questo piccolo termine di correzione, essendo in esso la scala S dei seni, che serve per questi calcoli, riportata sul rovescio dello scorrevole, su una lunghezza dell'unità logaritmica di 25 cm. Si rovescia a tal uopo lo scorrevole in modo che la scala S venga a combaciare con la S_f, e si procede al calcolo del prodotto secondo le regole già esposte per il calcolo di $a^2 \cdot b$. Si colloca il tratto del corsoio sul valore $(c + k \cdot l)$ della scala Q, ossia nell'intervallo della 1ª unità logaritmica (1—10), quando il valore dell'espressione $(c + k \cdot l)$ risulta composto di un numero di cifre intiere dispari, e nell'intervallo della 2ª unità logaritmica (10—100), quando il valore dell'espressione $(c + k \cdot l)$ risulta composto di un numero di cifre intiere pari. Sotto il tratto del corsoio si porta poi il tratto iniziale o finale della scala S, e si legge sulla scala Q, di fronte al corrispondente angolo della scala S, il risultato richiesto.

Il procedimento matematico di questo calcolo, in rapporto alla composizione delle scale I_f e Q da una parte e della scala S dall'altra, è facilmente intelligibile. Infatti, il collocamento del corsoio sul valore $(c + k \cdot l)$ della scala Q, fa apparire sotto allo stesso tratto del corsoio, ma sulla scala I_f, il valore della $\sqrt{(c + k \cdot l)}$. Questo valore viene poi moltiplicato per un valore preso sulla scala S, che dà quindi, sulla scala I_f, il valore della $\sqrt{(c + k \cdot l)} \cdot \text{sen } \alpha$. In corrispondenza allo stesso tratto del corsoio si ottiene allora sulla scala Q il valore del quadrato di questa espressione, ossia il valore ricercato di $(c + k \cdot l) \cdot \text{sen}^2 \alpha$.

Per la determinazione del numero di cifre intiere si deve tener conto delle regole indicate per i quadrati e le radici quadrate, come pure del numero di cifre intiere del valore del seno (a secondo che sia stata usata la scala superiore S, o quella centrale S e T), ed infine, anche del numero di cifre intiere del valore $(c + k \cdot l)$. Con l'aiuto dell'annesso diagramma Fig. 2, si può facilmente stabilire entro l'intervallo di quale decina cadrà il risultato. Sull'asse orizzontale di questo diagramma si trovano riportate le varie distanze fino a m. 200, mentre sull'asse verticale sono riportate le divisioni in gradi. Le singole decine sono segnate, nel diagramma, con linee più grosse per facilitare il loro riconoscimento. Dati così, per esempio, un angolo e la distanza relativa $(c + k \cdot l)$, si cerca sul diagramma Fig. 2 il punto di intersezione delle rispettive coordinate, che indica subito il numero delle cifre intiere da attribuire al risultato. Inoltre, si rileva subito dal diagramma che, per distanze inferiori a 100 m., non è affatto necessario calcolare il termine di correzione per angoli minori di 30', poichè i valori corrispondenti risultano inferiori al cm. e non possono quindi praticamente avere un' importanza.

Esempio : Dato $(c+k \cdot l) = 125{,}6$; $\alpha = 1°\,19'$; calcolare il valore di $(c+k \cdot l) \cdot \text{sen}^2\,\alpha$.

Soluzione : $(c+k \cdot l) \cdot \text{sen}^2\,\alpha = 0{,}066$.

Si colloca il tratto del corsoio sul numero 125,6 della 1ª unità logaritmica della scala Q (poichè il numero di cifre intiere situate a sinistra della virgola è dispari). Si rovescia poi lo scorrevole e si porta sotto allo stesso tratto del corsoio il tratto iniziale della scala S; indi si legge sulla scala Q, in corrispondenza dell' angolo $1°\,19'$ della scala S e T, la successione di cifre 66. Siccome il numero di cifre intiere di $(c+k \cdot l)$ è uguale a 3, quindi quello della $\sqrt{c+k \cdot l}$ sarà uguale a 2, ed essendo la lettura fatta a destra del collocamento, ossia dalla parte del richiamo $P-1$, e il corrispondente valore del seno di un angolo preso sulla scala S e T uguale a -1 cifre intiere, quindi il numero di cifre intiere del prodotto $\sqrt{c+k \cdot l} \cdot \text{sen}\,\alpha$ sarà uguale a $2-1-1=0$. Infine, facendosi la lettura del risultato definitivo nell' intervallo della 1ª unità logaritmica della scala Q, si avrà in definitiva per il valore dell' espressione $(\sqrt{c+k \cdot l} \cdot \text{sen}\,\alpha)^2$ un numero di cifre intiere uguale a $2 \cdot 0 - 1 = -1$.

b) Quando nel corso dei lavori di rilevamento e del calcolo di punti sul terreno dovessero comparire dei casi in cui, a cagione dell' angolo troppo piccolo, non si potessero ottenere dei risultati soddisfacenti con l' uso della scala $\cos^2\alpha$, e non si volesse ricorrere al metodo testè illustrato per non dover rovesciare ogni volta lo scorrevole, si potrebbe allora seguire anche il metodo seguente: E' noto che, per piccoli angoli, si può assumere, in via approssimativa, $\cos^2\alpha = 1$; ossia per angoli inferiori a 10° il valore del $\text{sen}^2\,\alpha$ differisce di poco da quello di $\text{sen}^2\,\alpha \cdot \cos^2\alpha$. Di conseguenza, si può ricorrere senz' altro in questi casi all' uso della scala $\text{sen}\,\alpha \cdot \cos\alpha$ situata sulla facciata anteriore dello scorrevole, invece che a quello della scala S situata sul rovescio dello scorrevole. Si ottiene così un nuovo metodo per l' esecuzione di questi calcoli:

Nella posizione normale (non rovesciata) dello scorrevole si colloca il tratto del corsoio sul valore $(c+k \cdot l)$ della scala Q (seguendo il criterio del numero di cifre intiere del medesimo), e si porta il tratto iniziale (o finale) dello scorrevole a coincidere col tratto del corsoio; indi si legge il risultato sulla scala Q, in corrispondenza all' angolo dato preso sulla scala $\text{sen}\,\alpha \cdot \cos\alpha$. Il procedimento matematico è anche quì facilmente intelligibile. Il collocamento del corsoio sul valore $(c+k \cdot l)$ della scala Q fa apparire sotto allo stesso tratto del corsoio, sulla scala I_f, il valore della $\sqrt{c+k \cdot l}$, che moltiplicato per $\text{sen}\,\alpha \cdot \cos\alpha$ dà sulla scala I_f il valore del prodotto $\sqrt{c+k \cdot l} \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot \cos\alpha$, il quale innalzato poi al quadrato dà sulla scala Q il valore di $(c+k \cdot l) \cdot \text{sen}^2\,\alpha \cdot \cos^2\alpha$. Il valore così ricavato viene poi sottratto da $(c+k \cdot l)$ per ottenere il valore definitivo di E.

L' esempio seguente dimostra quale sia la differenza fra il risultato ricavato con l' impiego della formula rigorosa $(c+k \cdot l) \cdot \text{sen}^2\,\alpha$ e quello ottenuto

con la formula approssimata $(c+k \cdot l) \cdot \text{sen}^2\,\alpha \cdot \cos^2\alpha$, per i valori estremi di $(c+k \cdot l) = 200$ m. ed $\alpha = 10°$, ossia:

$$(c+k \cdot l) \cdot \text{sen}^2\,\alpha = 200 \cdot \text{sen}^2\,10° = 6{,}02 \text{ m.}$$
$$(c+k \cdot l) \cdot \text{sen}^2\,\alpha \cdot \cos^2\alpha = 200 \cdot \text{sen}^2\,10° \cos^2 10° = 5{,}88 \text{ m.}$$
$$\text{Differenza assoluta} = 0{,}14 \text{ m.}$$
$$\text{Differenza relativa alla distanza} = \frac{1}{1428}$$

Nel diagramma della Fig. 3 è dato un prospetto delle differenze che risultano dal calcolo dei due metodi *a)* e *b)*. In questo diagramma si vede come, per le distanze sino a 150 m. con angoli inferiori di 5°, le differenze risultanti sono inferiori al cm., e quindi fino a questi limiti il metodo *b)* può essere usato senza tema alcuna di errore. Solo per distanze superiori di 100 m. ed angoli maggiori di 10° possono apparire delle differenze superiori al dcm., per cui il metodo *b)* può essere utilizzato anche fino a questi limiti, per i calcoli ordinari di punti di campagna. Per valori superiori a questi limiti si può già ricorrere direttamente all' uso della scala $\cos^2\alpha$ che per tali valori supera già l' esattezza richiesta dal calcolo.

e) Rilievi tacheometrici con stadia orizzontale :

Quando le misurazioni basate sulla tacheometria moderna vengono eseguite secondo il metodo detto delle "coordinate polari" con stadia orizzontale, come per esempio nel caso d' impiego del tacheometro a doppia figura, di Hildebrand, di Fennel, Breithaupt, le formule per il calcolo della distanza E e del dislivello h vengono semplificate come segue:

$$E = (c+k \cdot l) \cdot \cos\alpha \quad \text{ed} \quad h = (c+k \cdot l) \cdot \text{sen}\,\alpha$$

Poichè con l' uso dei moderni strumenti la distanza inclinata $(c+k \cdot l)$, per lo più, non ha ormai bisogno di essere calcolata in base alle costanti dello strumento, ma viene rilevata direttamente con l' ausilio di speciali dispositivi ottici di cui questi istrumenti sono provvisti, quindi potremo in seguito indicare questa distanza semplicemente col simbolo l, e le formule corrispondenti diventeranno:

$$E = l \cdot \cos\alpha \quad \text{ed} \quad h = l \cdot \text{sen}\,\alpha$$

La formula per il calcolo di E può essere risolta in un modo più semplice e più esatto ricorrendo all' ausilio della correzione d; infatti:

$$E = l - d,$$
$$d = l - E = l - l \cdot \cos\alpha$$
$$d = l\,(1 - \cos\alpha) = 2 \cdot l \cdot \text{sen}^2\,\frac{\alpha}{2}.$$

Si calcola allora dapprima il valore di d e lo si sottrae dalla lunghezza l. Siccome in generale la funzione $\text{sen}^2\,\frac{\alpha}{2}$ per gli angoli più frequenti non assume valori alti, quindi anche i valori di d varieranno fra limiti analogamente ristretti. La formula viene così di nuovo ricondotta alla forma $a^2 \cdot b$, gia trattata in questa pubblicazione, e viene risolta con l'impiego della scala S dello scorrevole in posizione rovesciata. Il raddoppiamento della distanza l, e il dimezzamento dell'angolo α non presentano alcuna difficoltà e possono essere eseguiti a mente.

