FABER-CASTELL

4

1962

Rechenstab-Brief

Berichte und Anregungen für das Stabrechnen

Aus dem Inhalt

FABER-CASTELL

Verantwortliche Schriftleitung:

Dr. Peter Pirchan
Ing. Harald Bachmann

Hinweis:

Der Castell-Rechenstab-Brief wird kostenlos an Interessenten verschickt. Weitere Druckschriften können angefordert werden.

Die Erzielung höherer Rechengenauigkeit mit dem neuen Rechenstab CASTELL-Novo-Duplex Nr. 2/83

von Oberstudienrat Dr. F. Heywang

Seit einigen Monaten besitzt der Rechenschieber „Duplex" einen Doppelgänger, der sich im Namen nur durch die Vorsilbe „Novo" (= neu) von seinem Vorgänger unterscheidet. Wer dieses Modell zur Hand nimmt, wird aber sofort erkennen, daß es sich hier nicht um einen zum Verwechseln ähnlichen Doppelgänger, sondern um eine wirkliche Neukonstruktion handelt, die gegenüber ihrem Vorgänger zahlreiche wesentliche Vorzüge besitzt. Die folgenden Untersuchungen sollen zeigen, welcher Art diese Verbesserungen sind, und daß durch sie das neue Modell einen Rechenschieber darstellt, der an Rechengenauigkeit das bisherige Modell weit übertrifft.

Die Vorderseite enthält nun neben den Grundskalen C, D und CI auch die versetzten Skalen CF, DF und die neu aufgenommene Skala CIF. Damit ist auf **einer** Rechenschieberseite alles beisammen, um die weitaus häufigsten Rechnungsarten des Multiplizierens und Dividierens auf ihr übersichtlich durchführen zu können. Man braucht die Zunge wegen der versetzten Skalen nicht mehr durchzuschieben. Man kann bei zusammengesetzten Rechnungen fast immer **zwei** Operationen mit **einer** Zungeneinstellung ausführen. Bei Tabellenrechnungen hat man gleichzeitig **alle** möglichen Werte vor Augen ohne die Rechenschieberseite wechseln zu müssen. Die Genauigkeit ist bei solchen Rechnungen die eines üblichen Rechenschiebers von 25 cm Skalenlänge.

Die gleiche Seite des Rechenschiebers enthält auch alle Skalen für trigonometrische Rechnungen, da jetzt die arc-Skala sich auch auf dem Stabkörper neben der sin-Skala befindet. Auf diese Weise läßt sich z. B. der sin-Satz auch für Dreiecke anwenden, bei denen ein Winkel unter 5,7⁰ liegt, was bisher nicht ohne weiteres möglich war.

B e i s p i e l 1

Von einem Dreieck ist gegeben: $c = 6{,}92$ m, $\alpha = 62{,}25^0$, $\beta = 3{,}53^0$.
Berechne die Seiten a und b.

$\gamma = 180^0 - (62{,}25^0 + 3{,}53^0) = 180^0 - 65{,}78^0 = 114{,}22^0$

$\sin\gamma = \sin 114{,}22^0 = \sin 65{,}78^0$

Nach dem sin-Satz erhält man jetzt:

$$\frac{6{,}92\text{ m}}{\sin 65{,}78^0} = \frac{a}{\sin 62{,}25^0} = \frac{b}{\sin 3{,}53^0}$$

Läufer auf S $65{,}78^0$
C 6,92 unter den Läufer
Läufer auf S $62{,}25^0$
Seite a unter dem Läufer auf C: $a = 6{,}72$ m
Läufer auf ST $3{,}53^0$
Seite b unter dem Läufer auf C: $b = 0{,}468$ m

Auf der Rückseite der Zunge befindet sich eine zweite C-Skala, die genau mit der C-Skala der Vorderseite übereinstimmt. Beim Rechnen mit den Exponentialfunktionen kann man dadurch, ohne den ganzen Schieber umdrehen zu müssen, auf dieser Skala die Exponenten bzw. die Logarithmen zu beliebigen Grundzahlen ablesen.

Beispiel 2

Berechne $\sqrt[5]{8{,}29}$

Läufer auf LL_3 8,29

C 5 unter den Läufer

Läufer auf C 10

Resultat unter dem Läufer auf LL_2: $\sqrt[5]{8{,}29} = 1{,}526$

Die entscheidende Neuerung des Modells sind aber die beiden 50 cm langen Wurzelskalen, von denen die eine, zerlegt in zwei 25 cm lange Teile W_1 und W_2, auf dem Stabkörper, die andere als W_1' und W_2' auf der Zunge aufgetragen ist. Diese beiden Skalen setzen den Benutzer in die Lage, auf dem nur wenig mehr als 25 cm langen Stabkörper Multiplikationen und Divisionen mit der Genauigkeit eines 50 cm langen Stabes auszuführen.

Das Multiplizieren erfolgt genau wie bei den üblichen Rechenschiebern: Man stellt den ersten Faktor auf der W_1- oder W_2-Skala ein. Mit ihm bringt man den Anfang 1 oder das Ende 10 der W'-Skala zur Deckung. Dann stellt man den 2. Faktor auf der W'-Skala mit dem Läufer ein und findet dann unter ihm auf der W-Skala das Resultat. Um aber unter den beiden Teilen der W-Skala den richtigen zu finden, merke man sich folgende (jedem Novo-Duplex-Rechenstab in der Gebrauchsanweisung beigegebene) Regel:

Bei Einstellung mit einem **schwarzen** Indexstrich W_1' 1 oder W_2' 10 wird das Produkt an der dem 2. Faktor **anliegenden** Stabkörperskala abgelesen.

Bei Einstellung mit einem **roten** Indexstrich W_1' 3,162 oder W_2' 3,162 wird das Produkt an der dem 2. Faktor **gegenüberliegenden** Stabkörperskala abgelesen.

Beispiel 3

$x = 137{,}5 \cdot 3{,}592$

Läufer auf W_1 137,5

W_1' 1 (schwarz) unter den Läufer

Läufer auf W_2' 3,592

Resultat unter dem Läufer auf W_2:

$x = 494{,}0$

Exaktes Resultat 493,90

Ungenauigkeit 0,20‰

Beispiel 4

$x = 28{,}34 \cdot 0{,}611$

Läufer auf W_1 28,34

W_1' 3,162 (rot) unter den Läufer

Läufer auf W_2' 0,611

Resultat unter dem Läufer auf W_1:

$x = 17{,}32$

Exaktes Resultat 17,31574

Ungenauigkeit 0,26‰

Jeder Leser möge sich durch eigenes Einstellen überzeugen, daß sich die angegebene Genauigkeit ohne Mühe erzielen läßt.

Mit derselben Genauigkeit lassen sich auch Divisionen ausführen. Sie erfolgen ebenfalls nach der sonst üblichen Methode. Um die richtige Ableseskala zu finden, benutze man die Regel:

Bei Einstellung der Zahlen auf **aneinanderliegenden** Skalen wird der Quotient bei einem der **schwarzen** Striche W_1' 1 oder W_2' 10 abgelesen.

Bei Einstellung der Zahlen auf **gegenüberliegenden** Skalen wird der Quotient bei einem der **roten** Striche W_1' 3,162 oder W_2' 3,162 abgelesen.

Beispiel 5

$x = 819{,}6 : 6{,}084$
Läufer auf W_2 819,6
W_2' 6,084 unter den Läufer
(anliegende Skala)
Resultat unter W_1' (schwarz) auf W_1:
$x = 134{,}7$

5-stelliges Resultat 134,73
Ungenauigkeit 0,22‰

Beispiel 6

$x = 0{,}2413 : 5{,}76$
Läufer auf W_1 0,2413
W_2' 5,76 unter den Läufer
(gegenüberliegende Skala)
Resultat über W_2' 3,162 auf W_2:
$x = 0{,}04190$

5-stelliges Resultat 0,041892
Ungenauigkeit 0,19‰

Auch hier wird bei sorgfältiger Einstellung ein mittlerer Fehler von etwa 0,2‰ erreicht. Das ist nahezu die Genauigkeit einer 4-stelligen Logarithmentafel bei höchstens einem Viertel des Zeitaufwandes. Die Genauigkeit vermindert sich bei zusammengesetzten Multiplikationen und Divisionen nur unwesentlich, besonders wenn sie mit **einer** Zungenstellung ausgeführt werden können.
Um die W-Skalen unterzubringen, mußten einige andere Skalen weichen: Auf dem neuen Modell finden sich keine der bisherigen Quadratskalen A und B, auch die bewegliche reziproke Quadratskala BI und die bewegliche Kubenskala K' fehlen. Das bringt aber nicht den geringsten Nachteil, da ihre Aufgaben sich auf den neuen Skalen mit weit höherer Genauigkeit durchführen lassen.
Das Quadrieren erfolgt durch Übergang von den Wurzelskalen W_1' und W_2' zur Grundskala C. Da diese 25 cm als Einheit besitzt, ist die Genauigkeit im Vergleich zu der bisher üblichen B-Skala auf das Doppelte gestiegen. Schließt sich an das Quadrieren eine weitere Rechnung an, so kann das auf allen Skalen der Stabvorderseite geschehen, weil ja die Grundskala C der Zungenrückseite mit der C-Skala der Vorderseite völlig übereinstimmt.

Beispiel 7

Berechne das Volumen eines quadratischen Prismas mit der Grundkante 4,19 dm und der Höhe 17,04 dm.
$V = 4{,}19^2 \cdot 17{,}04\ dm^3$
Läufer auf W_2 4,19
CI 17,04 unter den Läufer
Resultat unter C 10 auf D: $V = 299{,}2\ dm^3$

Das Radizieren führt man aus, indem man von der in der Mitte der Zungenrückseite angebrachten C-Skala zu den W'-Skalen übergeht, und zwar für Zahlen 1 . . 10, 100 . . 1000 usf. auf W_1', für Zahlen 0,1 . . . 1, 10 . . . 100 usf. auf W_2'. Die Genauigkeit ist wieder die hohe der W-Skalen mit ihrer 50 cm-Einheit.

Beispiel 8

$x = \sqrt{264{,}4}$
Läufer auf C 264,4
Resultat unter dem Läufer auf W_1':
$x = 16{,}26$

Beispiel 9

$x = \sqrt{0{,}718}$
Läufer auf C 0,718
Resultat unter dem Läufer auf W_2':
$x = 0{,}8474$

Soll an das Ausziehen der Quadratwurzel eine weitere Rechnung angeschlossen werden, so erfolgt dies auf den W-Skalen mit der hohen Genauigkeit ihrer 50 cm-Einheit.

B e i s p i e l 10

$$x = \sqrt{82,52} \cdot \frac{3,179}{0,279}$$

Zunge auf Grundstellung bringen.
Läufer auf C 82,52
W_1' 0,279 unter den Läufer
Läufer auf W_2' 3,179
Resultat unter dem Läufer auf W_1: $x = 103,50$
5-stelliges Resultat 103,51
Fehler 0,1‰

Eine dritte Potenz kann man wie bei den bisherigen Rechenschiebern mit geringer Genauigkeit durch Übergang von der D-Skala zur Kubenskala finden. Hier kann man sie aber mit der vollen Genauigkeit einer 25 cm-Skala, also mit dreimal höherer Genauigkeit, berechnen, wenn man die Wurzelskala W mit der Skala CI verwendet:

B e i s p i e l 11

$x = 24,3^3$
Läufer auf W_1 24,3
CI 24,3 unter den Läufer
Resultat unter C 1 auf D: $24,3^3 = 14350$

Da bei dieser Berechungsweise die Resultate auf der Grundskala abgelesen werden, kann man, wenn es erforderlich ist, jede beliebige weitere Multiplikation oder Division anfügen.

Zum Ziehen der 3. Wurzel geht man wie früher von der K-Skala zur Grundskala D über und kann, wenn es erforderlich ist, mit dem Resultat gleich weiter rechnen.

Benötigt man den Logarithmus einer Zahl, so findet man ihn durch den Übergang von den W'-Skalen auf die linear unterteilte L-Skala in der Mitte der Zungenrückseite. Dabei gelten für W_1' die mit 0,0 . . . 0,5 beginnenden, für W_2' die mit 0,5 . . . 0,9 beginnenden Mantissen.

B e i s p i e l 12

$x = \log 65,85$
Läufer auf W_2' 65,85
Resultat unter dem Läufer auf L: $\log 65,85 = 1,8186$

Die Genauigkeit ist dabei fast die einer 4-stelligen Logarithmentafel. Das Ergebnis des Beispiels 12 deckt sich z. B. vollständig mit dem Wert einer solchen Tafel.

Die hier angeführten Rechenmethoden und -beispiele können naturgemäß die Möglichkeiten des neuen Rechenschiebermodells mit seinen 24 Skalen nicht erschöpfend behandeln. Es sollen nur die wesentlichsten Vorteile und unter ihnen der große Gewinn an Genauigkeit aufgezeigt werden. Überall dort, wo man bisher glaubte, wegen unzureichender Genauigkeit auf die Verwendung eines Rechenschiebers verzichten zu müssen, empfiehlt es sich zu prüfen, ob die mit dem Modell „Novo-Duplex“ erzielbare Genauigkeit nicht doch ausreicht, so daß man mit ihm in den Genuß der großen Zeitersparnis kommen kann.

Das Rechnen mit komplexen Zahlen am Rechenstab

(Fortsetzung der Abhandlung aus dem Rechenstabbrief Nr. 3)
von Ing. H. Bachmann

Einige gebräuchliche Funktionen

Da in vielen Rechnungen der Elektrotechnik mit den Leitwerten komplexer Widerstände gerechnet wird, ist die Inversion der komplexen Zahl eine der wichtigsten Funktionen. Mit den Regeln für die Division komplexer Zahlen ergeben sich folgende Formeln:

$$\frac{1}{\mathfrak{z}} = \frac{1}{x + j\,y} = \frac{1}{r\,\underline{/\varphi}} = \frac{1}{r}\,\underline{/-\varphi} = \frac{1}{r} \cdot e^{-j\varphi} \text{ bzw.}$$

$$\frac{1}{x + j\,y} = \frac{x - j\,y}{(x + j\,y)\,(x - j\,y)} = \frac{x - j\,y}{x^2 + y^2} = \underline{\frac{x}{x^2 + y^2} - j\,\frac{y}{x^2 + y^2}}$$

$$\text{z. B.:}\quad \frac{1}{1{,}76 + j\,2{,}1} = \frac{1}{2{,}74\,\underline{/50^0}} = \frac{1}{2{,}74}\,\underline{/-50^0} = 0{,}365\,\underline{/-50^0} = 0{,}235 - j\,0{,}28$$

CI 1 / D 2,1 // CI 1,76 / T_2 **50^0**; CI 10 / D 2,1 // S 50^0 / CI **2,74**

S 50^0 / CI 0,365 // CI 10 / D **0,28;** CI 1 / D 0,28 // T 50^0 / CI **0,235**

$$\text{oder auch:}\quad \frac{1}{1{,}76 + j\,2{,}1} = \frac{1{,}76}{7{,}5} - j\,\frac{2{,}1}{7{,}5} = 0{,}235 - j\,0{,}28$$

C 2,1 / A 10 // C 1,76 / A 7; $7 + 10 = 17$; A 17 / B 7,5

C 7,5 / D 10 // C 1,76 / D **0,235** und C 2,1 / D **0,28**

Sehr häufig kommt auch die Funktion $\mathfrak{z}^2 = (x + j\,y)^2$ vor, weshalb sie hier etwas eingehender behandelt werden soll.