***Esempio*:** Dato $l = 93{,}52$; $\alpha = 37°\,44'$.

Allo scopo di approfittare di un particolare vantaggio offerto in questi casi dal Regolo Calcolatore, si rovescia lo scorrevole in modo che la scala S venga a trovarsi nella posizione reciproca e adiacente alla scala I_f. Si colloca allora il tratto del corsoio sul valore $(2 \cdot 93{,}52) = 187{,}04$ della scala Q, e precisamente nell'intervallo della 1ª unità logaritmica (essendo il valore composto di un numero di cifre intiere dispari), e si porta il dato valore dell'angolo $\frac{\alpha}{2} = 18°\,52'$ della scala S sotto il tratto del corsoio; indi si legge sulla scala Q in corrispondenza del tratto finale dello scorrevole il risultato $d = 19{,}55$. Con questo metodo di collocamento si evita in ogni caso l'eventualità di dover spostare lo scorrevole di una unità logaritmica a destra o a sinistra, come diventa talvolta necessario quando si ricorre al collocamento mediante il tratto iniziale o finale dello scorrevole.

Come risultato della soluzione dell'esempio suindicato, si otterrà:

$$\begin{array}{l} l = 93{,}52 \\ d = 19{,}55 \\ \hline E = 73{,}97 \end{array}$$

Il calcolo diretto avrebbe dato per le date condizioni: $E = 73{,}96$ ossia, anche in questo caso alquanto estremo si ottiene un'esattezza fino a 1 cm.; quindi nella maggior parte dei casi sarà quasi sempre possibile mantenersi al disotto di questo limite di esattezza.

***Esempio*:** Dato $l = 63{,}20$; $\alpha = 6°\,24'$.

Soluzione: $d = 0{,}40$ ed $E = 62{,}80$.

Si colloca il tratto del corsoio sul valore di $2 \cdot l = 126{,}40$ della scala Q e si porta sotto a questo tratto l'angolo $\frac{\alpha}{2} = 3°\,12'$ della scala S e T dello scorrevole; indi si legge sulla scala Q in corrispondenza del tratto iniziale dello scorrevole, ossia a destra, il valore di $d = 0{,}40$.

***Esempio*:** Dato $l = 121{,}42$; $\alpha = 9°\,18'$.

Soluzione: $d = 1{,}60$; $E = 119{,}82$.

Si colloca il tratto del corsoio su 242,8 della scala Q, e si porta sotto a questo tratto l'angolo $4°\,39'$ della scala S e T, indi si legge sulla scala Q in corrispondenza del tratto finale dello scorrevole, ossia a sinistra, il valore di $d = 1{,}60$.

Nel calcolo dei dati di rilevamento delle poligonali, il Regolo Calcolatore Universale fornisce un'uguale esattezza anche per i casi estremi. La lunghezza $l = 147{,}58$ già in sè stessa grande per il calcolo col metodo delle coordinate polari (le singole lunghezze vengono divise come è noto in due segmenti), dà ancora per un angolo $\alpha = 14°\,44'$ un'esattezza di calcolo sino al cm.

Si colloca di fronte al valore $2 \cdot l = 295{,}2$ della scala Q l'angolo $7°\,22'$ della scala S, e si legge sulla stessa scala Q, in corrispondenza del tratto iniziale (a destra) dello scorrevole, il valore di $d = 4{,}85$. La distanza orizzontale sarà pertanto $E = 142{,}73$, valore che concorda bene col risultato ottenuto mediante il calcolo diretto di verifica.

Il numero di cifre intiere del termine di riduzione d può essere dedotto molto facilmente dal diagramma della Fig. 2, composto in base alla stessa formula, ossia in base agli argomenti $2 \cdot l$ e $\frac{\alpha}{2}$.

Il calcolo del dislivello h, secondo la formula $l \cdot \operatorname{sen} \alpha$, può essere facilmente eseguito con l'uso delle scale I_f ed S, ed anche qui con la scala S nella posizione reciproca rovesciata.

Il precedente metodo di calcolo trova applicazione vantaggiosa nella riduzione all'orizzontale delle distanze rilevate mediante canne o rotelle metriche. Nelle pendenze ripide si legge allora per ogni posizione dell'attrezzo la sua inclinazione, mediante un goniometro o un altro mezzo ausiliario qualsiasi, e si procede quindi alla riduzione della lunghezza all'orizzontale.

Si ricorre anche qui alla formula:

$$d = 2 \cdot l \cdot \operatorname{sen}^2 \frac{\alpha}{2}$$

in cui la lunghezza l dell'attrezzo di misura rimane sempre la stessa, ed è generalmente uguale a 5 o a 20 m. Si ricorre per questi calcoli all'uso della scala S nella posizione normale, e con un unico collocamento del tratto iniziale o finale dello scorrevole sul valore 10 della scala Q, per le misurazioni fatte con la canna da m. 5 di lunghezza, e sul tratto 40 della stessa scala Q, per le misurazioni fatte col Doppio Decametro. Con questo collocamento si può leggere senz'altro sulla scala Q, per ogni angolo della scala S, il rispettivo valore della lunghezza ridotta all'orizzontale.

Per evitare inutili spostamenti dello scorrevole da destra a sinistra e viceversa, a seconda dei valori rilevati per le singole posizioni dell'attrezzo di misura, si procede opportunamente, prima, al calcolo di tutti i dati leggibili a destra del collocamento, e poi, con uno spostamento dello scorrevole di una unità logaritmica a sinistra, tutti i dati leggibili a sinistra del collocamento, raccogliendoli preventivamente in una tabella.

***Esempio*:** Per $l = 5$ m.

1) Scorrevole a sinistra (tratto finale su 10), $= 5°\,40'$; $d = 0{,}02$

2) Scorrevole a destra (tratto iniziale su 10), $= 16°\,20'$; $d = 0{,}21$

Determinazione dei coefficienti di direzione *a* e *b*

I coefficienti di direzione a e b che intervengono nel calcolo trigonometrico delle coordinate di nuovi punti ricercati possono essere determinati con l'uso del Regolo Calcolatore Universale in modo molto semplice, cosicchè tutti i calcoli della geodesia piana, eccettuato il calcolo delle pendenze approssimate, possono venir eseguiti con l'uso del Regolo Calcolatore Universale.