$\mathfrak{z}^2 = (x + j\,y)^2 = (r\,\underline{/\varphi})^2 = r^2\,\underline{/2\varphi} = r^2 \cdot e^{j2\varphi}$ bzw.

$(x + j\,y)^2 = x^2 + j\,2\,x\,y - y^2 = x^2 - y^2 + j\,2\,x\,y$

z. B.: $(3{,}5 + j\,2{,}6)^2 = (4{,}36\,\underline{/36{,}6^0})^2 = 19\,\underline{/73{,}2^0} = 5{,}5 + j\,18{,}2$

CI 10 / D 2,6 // CI 3,5 / T_1 **$36{,}6^0$**; S $36{,}6^0$ / CI **4,36** und auf BI 19

S $73{,}2^0$ / CI 19 // CI 10 / D **18,2;** T_2 $73{,}2^0$ / CI **5,5**

oder auch: $(3{,}5 + j\,2{,}6)^2 = 3{,}5^2 - 2{,}6^2 + j\,7 \cdot 2{,}6 = 5{,}5 + j\,18{,}2$

C 2,6 / A 10 // C 3,5 / A 18,15; $18{,}15 - 10 = 8{,}15$; A 8,15 / B **5,5**

Eine für die Behandlung der Kreis- und Hyperbelfunktionen wichtige Funktion ist die Exponentialfunktion $e^{\mathfrak{z}}$.

$e^{\mathfrak{z}} = e^{(x + j\,y)} = e^x \cdot e^{j\,y}$.

Da $e^{j\,y} = \cos y + j \sin y$ ist, wird:

$$e^{(x + j\,y)} = e^x \cdot \cos y + j\,e^x \cdot \sin y$$

z. B.: $e^{(3{,}5 + j\,2{,}6)} = e^{3{,}5} \cdot \cos 2{,}6 + j\; e^{3{,}5} \cdot \sin 2{,}6$

$\sphericalangle\ \varphi = \widehat{2{,}6} = 149^0;\ \cos 149^0 = -\cos(180^0 - 149^0) = -0{,}858$

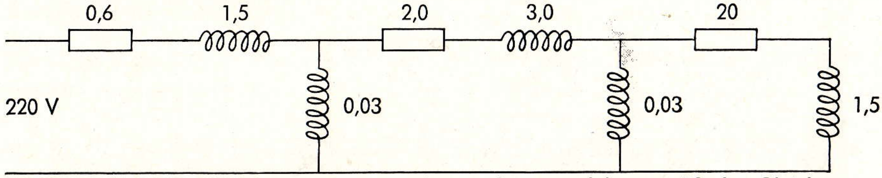
$\sin 149^0 = \sin(180^0 - 149^0) = 0{,}515$

$e^{(3{,}5 + j\,2{,}6)} = -33{,}2 \cdot 0{,}858 + j\;33{,}2 \cdot 0{,}515 = -28{,}5 + j\;17{,}1$

D 3,5 // LL_3 33,2; C 33,2 / D 10 // CS 31^0 / C 28,5; S 31^0 / C 17,1

Anwendung:

Die Kaskadenschaltung zweier Induktionsmaschinen ist durch nachstehendes, einphasiges Ersatzschaltbild dargestellt.



Die Berechnung des komplexen Gesamtwiderstandes $\mathfrak{Z}$ erfolgt gemäß der Gleichung:

$$\mathfrak{Z} = 0{,}6 + j\,1{,}5 + \cfrac{1}{-j\,0{,}03 + \cfrac{1}{2 + j\,3 + \cfrac{1}{-j\,0{,}03 + \cfrac{1}{20 + j\,1{,}5}}}}$$

Die Rechnung erfolgt vom Bruch $\frac{1}{20 + j\,1{,}5}$ aus, indem abwechselnd eine Inversion und Addition durchgeführt wird.

$20 + j\,1{,}5 \xrightarrow{J} \frac{20}{402{,}25} - j\,\frac{1{,}5}{402{,}25}$	C 402,25 / D 10 //
$0{,}0497 - j\;0{,}00373$	C 20 / D **0,0497**
$-j\;0{,}03$	C 1,5 / D **0,00373**
$\frac{0{,}0497}{0{,}0036} + j\,\frac{0{,}0337}{0{,}0036} \xleftarrow{J} 0{,}0497 - j\,0{,}0337$	C 0,0497 / A 10 // C 0,0337 / A 4,6; 4,6 + 10 = 14,6 A 14,6 / B **0,0036**
$13{,}8 + j\,9{,}37$ $2{,}0 + j\,3{,}0$	C 0,0036 / D 1 // C 0,0497 / D **13,8** C 0,0337 / D **9,37**
$15{,}8 + j\,12{,}37 \xrightarrow{J} \frac{15{,}8}{406} - j\,\frac{12{,}37}{406}$	C 15,8 / A 10 // C 12,37 / A 6,12; 6,12 + 10 = 16,12 A 16,12 / B **406**
$0{,}039 - j\;0{,}0305$	C 406 / D 10 // C 15,8 / D **0,039**
$-j\;0{,}03$	C 12,37 / D **0,0305**
$\frac{0{,}039}{0{,}00522} + j\,\frac{0{,}0605}{0{,}00522} \xleftarrow{J} 0{,}039 - j\,0{,}0605$	C 0,0605 / A 10// C 0,039 / A 4,16; 4,16 + 10 = 14,16
$7{,}48 + j\,11{,}6$ $0{,}60 + j\;\;1{,}5$ $\underline{\underline{8{,}08 + j\,13{,}1}}$	A 14,16 / B **0,00522** C 0,00522 / D 10 // C 0,039 / D **7,48** C 0,0605 / D **11,6**

Der komplexe Gesamtwiderstand der Schaltung ist somit:

$$\mathfrak{Z} = \mathbf{8{,}08 + j\;13{,}1}$$

Praktische Anwendung des Rechenstabes 2/82 u. 52/82 im Chemie- und Physikunterricht

von Studienrat i. R. Walter Schock

Der größte Vorzug des Rechenstabes für die Lösung von Rechenaufgaben im Chemie- und Physikunterricht, wie überhaupt auf allen Gebieten des praktischen Rechnens liegt in seiner Eigenschaft, bei einer einzigen Einstellung eine Vielfalt des Verhältnisses zweier Zahlenwerte zu liefern. Im praktischen Rechnen des täglichen Lebens wendet jeder den Dreisatz an, auch REGULA DE TRI genannt. Sie ist in Wahrheit die REGULA AUREA, die goldene Regel des Stabrechnens und auch im Chemieunterricht die gebräuchlichste Methode. Sie ist jedem Schüler der Mittelstufe, gleich ob auf Fach- und Berufs- oder Mittel- und Oberschulen geläufig, ehe er überhaupt den Rechenstab kennengelernt hat.

Der „abgekürzte Dreisatz" überspringt den Schluß auf die Einheit und setzt unmittelbar zwei Verhältnisse einander gleich.