Questo Regolo diventa quindi più prezioso ancora, per quanto lo sia già anche senza quello per i calcoli della geodesia. I coefficienti a e b sono funzioni della direzione φ di un nuovo raggio che parte da, o verso, un punto determinato, e della distanza s dal medesimo.

$$a = -\frac{\varrho''}{s} \cdot \text{sen } \varphi \qquad\qquad b = \frac{\varrho''}{s} \cdot \cos \varphi$$

$$= -\frac{\varrho''}{s} \cdot \frac{\text{sen } \varphi \ \cos \varphi}{\cos \varphi} \qquad\qquad = \frac{\varrho''}{s} \cdot \frac{\cos \varphi \cdot \text{sen } \varphi}{\text{sen } \varphi}$$

e ponendo al denominatore:

$$s \cdot \cos \varphi = \Delta x \qquad\qquad s \cdot \text{sen } \varphi = \Delta y$$

si ottiene:

$$a = -\varrho'' \cdot \text{sen } \varphi \ \cos \varphi \cdot \frac{1}{\Delta x} \qquad\qquad b = \varrho'' \cdot \text{sen } \varphi \ \cos \varphi \cdot \frac{1}{\Delta y}$$

In entrambe queste espressioni c'è un fattore comune, ossia il prodotto $\varrho'' \cdot \text{sen } \varphi \cdot \cos \varphi$, che per brevità indicheremo con la lettera K, ed avremo:

$$a = -\frac{K}{\Delta x} \qquad\qquad b = \frac{K}{\Delta y}$$

Da queste formule si rileva subito che non è affatto necessario calcolare le lunghezze dei raggi, ma basta calcolare solo le differenze delle coordinate Δx e Δy in corrispondenza al valore dell'angolo φ. Il valore del numeratore K, che è il medesimo per entrambe le espressioni, si ricava con l'uso della scala sen $\varphi \cdot \cos \varphi$ e del tratto particolare corrispondente al valore di ϱ'' (per la scala di 360°), e di ϱ_{II} (per la scala di 400°). Si colloca poi il tratto del corsoio sul valore ricavato di K, che si divide successivamente per Δx e Δy, ricavando così immediatamente i valori di a e di b. Il calcolo è eseguibile per qualsiasi angolo φ, mediante la scala sen $\varphi \cdot \cos \varphi$, anche per angoli maggiori di 45°; così ad esempio:

$$\text{per } \varphi = 75°, \text{ si fa sen } 75° \cdot \cos 75° = \text{sen } (90° - 15°) \cdot \cos (90° - 15°)$$
$$= \cos 15° \quad \cdot \text{sen } 15°$$

ossia i valori della funzione sen $\varphi \cdot \cos \varphi$, per gli angoli da 45° a 90°, sono simmetrici a quelli da 0° a 45°, mentre gli angoli degli altri quadranti possono venir facilmente ridotti all'intervallo da 0° — 45° con l'osservazione, s'intende, del debito segno. Quest'ultimo viene opportunamente determinato, secondo i vari quadranti, prima di procedere al calcolo ulteriore. Per la determinazione del segno corrispondente si può tener a mente la regola mnemonica di cui alla Fig. 6 annessa in fondo; da questa si può subito rilevare come il segno di b sia spostato di un quadrante in senso destrogiro rispetto a quello di a. Per quanto riguarda il numero di cifre intiere del risultato, esso può essere determinato in base alle regole già indicate, oppure in base al diagramma annesso.

Qualora si ricorra alle regole, bisogna considerare ϱ'' composto di 6 cifre intiere, e sen $\varphi \cdot \cos \varphi$, a seconda che si usi la scala superiore, o inferiore, dello scorrevole, di zero, o di — 1 cifre intiere; cosicchè rimane fissato anche

il numero di cifre intiere di K. Per la determinazione del numero di cifre intiere dei coefficienti a e b resta ancora da tener conto del numero di cifre dei valori Δx e Δy nella divisione del valore di K per questi ultimi.

Il diagramma della Fig. 4 dà ancora, come i grafici precedenti, un prospetto delle singole decine, valevole tanto per la determinazione del numero di cifre intiere di a, che per quello di b.

I due esempi seguenti illustrano chiaramente il procedimento del calcolo:

$$1)\ \Delta x = +1091 \text{ m.} \qquad \Delta y = +2387 \text{ m.} \qquad \varphi = 65°\,26'$$

$$a = -(\varrho'' \cdot \text{sen } 65°\,26' \cdot \cos 65°\,26') \cdot \frac{1}{1091}$$
$$= -(\varrho'' \cdot \cos 24°\,34' \cdot \text{sen } 24°\,34') \cdot \frac{1}{1091}$$
$$= -71{,}2.$$