Dabei muß jedoch die gleiche Benennung im Obersatz und Untersatz untereinanderstehen. Wie man diese Verhältnisgleichung am Rechenstab für Rechenaufgaben aus der Chemie anwendet, soll in der folgenden Aufgabe aus der anorg. Chemie gezeigt werden.

A u f g a b e 1: Das Element Kohlenstoff (C) verbrennt in reinem Sauerstoff (O_2) zu Kohlendioxyd (bei genügender Luftzufuhr, andernfalls zu Kohlenmonoxyd) gemäß der Reaktionsformel

$$C + O_2 \longrightarrow C\,O_2.$$

Da die chemischen Symbole der Elemente gleichzeitig die Atomgewichte (korrekt: Atommassen) bedeuten, kann man dies auch quantitativ ausdrücken:

12 g (C = 12) Kohlenstoff verbinden sich mit 2·16 (0 = 16) g Sauerstoff zu 44 g (= 22,415 Liter) Molekulargewicht des Kohlendioxyds. Man will die Kohlendioxydmenge in Litern erhalten, die entsteht, wenn man 23 g Kohlenstoff verbrennt.

Man schreibt diese Aufgabe in der Form des Dreisatzes:

12 g C $\longrightarrow$ 22,415 Lit. CO_2
23 g C $\longrightarrow$ x Liter CO_2.

Für den Rechenstab macht man diesen Dreisatz so zurecht, daß man die beiden Zeilen durch einen waagrechten Strich trennt, der als Fuge zwischen der D-Leiter und der C-Leiter sichtbar ist, also

$$\frac{C\,12 \longleftrightarrow C\,22{,}415.}{D\,23 \longleftrightarrow D\,x = \underline{43}}$$

Man stelle D 23 unter C 12 und liest das Ergebnis x = 43 auf der D-Leiter unter dem Werte C 22,415 ab.

Eine bekannte Rechenregel sagt nun, daß, wenn man das eine Zahlenverhältnis umkehrt, muß auch das andere umgekehrt werden, d. h. es sind dann die R e z i p r o k w e r t e gleich.

Wir erhalten also die symbolische Rechenstabform:

$$\frac{C\ 23 \longleftrightarrow C\ x = 43}{D\ 12 \longleftrightarrow D\ 22{,}415}$$

Diese Form entspricht genau der Regel beim Stabrechnen, die bei der abwechselnden Multiplikation und Division angewendet wird und die als ZICK-ZACK-Regel bekannt ist.

Da nämlich $x = \frac{23 \cdot 22{,}415}{12}$ ist, rechnet man zuerst 23 : 12 und multipliziert dann mit 22,415 (stets zuerst die Division, dann die Multiplikation!).

Reicht die Leiter nicht aus, weil man über das rechte Ende der Grundleiter hinausgelangen würde, so nimmt man die erstgenannte Einstellung, z. B. falls die gegebene Kohlenstoffmenge größer als 105 g sein sollte.

Die Einstellung erfolgt dann so:

$$\frac{D\ 12 \longleftrightarrow D\ 22{,}415}{C\ 105 \longleftrightarrow C\ x = 196 \text{ Liter } CO_2}$$

Wie wertvoll diese Eigenschaft des Rechenstabes, automatisch eine Tabelle herstellen zu können, in vielen Fällen ist, sei im Folgenden an der **Dulong-Petitschen Regel** gezeigt. Diese Regel wurde 1819 durch die beiden französischen Forscher Petit und Dulong auf Grund zahlreicher Versuche gefunden und früher — vor der Erfindung des Massenspektrographen durch den Engländer Aston 1913 — zur Bestimmung des Atomgewichtes von Metallen benutzt. Sie gilt nämlich mit guter Näherung für die metallischen Elemente mit der Atomgewichtszahl größer als 35, wie aus untenstehender Tabelle zu ersehen ist. Man kann mit ihrer Hilfe im Schulversuch, dem ja der Massenspektrograph kaum je zur Verfügung steht, darüber entscheiden, welches Multipel des experimentell leicht festzustellenden Äquivalentgewichtes das Atomgewicht ist.

Die Regel lautet: **Das Produkt aus Atomgewicht (A. = G.) und der spezif. Wärme bei ung. + 20° C ist für die schweren Metalle stets nahe 6,2 cal/Grad** (oder im MKS-System nahe 25 kWs/C).

Für feste kristallisierte Verbindungen zeigt die Erfahrung, daß die durchschnittliche Atomwärme — d. h. jenes Produkt — hier die Molwärme, geteilt durch die Anzahl der Atome der betr. Verbindung, ebenfalls stets nahe dem Werte 6,2 cal/Grad liegt.

Element/Name	Symbol	A.=G.	spez. Wärme cal/Grad	spez. Wärme kWs/C cp
Blei	Pb	207,21	0,0306	125
Eisen	Fe	55,85	0,107	460
Kupfer	Cu	63,54	0,0921	385
Silber	Ag	107,88	0,0558	230
Zink	Zn	65,37	0,0925	390
Zinn	Sn	118,70	0,0542	210

Man kann nun mit Hilfe des Rechenstabes spielend die obige Regel für beliebig viele Elemente bestätigen, was auf rein rechnerischem Wege oder auch mit Logarithmentabellen außerordentlich umständlich wäre.

Wir finden für die bekanntesten Metalle die Atomwärmen:

Ag	$107{,}88 \cdot 0{,}558$	$= 6{,}00$
Cu	$63{,}54 \cdot 0{,}0921$	$= 5{,}85$
Fe	$55{,}85 \cdot 0{,}107$	$= 5{,}98$
Pb	$207{,}21 \cdot 0{,}0306$	$= 6{,}34$
Sn	$118{,}70 \cdot 0{,}0542$	$= 6{,}44$
Zn	$65{,}37 \cdot 0{,}0925$	$= 6{,}05$ (oder im M K S - System entsprechend)
		$36{,}66 : 6 = \mathbf{6{,}11.}$

Man kann im Laboratoriumsversuch zwecks Bestätigung dieser Regel auch so verfahren, daß man diejenigen Gewichtsmengen der betr. Metalle mit dem Rechenstab berechnet, für die bei einer und derselben Wassermenge und bei Erhitzung des Metallstückes auf die Temperatur des kochenden Wassers die gleiche Temperaturerhöhung eintritt.

Dies berechnet man aus der Gleichung:

Die abgegebene Wärmemenge = der aufgenommenen Wärmemenge, also zum Beispiel für den Fall, daß das Wasser (200 g) die Anfangstemperatur 20° hat und um 5°, d. h. auf 25° C erwärmt wird, während das Metall sich auf diese Mischungstemperatur abkühlt:

$$x \text{ g Metall} \cdot (6{,}2 : \text{A.=G. des Metalls}) \cdot (100 - 25) = 200 \text{ g Wasser} \cdot 5^0.$$

Hieraus berechnet man den Wert für x:

$$x = \frac{1000 \cdot \text{A.=G.}}{6{,}2 \cdot 75}$$

Die Tabelle gestaltet sich daher für die obengenannten Metalle wie folgt:

$$\text{Ag: } x = \frac{1000 \cdot 107{,}88}{6{,}2 \cdot 75} \text{ oder mit dem konstanten Faktor } \frac{1000}{6{,}2 \cdot 75} = 20 : 9{,}3 = 2{,}15$$

$$x = \mathbf{232\ g}$$

In ähnlichen Fällen ist es ratsam, den konstanten Faktor 20: 9,3 in der Form 100: 46,5 oder 10: 4,65 zu schreiben.

Cu: x = **137 g** Fe: x = **120,3 g** Pb: x = **445 g** Sn: x = **255 g** Zn: x = **141 g**

Hält man sich solche Metallgewichtsstücke vorrätig, erübrigt sich die Zubereitungsprozedur für die folgenden Versuche.

Es ergibt sich in kurzer Zeit die annähernd gleiche Temperaturerhöhung von 5° C und man kann die Rechnung nun auch rückwärts ausführen lassen.

Man muß allerdings die Schüler — wie es überhaupt beim Rechenstabrechnen dringend erforderlich ist — dazu erziehen, die Tabellenform herzustellen und nicht erst alle Zwischenergebnisse jedesmal auszurechnen oder gar aufzuschreiben.

Natürlich kann man auf dem Rechenstab **CASTELL-Duplex 2/82** auch die **π-versetzten Skalen** mit **Vorteil** anwenden.

Auch in der **physikalischen Chemie** wird der Rechenstab sehr häufig zur Anwendung kommen.

A u f g a b e 2:

Um die mittlere Geschwindigkeit der Gasmoleküle zu bestimmen, benutzt man die von der kinetischen Gastheorie bekannte Formel:

$$E_{kinet.} = \frac{m}{2}\overline{v}^2 = \frac{3R \cdot T}{2L}.$$

Die linke Seite der Formel ist die mittlere kin. Energie der Gasmenge 1 kg Mol., m ist die Masse einer einzelnen Molekel, L die Avogadro- oder Loschmidt-sche Zahl $6{,}025 \cdot 10^{26}$ und $L \cdot m = M$ das kgmol-Gewicht (richtiger: Masse).

Hieraus kann man die mittlere Geschwindigkeit $\overline{v}$ der Gasmoleküle für jede abs. Temperatur angenähert berechnen, wenn man deren Molekulargewicht kennt.

Es werde hier für drei Gase durchgeführt:

1. Wasserstoff bei $+ 20^0$ C = 293^0 abs. (Kelvin)
2. Sauerstoff bei 0^0 C = 273^0 K
3. Stickstoff bei -50^0 C = 223^0 K (krit. Temp. $-62{,}5^0$ C)

Die betr. Molekulargewichte sind: $H_2 = 2$, $O_2 = 32$ und $N_2 = 28$.

Da für alle Gase die Konstante R gleich 8317 Joule/Grad, Kg-Mol ist, so kann der Faktor 3R vor der Rechnung festgelegt werden, nämlich **24 951.**

Da $\overline{v}^2 = \frac{3 R \cdot T}{M}$ ist, rechnet man auf der A-Leiter und liest auf der D-Leiter ab.

Das Symbol für die Rechenstabeinstellung wird demnach:

$$\frac{A : 24\,951 \longleftrightarrow B : T}{B : M \longleftrightarrow D : \overline{v}}$$

Für Wasserstoff wird dies:

$$\frac{A : 24\,951 \longleftrightarrow B : 293}{B : 2 \longleftrightarrow x = D : \mathbf{1910\ m/sek}}$$

D. h. Man stelle B 2 unter A 24951 (linke Skalenhälfte, da Ziffernanzahl ungerade), verschiebe den Läufer auf B 293 und liest auf D unter dem Läuferstrich ab.

Hier ist der Rechenstab CASTELL-Duplex 2/82 wieder von Vorteil, da man auch statt der Quadratskalen die Reziprokskala BI benutzen kann.

Der Leser führe das für die beiden anderen Beispiele durch.
Man beachte, daß zweistellige Zahlengrößen wie 32 und 28 auf der rechten Hälfte der Quadratskalen stehen.

Ergebnis: $\overline{v}$ für O_2 = 461 m/sek
$\overline{v}$ für N_2 = 446 m/sek

In der **Atomphysik** leistet der Rechenstab ebenfalls ausgezeichnete Dienste.

A u f g a b e 3:
Eine Magnetfeldspule hat die Länge 64 cm und besitzt 100 Windungen auf 10,3 cm. Die angelegte Spannung beträgt 188 Volt, die Stromstärke 1,25 Amp.

Durch das magnetische Feld dieser Spule werden die in einer Wehneltröhre erzeugten Elektronen so abgelenkt, daß ihre Bahn kreisförmig wird, wobei der Durchmesser des Kreises 6 cm wird.

Bestimme aus den gegebenen Größen das Verhältnis von Ladung zur Masse e/m und die Geschwindigkeit v der Elektronen.

L ö s u n g : Aus der Energiegleichung ergibt sich die Beschleunigungsformel

$$e \cdot U = \frac{m}{2} \cdot v^2 \qquad \text{(U = Spannung, m = Masse eines Elektrons).}$$

Aus dem Impulssatz kann man die magnetische Ablenkung der Elektronen mittels der Formel $m \cdot v = e \cdot r \cdot B$ berechnen. B = Kraftflußdichte $= \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot J$, wobei μ_0 die absolute Permeabilität, N/L die Zahl der Windungen per Längeneinheit, J die Stromstärke bedeutet.

Bei Anwendung des M K S - Systems, das als Grundeinheiten METER, KILOGRAMM und SEKUNDE benutzt (Giorgi), ist $N/L = 10^3/1{,}03$ Windungen per m,

$$\mu_0 = 0{,}4\,\pi \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{Volt} \cdot \text{Sekunden}}{\text{Ampere} \cdot \text{Meter}}$$

Nach Eliminierung von v ergibt sich daraus

$$\frac{e}{m} = \frac{2\,U}{r^2 B^2} = \frac{2 \cdot U \cdot L^2}{r^2 \cdot \mu_0^2 \cdot N^2 \cdot J^2} = \frac{2 \cdot 188 \cdot 1{,}03^2}{0{,}03^2 \cdot 0{,}4^2 \cdot \pi^2 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}25^2 \cdot 10^6}$$

Hier sieht das Bild also folgendermaßen aus:

$$\frac{2 \cdot 1{,}88 \cdot 1{,}03^2 \cdot 10^2}{3^2 \cdot 4^2 \cdot \pi^2 \cdot 1{,}25^2 \cdot 10^{-12}}$$

d. h., die entstehende Zahl des Ergebnisses muß mit 10^{14} multipliziert werden.

Natürlich wird der geschickte Rechner noch einige Vereinfachungen vor Anwendung des Rechenstabes vornehmen, soweit sie ohne Mühe im Kopfe durchgeführt werden können, um die Stabarbeit dann bequem durchführen zu können. Hier wird man die Zahlen 2 und 1,88 im Zähler zu 3,76, ebenso die Zahlen im Nenner $3^2 \cdot 4^2 = 144$ im Nenner zusammenfassen, vielleicht noch mit 8^2 erweitern, da man dann im Nenner den Wert $100 = 10^2$ erhält.

Die neu anfallenden Zehnerpotenzen von $144 = 1{,}44 \cdot 10^2$ werden bei der Abspaltung berücksichtigt. Die Quadratzahlen werden zusammengezogen: also rechnet man nun auf der Quadratskala A, während die Grundzahlen der Quadrate auf der A-Skala eingestellt werden:

$$\frac{3{,}76 \cdot 8{,}24^2}{1{,}44 \cdot \pi^2} 10^{10}$$

Beim Überschlag wird gerechnet $3{,}66 = 4$; $1{,}44 = 1{,}5$; $8^2 = 70$; $\pi^2 = 10$, also bleibt für die Kopfrechnung nur $28 : 1{,}5$, d. h. ung. $56 : 3 = 18$.