Si colloca il tratto iniziale dello scorrevole di fronte al valore $\varrho'' = 206265$ della scala I_f, e si moltiplica questo valore per sen 24° 34′ · cos 24° 34′ portando il tratto del corsoio sul corrispondente angolo della scala sen $\varphi \cdot$ $\cdot \cos \varphi$ dello scorrevole. Si ottiene così sulla scala I_f, di fronte al medesimo tratto del corsoio, il valore di K, che non si ha bisogno di leggere, ma si procede direttamente alla divisione di questo valore, successivamente, per Δx e Δy, lasciando stare il tratto del corsoio sul valore ricavato di K. Per la divisione per Δx, che nel caso considerato è uguale a 1091, si porta il tratto corrispondente a 1091 della scala I_s sotto il tratto del corsoio, e si legge sulla scala I_f, in corrispondenza del tratto iniziale dello scorrevole, il valore di $a = (71{,}2)$. Dopo aver segnato a parte questo valore, si procede alla divisione del valore di K per Δy, ossia si porta sotto il tratto del corsoio il valore 2387 della scala I_s e si legge sulla scala I_f, in corrispondenza del tratto iniziale dello scorrevole il valore di $b = (32{,}6)$. Siccome poi l'angolo di 65° 26′ si trova nel primo quadrante, quindi il segno del valore di a risulterà negativo, come si può rilevare dalla regola mnemonica della Fig. 6, mentre il segno del valore di b dovrà essere positivo; si avrà pertanto $a = -71{,}2$ e $b = +32{,}6$. Seguendo le regole indicate per la determinazione del numero delle cifre intiere si ottiene:

	valore di $\varrho'' = 6$ cifre intiere		
(scala sup.)	sen $\varphi \cdot \cos \varphi = 0$	» »	
	valore di $K = P - 1$	cifre intiere,	essendo letto a destra del collocamento.
	Quoziente $a = Q + 1$	» »	essendo letto a sinistra del collocamento.
	Quoziente $b = Q + 1$	» »	essendo letto a sinistra del collocamento.

Per cui si avrà:

per il valore di a: $6 + 0 - 1 + 1 - 4 = 2$ cifre intiere
» » » b: $6 + 0 - 1 + 1 - 4 = 2$ cifre intiere

2) $\Delta x = -5743$ m. $\Delta y = -1778$ m. $\varphi = 197°\ 12'$

$$a = (\varrho'' \cdot \text{sen } 17°\ 12' \cdot \cos 17°\ 12') \cdot \frac{1}{5743} = 10{,}42$$

$$b = (\varrho'' \cdot \text{sen } 17°\ 12' \cdot \cos 17°\ 12') \cdot \frac{1}{1778} = 32{,}8$$

In questo esempio, essendo l'angolo $\varphi = 197°\ 12'$ situato nel terzo quadrante, si avrà per il valore di a un segno positivo (+) e per quello di b, negativo (—). Per quanto al numero di cifre intiere si avrà:

per a: $6 + 0 - 1 + 1 - 4 = 2$ cifre intiere
» b: $6 + 0 - 1 + 1 - 4 = 2$ cifre intiere

Quando in un modo qualsiasi si siano ricavati in precedenza i valori delle distanze s dei punti nuovi in base a quelli di riferimento, si può, con un'opportuna trasformazione della formula, ottenere un buon metodo per il calcolo di verifica dell'esattezza dei valori ricavati per i coefficienti di direzione a e b; calcolo che può essere eseguito molto facilmente con l'uso del Regolo Calcolatore Universale.

Le formule che dànno allora i valori dei coefficienti di direzione sono:

$$a = -\frac{\varrho''}{s} \cdot \text{sen } \varphi \qquad b = \frac{\varrho''}{s} \cdot \cos \varphi$$

che possono anche essere facilmente trasformate in:

$$a = -\frac{\varrho''}{s^2} \cdot s \cdot \text{sen } \varphi \qquad b = \frac{\varrho''}{s^2} \cdot s \cdot \cos \varphi$$

$$= -\frac{\varrho''}{s^2} \cdot \Delta y \qquad = \frac{\varrho''}{s^2} \cdot \Delta x$$

Come si vede anche in queste formule, si ha un fattore comune $\frac{\varrho''}{s^2}$, che permette il seguente procedimento di calcolo: Si calcola prima con l'uso delle scale I_f e Q_r la successione di cifre significative del valore $\frac{1}{s^2}$ e si colloca questo numero mediante il tratto iniziale dello scorrevole sulla scala I_f; indi si porta il tratto del corsoio sul valore di ϱ'' della scala I_s, e si ottiene così sulla scala I_f, sotto allo stesso tratto del corsoio, il valore del fattore comune $\frac{\varrho''}{s^2}$. Senza il bisogno di leggere il valore di questo fattore, si colloca di fronte ad esso il tratto iniziale (o finale) dello scorrevole e lo si moltiplica successivamente per Δy e per Δx, ottenendo così rispettivamente il valore di a e di b. Si osservi che in questo calcolo, a differenza di quanto si è visto nel metodo precedente, le differenze di coordinate compaiono qui col compito invertito, ossia il valore di Δy per il calcolo del coefficiente a, e il valore di Δx per quello di b. La determinazione del numero di cifre intiere e del segno positivo o negativo dei valori di a e di b viene fatta secondo le regole già indicate.

Esempio: Dati, come all' 1):

$\Delta x = 1091$ $\Delta y = 2387$ $s = 2624{,}5$

$$a = -\frac{\varrho''}{s^2} \cdot \Delta y = \frac{\varrho''}{2624{,}5^2} \cdot 2387 = 71{,}2$$

Si colloca il tratto destro del corsoio su 2624,5 della scala I_f e si ottiene così sulla scala Q_r (situata sul fianco del fisso) la successione di cifre 1452, corrispondente al valore di $\frac{1}{s^2}$. Si riporta poi questo valore sulla scala I_f e si colloca di fronte ad esso il tratto iniziale dello scorrevole; indi si sposta il corsoio sul valore ϱ'' della scala I_s e si ottiene sotto allo stesso tratto del corsoio, sulla scala I_f, il valore del fattore comune $K = \frac{\varrho''}{s^2}$. Si colloca infine il tratto iniziale dello scorrevole di fronte al valore ricavato di K, sulla scala I_f, e si ottiene con l'aiuto del corsoio, sulla stessa scala I_f, in corrispondenza del valore di $\Delta y = 2387$ della scala I_s, la successione di cifre del valore $a = (712)$, e in corrispondenza del valore di $\Delta x = 1091$, la successione di cifre del valore $b = (326)$, esattamente come al procedimento precedente. Poichè l'esattezza del calcolo fatto con questo procedimento è un po' minore di quella raggiungibile col primo procedimento ,si ricorrerà ad esso solo per i calcoli di verifica; esso obbliga inoltre anche ad un secondo spostamento dello scorrevole.