Die Rechnung mit dem Rechenstabe sieht nun symbolisch so aus:

$$\frac{\text{A } 3{,}76 \longleftrightarrow \text{C } 8{,}24}{\text{B } 1{,}44 \longleftrightarrow \text{D } \pi}$$

Die Ablesung erfolgt nun auf der Skala A mit $18 \cdot 10^{10}$: $e/m = 1{,}8 \cdot 10^{11}$ Coulomb/kg. Da man die Grundzahlen auf der D- bzw. der C-Skala einstellen muß, könnte man hier auch vorteilhaft die Reziprokskala CI bei der Division mit 8,24 und mit π anwenden, um noch einfachere Einstellungen zu bekommen.

Um die Genauigkeit des Ergebnisses zu vergleichen, rechne man einmal mit 4- oder 5stelligen Logarithmen und wird feststellen, daß erst bei der 3. Stelle nach dem Komma eine merkbare Abweichung entsteht.

(Der heute als genauest angesehene Wert C von e/m ist $1{,}7589 \cdot 10^{11}$ Coul./kg).
Um die Geschwindigkeit der Elektronen zu berechnen, setzen wir den Wert von e/m — jedoch nicht ausgerechnet — in die Impulsgleichung

$$m \cdot v = e \cdot r \cdot B$$ ein und erhalten:

$$v = \frac{2 \cdot 188 \cdot 1{,}03 \cdot 10^3}{0{,}03 \cdot 0{,}4\pi \cdot 1{,}25}$$ oder nach Vereinfachung und Abspaltung der

Zehnerpotenzen: $$v = \frac{3{,}76 \cdot 1{,}03 \cdot 0{,}8}{1{,}2 \cdot \pi} \cdot 10^7 = \mathbf{8{,}23 \cdot 10^6\ m/sek}$$

Schließlich möge noch an einem Beispiel aus der **mechanischen Schwingungslehre** gezeigt werden, daß man bei Benutzung des Rechenstabes erst nach möglichst weitgehender Vereinfachung der Formelgrößen zum Rechenstabe greifen soll, damit die Rechnung nicht nur einfach gestaltet wird, sondern auch möglichst wenige Einstellungen und Ablesungen erforderlich werden und die Genauigkeit des Stabes voll ausgeschöpft wird.

Aufgabe 4:

Um die örtliche Konstante der Erdbeschleunigung g experimentell zu bestimmen, wobei die Schwingungsformel für das **mathematische Pendel** vorausgesetzt wurde:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$$, verfuhr man wie folgt:

man ließ ein solches Pendel von vorläufig unbekannter Länge mit kleinem Ausschlage schwingen und erhielt 33 Schwingungen in 40 sek.

Verkürzte man das Pendel um 120 cm, so ergab die nächste Versuchsreihe im Mittel 39 Schwingungen in 20 sek. Unter einer Schwingung sei hier ein Hin- (oder ein Her-) gang des Pendels verstanden.

Lösung: Man erhält 2 Gleichungen:

$$1.)\quad \frac{40}{33} = \pi \cdot \sqrt{\frac{L_1}{g}} \quad \text{und 2.)}\quad \frac{20}{39} = \pi \cdot \sqrt{\frac{L_1 - 1{,}2}{g}};$$

$$L_1 : (L_1 - 1{,}2) = \frac{40^2 \cdot 39^2}{33^2 \cdot 20^2} = 5{,}59$$

Daraus erhält man die Länge des Pendels im ersten Versuch: $L_1 = \frac{5{,}59 \cdot 1{,}2}{4{,}59}$ m.

Setzt man diesen Wert in die Gleichung 1 ein und löst nach g auf, so kommt:

$$g = \frac{5{,}59 \cdot 1{,}2 \cdot \pi^2 \cdot 33^2}{4{,}59 \cdot 40^2} = \frac{5{,}59 \cdot 1{,}2}{4{,}59} \cdot \left(\frac{\pi \cdot 3{,}3}{4}\right)^2$$

Wir haben also alle Quadrate in der Klammer vereinigt, müssen daher die nicht in der Klammer stehenden Größen bereits auf der A-Skala einstellen, während die in der Klammer stehenden Grundzahlen auf der C-Skala einzustellen sind. Die Ablesung schließlich erfolgt auf der A-Skala. Man erhält den Wert $\mathbf{g = 9{,}8\ m/sek^2}$.

Der Anfänger (und bisweilen erbt sich dieser Fehler lange fort) ist geneigt, jeden Zwischenwert abzulesen und womöglich zu notieren, um dann damit weiterzurechnen.

Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz wächst damit die Größe des durchschnittlichen Fehlers, zumal wenn man Zahlen ins Quadrat erheben muß, während bei Stehenlassen des Zwischenwertes die Fehler sich ausgleichen können.

In unserem Falle ist bei dem Werte g = 9,8 der Fehler (verglichen mit dem Ergebnis mit Hilfe der 5-st. Logarithmentafel):

$$\frac{1800}{9818} \approx 0{,}2\,\text{‰}.$$

Ebenso — wenn nicht noch wichtiger — ist die Einübung der groben Schätzung, da ein Kommafehler das Ergebnis gröblich verfälschen kann.

Die dazu erforderlichen Dimensionsbetrachtungen in der Physik oder auch in der Chemie gehören einem anderen Kapitel an.

Auch die grobe Schätzung mit möglichst ganzen Zahlen muß geübt werden. Wenn man in Zähler und Nenner möglichst um gleiche prozentuale Beträge erhöht oder vermindert, kann man oft verblüffend nahe an das richtige Resultat kommen.

Aber — wie überall muß der Benutzer des Rechenstabes diese wertvolle Erfindung, besonders in der schon fast klassisch gewordenen Ausführung des CASTELL-Duplex 2/82 mit den vielseitigen Skalen, die wir hier noch gar nicht gestreift haben, sich völlig aneignen durch täglichen Gebrauch und Studium der einschlägigen Lehrbücher, die wir in Deutschland besitzen.

Der neue Rechenstab CASTELL-Novo-Duplex Nr. 2/83 im Dampfkesselbau

von Prof. Dr.-Ing. habil. H. Küttner

Die Hauptabmessungen und die Konstruktionsmaße der Einzelteile von Dampferzeugern können nicht direkt berechnet werden. Auf Grund der geforderten Dampfmengen, Dampfdrücke und Temperaturen werden sie mit Hilfe von Erfahrungswerten in Anlehnung an ähnliche, schon gebaute und erprobte Kessel für einen Vorentwurf vorläufig festgelegt. Die Heizflächen werden anschließend wärmetechnisch nachgerechnet und die Entwurfsgrößen so lange über immer wiederholte Berechnungen abgeändert, bis eine vollständige Lösung mit für alle Kesselbereiche befriedigendem Temperaturverlauf vorliegt.

Dieses Verfahren ist schon für konventionelle Kesseltypen nicht zu umgehen, weil die auf die Einheit der Heizfläche bezogenen Werte für den Wärmeübergang von der Größe und der Anordnung der Heizflächen abhängen. Für neue Kesseltypen, für die keine vollständigen Vorbilder bestehen, ist man in noch höherem Maße auf Annahmen und immer wiederholte Kontrollrechnungen angewiesen.