Calcolo trigonometrico delle altezze

Nel calcolo trigonometrico delle altezze si ha frequentemente bisogno di ricavare i numeri di compensazione p per ogni km. di raggio s, con l'impiego della formula $p = \frac{1}{s^2}$. Questi numeri possono essere ricavati molto facilmente con l'uso del Regolo Calcolatore Universale, grazie alla scala Q_r dei reciproci dei quadrati che esso porta sul fianco verticale del fisso.

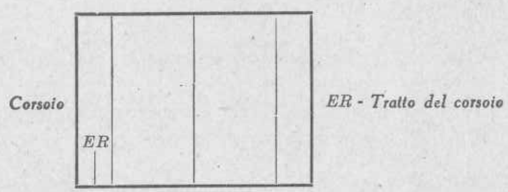
Essendo inoltre il Regolo Universale provvisto anche di una scala dei logaritmi L, esso permette di eseguire il calcolo anche quando, invece della lunghezza dei raggi, fossero dati i rispettivi logaritmi dei medesimi. Si colloca allora il tratto destro del corsoio sul valore della mantissa del logaritmo del numero s, sulla scala L, e si legge senz'altro sulla scala Q_r di fronte all'indice inciso sul fianco del corsoio il valore di $\frac{1}{s^2}$. Da quanto si è detto risulta quindi che si possa leggere, con un medesimo collocamento del corsoio, sia il valore di s, sulla scala I_f, che il valore di $\frac{1}{s^2}$, sulla scala Q_r, qualora fosse dato il valore di log s, invece del valore medesimo di s.

Esempi:	log s	s (in km.)	$p = \frac{1}{s^2}$
	2,983	0,962	1,080
	3,044	1,106	0,817
	3,416	2,61	0,147

Si colloca il tratto destro del corsoio sul valore della mantissa 983 della scala L, e si ottiene senz' altro sotto allo stesso tratto del corsoio, sulla scala I_f, il valore della distanza $s = 0{,}962$ km. (corrispondente alla caratteristica 2 del logaritmo) e sulla scala Q_r di fronte all' indice di lettura inciso sul fianco del corsoio, il valore di $\frac{1}{s^2} = 1{,}080$. Analogamente collocando il corsoio rispettivamente sulle mantisse 044, 416, ecc. si possono ricavare anche per essi i corrispondenti valori di s e di $\frac{1}{s^2}$. Si comprende facilmente anche il compito dei prolungamenti delle scale L, I_f e Q_r riportati su questo Regolo Calcolatore.

Determinazione della rifrazione e della curvatura terrestre

Il tratto corto inciso sul corsoio all' estremità sinistra e segnato con ER, serve, in collegamento con le scale L ed I_f, per la lettura diretta dell' influenza della curvatura terrestre e della rifrazione sui rilievi trigonometrici di altezze a grandi distanze.



Nella formula:

$$h = s \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{(1-k)}{2r} \cdot s^2$$

che serve per il calcolo di dislivelli, il termine addizionale dipende come si vede dal fattore costante $\frac{(1-k)}{2r}$ della rifrazione e del raggio medio della terra, e dal quadrato della distanza s. Al valore del fattore costante $\frac{(1-k)}{2r} = 0{,}0683$ corrisponde appunto la distanza del tratto ER dal tratto centrale del corsoio. Di conseguenza, collocando il tratto centrale del corsoio sul valore della distanza s, preso sulla scala I_f, oppure sul log s, preso sulla scala L, si ottiene sotto il medesimo tratto del corsoio, ma sulla scala Q, li valore di s^2, e in corrispondenza del tratto corto ER, sulla stessa scala Q, il valore del prodotto $\frac{(1-k)}{2r} \cdot s^2$, ossia il valore dell' effetto della rifrazione e della curvatura terrestre. Per la stima del numero di cifre intiere di questo valore si ricorre al diagramma della Fig. 5, annesso in fondo, il quale mette in evidenza le singole decine delle relative distanze. Il Regolo Calcolatore Universale permette quindi, con un solo collocamento del corsoio sul valore della mantissa del logaritmo del valore della lunghezza di un raggio, e senza uso alcuno dello scorrevole, la determinazione della lunghezza del raggio s, del numero di compensazione p del medesimo, e del valore dell' effetto della rifrazione $\frac{(1-k)}{2r} \cdot s^2$.

Esempio:	su L	su I_f	su Q_r	su Q
	log s	s	$p = \frac{1}{s^2}$	$ER = \frac{1-k}{2r} \cdot s^2$
	3,416	2,61 km.	0,147	0,46 m.