Erfordert schon die wärmetechnische Untersuchung eines Kessels bei Nennlast einen erheblichen Rechenaufwand, so erhöht sich dieser nochmals erheblich durch die unumgängliche Bestimmung des Teillastverhaltens der Kessel. Bei verschiedenen Lastzuständen ändert sich ja nicht nur die Abgastemperatur, der Kesselwirkungsgrad und die Heißdampftemperatur, sondern bei Naturumlaufkesseln auch der gesamte Wasserumlauf. Die Gleichungen für diese wärmetechnischen Berechnungen eignen sich besonders für eine Lösung mit dem neuen Rechenstab Castell Novo-Duplex Nr. 2/83, weil sie viele e-Funktionen und Funktionen mit gebrochenen Exponenten enthalten und meist eine Genauigkeit erfordern, die mit den bisherigen 25-cm-Rechenstäben nicht erreichbar war. Für die notwendige Tabellenbildung zur Entwicklung der endgültigen Lösung aus dem Vorentwurf ergibt der neue Rechenstab deshalb eine wesentliche Zeiteinsparung, darüber hinaus eine geistige Entlastung des Rechners durch übersichtlichere und einfachere Einstell- bzw. Rechenschemata.

Aus der Fülle der wärmetechnischen Rechnungen seien folgende als besonders charakteristisch herausgegriffen:

1. Kondensation von Sattdampf:

   Die mittlere, an einer vertikalen Platte von der Höhe H auftretende Wärmeübergangszahl ergibt sich nach Nusselt zu:

$$\alpha = \frac{4}{3} \sqrt[4]{\frac{r \cdot \gamma^2 \cdot \lambda^3}{4 \cdot \eta \cdot H\,(\vartheta' - \vartheta_w)}}$$

   wobei r die Verdampfungswärme, γ die Wichte, λ die Wärmeleitzahl und η die Zähigkeit des Wassers ist. ϑ' ist die Temperatur des Sattdampfes und ϑ_W jene der Wand.

Die Stoffwerte gelten für das Kondensat und sind für die mittlere Temperatur $\frac{\vartheta + \vartheta_w}{2}$ einzusetzen.

Der Bruch wird vorteilhaft mit Hilfe der CD-Skalen gerechnet und die Wurzel durch zweimaligen Übergang auf die W-Skalen gebildet.

Zum Beispiel:

Sattdampftemperatur ϑ = 105° C; Wandtemperatur ϑ_w = 95° C;
Verdampfungswärme r = 538,9 kcal/kg; Wichte ϱ = 958,3 kg/m³;
Wärmeleitzahl λ = 0,586 kcal/m h grd; Zähigkeit η = 28,8 · 10^{-6} kg s/m²;
Wandhöhe H = 0,2 m

$$\text{Wärmeübergangszahl } \alpha = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{538{,}9 \cdot 958{,}3^2 \cdot 0{,}586^3 \cdot 10^6}{4 \cdot 28{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot (105-95)}}$$

$$= \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{538{,}9 \cdot 919 \cdot 0{,}2013 \cdot 10^9}{4 \cdot 28{,}8 \cdot 2}}$$

$$= \frac{4}{3}\sqrt[2]{\sqrt[2]{4325 \cdot 10^8}}$$

$$= 1082 \text{ kcal/ m}^2 \text{ h grd}$$

Rechenablauf:

D 539 / C 288; Läufer auf C 2013; C 4 unter Läufer; Läufer auf C 919; C 2 unter Läufer; Läufer auf C 1 ergibt D 4325. Rechenstab drehen und W_2 65,8 · 10^4; zurück auf D 65,8 / C 9 (3^2); Läufer auf C 16 (4^2); Resultat auf W_1 1082.

α = 1082 kcal/m² h grd

2. Wärmeübergangszahlen:

Für die Querströmung von Rauchgasen durch Rohrbündel gibt eine Formel von Schack die Versuchsergebnisse für Heizflächen mit Wärmeübertragung durch Berührung wieder:

$$\alpha = 1{,}48 \sqrt[4]{T} \cdot f_a \frac{w_0^{0{,}61}}{d^{0{,}39}} \text{ kcal/m}^2\text{h}^0\text{C}$$

Der damit errechnete Wert für die Wärmeübergangszahl gilt für 10 und mehr hintereinandergeschaltete Rohrreihen und bedarf evtl. noch einer Korrektur bei weniger Reihen durch Multiplikation mit einem Reihenfaktor f_z . Die Rechnung mit der mittleren absoluten Temperatur T, der auf 0° C und 760 mm Hg reduzierten Rauchgasgeschwindigkeit W_0 im engsten Strömungsquerschnitt, dem Durchmesser d der angeströmten Rohre und dem Anordnungsfaktor f_a für fluchtende oder versetzte Anordnung der Rohre kann durch im Schrifttum veröffentlichte Tafeln z. B. für die Werte $\frac{\alpha}{f_a}$ für die im Kesselbau üblichen Rohrdurchmesser und wahre Strömungsgeschwindigkeiten vereinfacht werden. Auch für Vergleichsrechnungen bildet aber der mittlere Temperaturunterschied t_m zwischen dem Temperaturverlauf auf der Gasseite und demjenigen auf der Dampf- bzw. Wasserseite der betrachteten Heizfläche die wichtigste Größe. Wenn man die Wärmedurchgangszahl im betrachteten Bereich als konstant annehmen darf, so ergibt sich ein logarithmischer Mittelwert:

$$\triangle t_m = \frac{\triangle' - \triangle''}{\ln \frac{\triangle'}{\triangle''}} \ {}^0\text{C}$$

der mit den Temperaturdifferenzen zwischen Rauchgas und Wasser bzw. Dampf am Anfang ($\triangle'$) und am Ende ($\triangle''$) der Heizfläche wieder rasch mit dem Rechenstab bestimmt werden kann. Da der Temperaturabfall der Rauchgase in einer Heizflächengruppe zwar im allgemeinen 300° C nicht übersteigt, aber in seiner Größe unbekannt ist, bedarf es wiederholter Rechnungen und der Aufstellung von Wertetafeln. Bei ungünstiger Anordnung der Rechenstabskalen ist deshalb der Zeitaufwand für Wärmeübergangsrechnungen erheblich. Ein Beispiel soll zeigen, wie günstig die Verhältnisse hier beim Rechenstab Novo-Duplex 2/83 liegen:

Aus dem Kessel-Vorentwurf liegen die am Eintritt z. B. in einen Berührungsvorwärmer zu erwartenden Rauchgastemperaturen und die Speisewasser-Eintrittstemperatur etwa fest. Für eine Reihe z. B. um je 10° C auseinanderliegender Rauchgaseintrittstemperaturen und das voraussichtlich in den Grenzen 2,0 bis 4,0 liegende Temperaturverhältnis $\triangle'/\triangle''$ berechnet man nun eine Tafel für den logarithmischen Mittelwert der Temperatur, indem man von den LL-Skalen auf die Vorderseiten-Grundskala D übergeht, dort C ($\triangle'-\triangle''$) unter den Läufer-Hauptstrich stellt und auf C über D 1 bzw. D 10 den entsprechenden Wert für $\triangle t_m$ abliest.

Zum Beispiel:

Rauchgaseintrittstemperatur	t_G	320° C		330° C		
Speisewassereintrittstemp.	t_W 200	200	200	200	200	200
$\triangle' / \triangle''$	2	3	4	2	3	4
$\triangle' - \triangle''$	60	80	90	65	87	97
$\triangle t_m$	86,6	72,7	64,9	94,1	79,3	70,0

Rechenablauf:

LL_2 ($\triangle'/\triangle''$) / C ($\triangle'-\triangle''$) // D 1 / C

z. B.

LL_2 2 / C 60 // D 10 / C 86,6 usw.