Il tratto ER torna utile anche al tecnico progettista, nella costruzione dei fari di segnalazione e nel calcolo del raggio di visibilità sulla superficie terrestre. Dal termine addizionale:

$$\Delta h = \frac{(1-k)}{2r} \cdot s^2 \quad \text{si può anche ricavare:} \quad s^2 = \Delta h \cdot \frac{2r}{1-k}$$

il quale dà appunto, in condizioni normali, il raggio di visibilità s in km., in base all' altezza di elevazione Δh al disopra della curva terrestre. Per questo calcolo si colloca il tratto ER del corsoio sul valore Δh dell' altezza, preso sulla scala Q, e si legge sulla scala I_f, in corrispondenza del tratto centrale del corsoio, il valore di s. Per la ricerca del numero di cifre intiere si deve far notare quanto segue: Essendo il numero di cifre intiere del valore di $\frac{(1-k)}{2r}$ uguale a -1, e quello del suo valore reciproco $= +1$, quindi il collocamento dei valori di Δh sulla scala Q deve essere spostato, per tale ragione, dalla prima unità logaritmica alla seconda, e viceversa.

***Esempio* 1.** Quale sarà il raggio di visibilità per un' altezza $\Delta h = 16$ m.?
Soluzione: Si colloca il tratto ER del corsoio sul valore 16 della 1ª unità logaritmica della scala Q, e si legge sulla scala I_f, sotto il tratto centrale del corsoio, il valore di $s = 15{,}3$ km.

***Esempio* 2.** Quale dovrebbe essere la distanza massima fra due segnali posti rispettivamente all' altezza di m. 22, e di m. 9?
Soluzione: Per $\Delta h = 22$ m., il raggio di visibilità risulta uguale a $s_1 = 17{,}9$ km. Per $\Delta h = 9$ m., il raggio di visibilità risulta uguale a $s_2 = 11{,}5$ km. Di conseguenza, la distanza massima fra i due segnali dovrebbe risultare uguale a $s = s_1 + s_2 =$ km. 29,4.

Il Regolo Calcolatore Universale con le scale dello scorrevole nella posizione reciproca

La posizione reciproca dello scorrevole che si presta molto convenientemente per alcuni calcoli, può essere ottenuta anche nel Regolo Universale girando lo scorrevole dentro alla scanalatura del fisso in modo che la faccia anteriore del medesimo non venga rovesciata; la scala I_s va allora a combaciare con la S_f, e si possono leggere direttamente i numeri reciproci senza il bisogno di ricorrere all'uso del tratto del corsoio, come risulta necessario nei Regoli calcolatori comuni, e ciò in virtù della speciale disposizione delle scale del Regolo Universale.

Dei molti casi di possibilità di utilizzazione della posizione reciproca dello scorrevole, ne illustreremo il caso d'applicazione al calcolo delle altezze barometriche. Le differenze d'altezza barometrica ricavate mediante osservazioni strumentali vengono calcolate con la formula:

$$h = (\Delta h_1) \cdot \Delta B$$

ove Δh_1 è la posizione altimetrica, che deve essere calcolata volta per volta secondo la formula:

$$h_1 = K \cdot \left(\frac{1 + \alpha t}{B_m} \right)$$

Si calcola dapprima il valore di $K \cdot (1 + \alpha t) = 8019 \cdot (1 + \alpha t)$; indi si colloca il tratto iniziale della scala I_s di fronte al valore ricavato, preso sulla scala S_f, che combacia con la I_s, essendo lo scorrevole nella posizione reciproca. Fatto il collocamento suddetto, si può leggere con l'aiuto del tratto del corsoio, in corrispondenza ad ogni valore medio $B_m = \frac{B + b}{2}$ dell'altezza barometrica osservata, la rispettiva posizione altimetrica.

Esempio: $K \cdot (1 + \alpha t) = 8020$

a) $B_m = 740$ mm. $\qquad \Delta h_1 = 10{,}83$
b) $B_m = 720$ mm. $\qquad \Delta h_1 = 11{,}13$

Fig. 1 - Determinazione del numero delle cifre intiere di $h = (c + k\,l) \cdot \text{sen}\ \alpha \cdot \cos\ \alpha$.

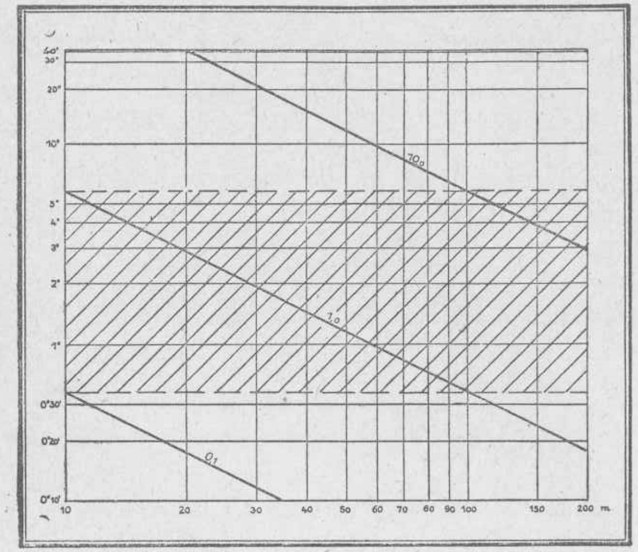


Fig. 2 - Determinazione del numero delle cifre intiere di $d = (c + k\,l) \cdot \text{sen}^2\ \alpha$