Die mittleren Temperaturen in ° C werden nun durch Addition von 273° C zu absoluten Temperaturen T in °K umgewandelt. Für den vorgesehenen Rohrdurchmesser d (die Variationsmöglichkeit ist hier wegen der genormten Durchmesser 32, 38, 70 und 102 mm nicht groß) werden wieder einige nach dem Vorentwurf wahrscheinliche Rauchgasgeschwindigkeiten angenommen und mit ihnen unter Berücksichtigung der Rohranordnung und der Rohrreihenzahl Wärmeübergangszahlen nach der Formel

$$\alpha = 1{,}48 \sqrt[4]{T} \cdot f_a \frac{w_0^{0,61}}{d^{0,39}} \text{ in kcal/m}^2\text{ h °C}$$

berechnet und tabellarisch zusammengestellt. Die reduzierte Rauchgasgeschwindigkeit w_0 ist dabei:

$$w_0 = w \frac{273}{273 + t} \cdot \frac{1{,}033}{p} \text{ in m/s}$$

mit der wirklichen Geschwindigkeit w, der Rauchgastemperatur t in °C und dem Rauchgasdruck p in ata. Nimmt man die ja durch einfache Stabrechenvorgänge durchführbare Reduktion als gegeben an, so lassen sich die Wärmeübergangszahlen wieder sehr einfach berechnen:

Die 4. Wurzel wird ähnlich Beispiel 1 mit Hilfe der Quadratwurzelzahlen gelöst. Die Potenzen für w_0 und d werden über die LL-Skalen berechnet und zur Erhaltung der Rechengenauigkeit über die abgebrochene 50-cm-Skala (Wurzelskalen W) das Produkt gefunden.
Zum Beispiel:
Die auf 0° C und 760 mm Hg reduzierte Rauchgasgeschwindigkeit sei $w_0 = 7{,}5$ m/s; für einen Durchmesser d = 0,07 m der angeströmten Rohre ergibt sich:

$$w_0^{0{,}61} = 3{,}42 \qquad \text{und} \qquad d^{0{,}39} = 0{,}354.$$

Der Anordnungsfaktor sei mit $f_a = 1{,}15$ für versetzte Anordnung angenommen.

$$\text{Damit wird } \alpha = 1{,}48 \sqrt[4]{\triangle T_m} \cdot 1{,}15 \; \frac{3{,}42}{0{,}354} = \sqrt[4]{\triangle T_m} \cdot 16{,}45$$

Rechenablauf:
W'₂ 0,354 / W₂ 3,42; Läufer auf W'₁ 1,15; C 1 unter Läufer W'₁ 1,48 / W₁ 16,45 und für die oben berechneten logarithmischen Mittelwerte für die Temperaturen, nunmehr aber in °K:

$\triangle T_m$ °K	359,6	345,7	337,9	367,1	352,3	343,0	
α	71,6	70,9	70,5	71,9	71,2	70,7	kcal/m² h grd

Rechenablauf:
D 359,6 // W_1 18,95; D 18,95 // W_2 4,353; roter Indexstrich auf W_2 4,353;
Läufer auf W'_1 16,45; Resultat auf W_2 71,6 kcal/m² h grd usw.

Da die wärmetechnische Berechnung eines Dampferzeugers auf Grund gegebener Werte, betriebsgerechter Annahmen und vorgeplanter Baugrößen einschließlich der Wärmebilanz mindestens 250 Rechenschritte allein für den ersten Rechendurchgang und Nennlast erfordert, liegt es auf der Hand, daß durch einen vielseitig verwendbaren und mit günstiger Skalenanordnung versehenen Rechenstab, wie den neuen CASTELL Novo-Duplex Nr. 2/83 der Zeitaufwand für den Entwurf eines Dampferzeugers ganz wesentlich herabgesetzt werden kann. Das gilt umso mehr, als stets mehrere Rechendurchgänge allein für Nennlast und zusätzlich umfangreiche Rechnungen für meist 2 bis 3 Teillastzustände erforderlich sind.

3. Wärmedurchgang bei Rippenrohren

Bei geraden Rippen und konstanter Rippenstärke s oder angenähert bei Rippenrohren mit im Verhältnis zur Rippenhöhe großem Durchmesser, ergibt sich für die je Meter Rippenlänge aufgenommene Wärmemenge:

$$Q_0 = \frac{\lambda \cdot s \cdot \beta\,(\vartheta_G - \vartheta_F) \cdot (e^{2 \cdot b \cdot \beta} - 1)}{e^{2 \cdot b \cdot \beta} + 1}$$

wobei b die Rippenhöhe, δ_G die Temperatur der Rauchgase und δ_F die Temperatur am Rippenfuß darstellt. β ist eine Funktion der Wärmeübergangszahl, der Wärmeleitzahl und der Rippenstärke:

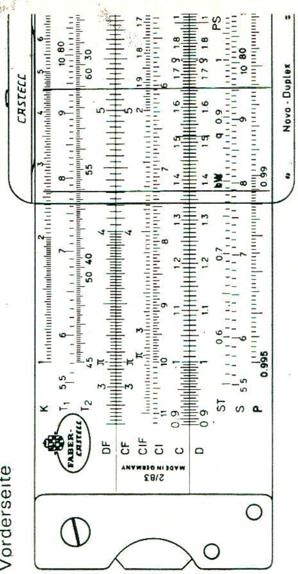
$$\beta = \sqrt[2]{\frac{2 \cdot \alpha}{\lambda \cdot s}}$$

Sie läßt sich über die Wurzelskalen ohne weiteres lösen. Für die e-Funktion der Formel für die aufgenommene Wärmemenge aber wird der Exponent $2 \cdot b \cdot \beta$ mittels des Läufers bei Nullstellung des Stabes auf der C-Skala eingestellt, die e-Potenz auf den LL-Skalen unter Berücksichtigung der Bereiche abgelesen. Man kann die Nullstellung der Zunge umgehen und die bei Seitenlicht günstigere Ablesemöglichkeit der Stabvorderseite benutzen, wenn man den Exponenten dort auf Skala D einstellt.

CASTELL

Novo-Duplex 2/83

mit 25 cm Teilungslänge



Vorderseite

Besondere Merkmale:

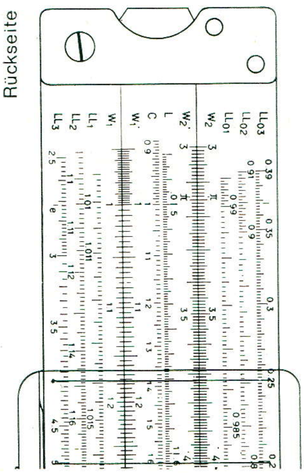
1 Seine abgebrochenen Skalen (W_1, W_1', W_2, W_2') verleihen ihm die Genauigkeit eines 50 cm langen Rechenstabes

2 Die π-versetzten Skalen CF und DF sowie die reziproke π-Skala CIF erleichtern Tabellenrechnungen usw. wesentlich

3 Die zweiteilige Tangensskala T_1, T_2 reicht bis $84{,}3^0$ und macht Umwege über Kofunktion und Reziprokskala überflüssig

FABER-CASTELL

der neue Rechenstab mit der idealen Teilungszusammenstellung



Rückseite

4 Die ST-Skala besitzt neuartige Korrekturmarken für trigonometrische Berechnungen

5 Ein wesentliches Merkmal des „Novo-Duplex" sind seine 6 Exponentialskalen

6 Durch die besondere Schraubenkonstruktion der Metall-Laschen läßt sich die Schieberzügigkeit einstellen

A·W·FABER-CASTELL · STEIN BEI NÜRNBERG