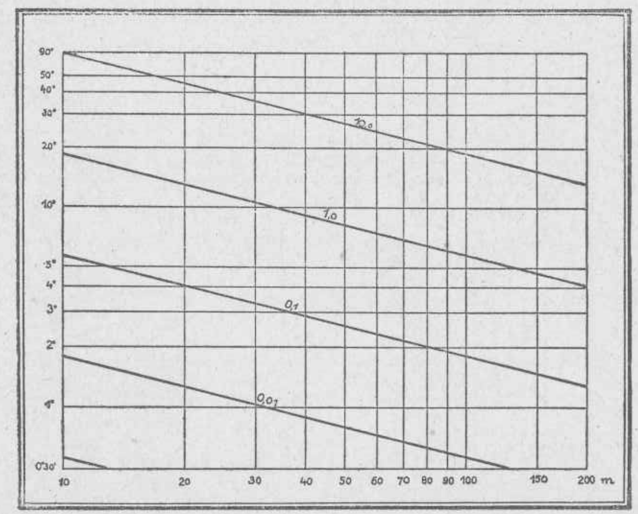


Fig. 3 - **Grandezza dell' errore d' approssimazione**

$$d = E\ (\text{sen}^2\,\alpha - \text{sen}^2\,\alpha \cdot \cos^2\,\alpha)$$

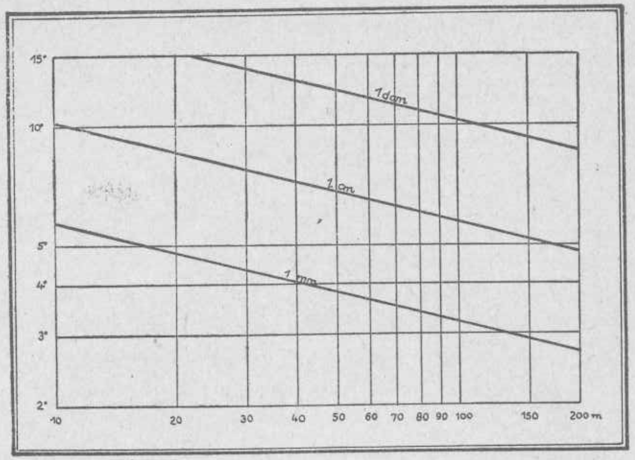


Fig. 4 - **Determinazione del numero delle cifre intiere di**

$$a \text{ (oppure } b) = \frac{\varrho'' \ \text{sen}\ \varphi \cdot \cos\ \varphi}{\Delta\, x \text{ (oppure } \Delta\, y)}$$

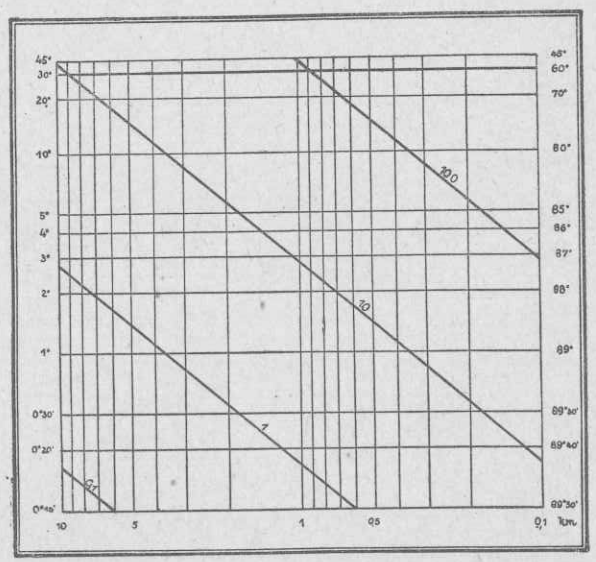


Fig. 5 - **Determinazione del numero di cifre intiere di**

$$\Delta\, h = \frac{1 - k}{2\, r} \cdot s^2$$

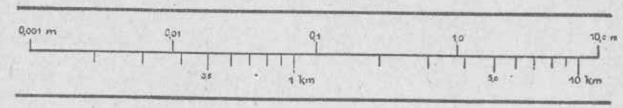
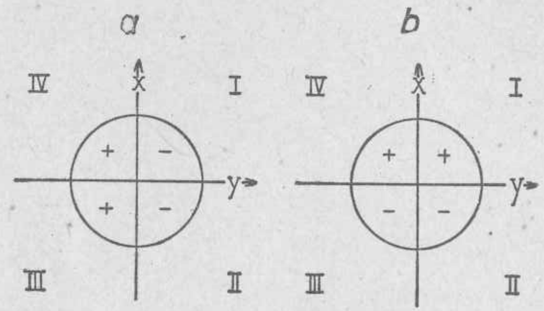


Fig. 6 - **Determinazione del segno dei coefficienti di direzione**

a e *b*



La nostra Casa si è specializzata da più di 60 anni nella fabbricazione dei **REGOLI CALCOLATORI** di tutti i sistemi e ne detiene anche i brevetti. La sua fabbricazione si distingue per una esattezza mai superata da nessun'altra.

Chiedete il nostro Catalogo in cui troverete:

regoli calcolatori a buon prezzo, tipi scolastici;
regoli calcolatori per uso tecnico, tipi semplici;
regoli calcolatori sistema originale Rietz e Darmstadt;
regoli calcolatori speciali per:

tecnici ed ingegneri elettrotecnici,
matematici,
geometri,
capi officina,
chimici,
aviatori,
aerofotografi,
commercianti in genere,
costruttori in cemento armato,

regoli calcolatori tascabili, indicatissimi anche per pubblicità.

Il nostro campo di lavoro si estende poi anche nella fabbricazione di articoli tecnici da disegno, come

doppi e multipli decimetri,
righe a T,
squadre da disegno,
goniometri,
tavoli da disegno più volte brevettati,
tecnigrafi „ „ „
tavolette da disegno,
pantografi brevettati di precisione in legno e metallo,
rulli calcolatori,
rettografi brevettati per iscrizione diciture su progetti, cartelli, ecc.

La nostra marca di fabbricazione è una garanzia della massima precisione e solidità degli articoli. Assicuratevi dunque, prima di acquistare, che lo strumento porti per esteso la marca « Albert Nestler A. G. - Lahr (Germania) ».