

Herausgeber: ARISTO-Kundendienst
DENNERT & PAPE · ARISTO-WERKE · Hamburg-Altona · Juliusstraße 10

Schriftleiter: Dipl.-Ing. Rolf Jäger

Mitarbeiter dieses Heftes:

Dipl.-Ing. Rolf Jäger
Hamburg-Gr. Flottbek, Hittfelder Stieg 5

Dr. Werner Ruppert
Ludwigshafen, Leuschnerstraße 46

Dipl.-Ing. Wilhelm Thiem
Kassel, Langenbeckstraße 26

Alle Rechte vorbehalten · Nachdruck mit Genehmigung des Herausgebers gestattet
© 1963 by DENNERT & PAPE · ARISTO-WERKE · HAMBURG
Printed in Germany · 0363 rp Borek KG 7842

Eine Wertung der Geschichte des Rechenstabes

Von Dipl.-Ing. Rolf Jäger

Vorwort

Für die aus Anlaß des 100jährigen Bestehens der Firma DENNERT & PAPE · ARISTO-Werke herausgegebene Festschrift habe ich die mir zugänglichen Quellen studiert, um eine Geschichte des Rechenstabes zu schreiben. Die verwirrende Vielfalt der im Verlauf der Jahrhunderte bekanntgewordenen Stabkonstruktionen macht eine umfassende historische Würdigung unübersichtlich und gibt mir Veranlassung, eine Wertung der historischen Gegebenheiten auf diesem Spezialgebiet vorzunehmen, die natürlich nur subjektiv sein kann. Dabei kommt es mir darauf an, den „roten Faden“ zu finden, der die wesentlichen Tendenzen erkennen läßt.

Für den Praktiker sind die historischen Daten wohl interessant, wichtiger erscheinen ihm aber die Zusammenhänge, die zur Entwicklung des heutigen Rechenstabes geführt haben.

1. Die geniale Idee

Am Anfang steht eine logarithmische Teilung als graphische Darstellung der dekadischen Logarithmen. Nennen wir sie D, um den Anschluß an die heutige Bezeichnungswiese zu gewinnen. Eigentlich sind nur die Mantissen aus einer Logarithmentafel entnommen und als Strecken dargestellt, angeschrieben sind aber die Numeri 1 bis 10 der zugehörigen Logarithmen. Diese einfache Skala hat es in sich! Mit ihr kann man logarithmisch multiplizieren, ohne die Logarithmen der Faktoren zu kennen, ohne überhaupt etwas von Logarithmen zu wissen, indem die Faktoren mit einem Stechzirkel abgegriffen und addiert werden. Durch Subtraktion der Strecken ergibt sich eine Division.

Diesen einfachen Gedanken in die Praxis umzusetzen, hat dem Erfinder Edmund Gunter (1581—1626) sicher viel Kopfzerbrechen bereitet. Da sind gleich zu Beginn Fragen aufgetaucht: Wie lang soll die Skala für ein sinnvolles Rechnen werden? Wie soll sie unterteilt und gestaltet werden, damit die Skala gut lesbar wird? Wie soll sie beziffert werden, um die Sicherheit der richtigen Ablesung zu gewährleisten? Wie soll mit dieser Skala praktisch gerechnet werden?

Ich kann mir lebhaft vorstellen, wie er in seiner Studierstube herumprobiert, wie er mit seinem Stechzirkel Strecken abgreift und aneinanderfügt, um erst einmal zu prüfen, wie genau die von Hand in den Holzkörper geritzte Teilung ausgefallen ist. Er beginnt mit $2 \cdot 2$ und $2 \cdot 3$, und dann kommt die erste Enttäuschung, daß seine Skala für das Beispiel $2 \cdot 6 = 12$ nicht ausreicht, denn sie hört ja schon bei 10 auf. Er muß also fleißig weiterteilen und eine zweite Dekade von 10 bis 100 anhängen, wenn er nicht seine

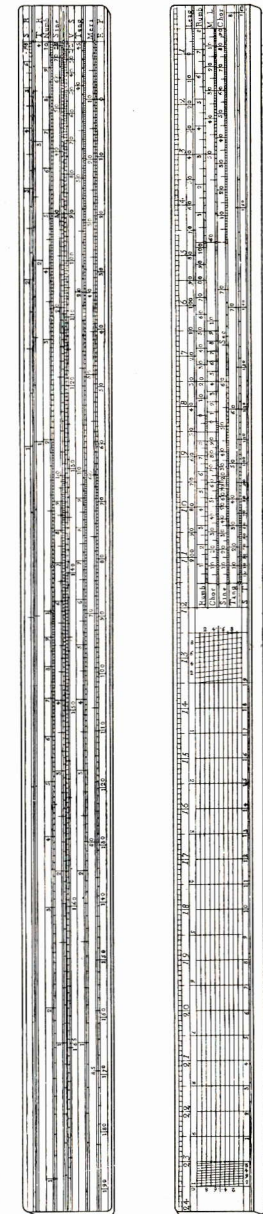


Abb. 1 Gunter-Skala
Vorder- und Rückseite

Zirkeleinstellung ändern will, um den Rest vorn bei der 1 anzustückeln. Wenn er aber weiterteilt, wird die Skala unhandlich lang; wahrscheinlich reicht auch sein Brett gar nicht aus. Er entschließt sich also, neben der Skala D eine neue Teilung A von der halben Länge anzufertigen, die er dann bis 100 fortsetzt. Diese Skala A wird in Zukunft seine Hauptskala, mit der er jedes Beispiel der Multiplikation und Division bequem lösen kann. Die Skala D läßt er schließlich ganz weg.

Da Edmund Gunter einige Jahre zuvor gerade Logarithmentafeln für die trigonometrischen Funktionen berechnet hat, ist es für ihn eine Kleinigkeit, auch diese als Teilungen in seine „Gunterskala“ einzuordnen. So entsteht bereits am Anfang ein Meisterwerk mit all den Rechenmöglichkeiten, die für die Navigation auf den neu entdeckten Weltmeeren eminent wichtig werden. Abb 1 zeigt die zwei Seiten der „Gunter Scale“, die im Original 24 Zoll lang ist.

2. Verschiebbare Skalen

Uns mag heute das Abgreifen mit dem Stechzirkel umständlich erscheinen; damals ist es die einfachste Lösung für einen so vielseitigen Rechenstab. Als Oughtred 1621 den Stechzirkel mit seinen zwei verschiebbaren Skalen überflüssig macht, leitet er eine ganz neue Entwicklung ein. Diese verschiebbaren Skalen eröffnen neue Möglichkeiten, aber sofort treten auch weitere Probleme auf. Das Rechnen ist nur dann bequem, wenn es sich um Faktoren handelt, für deren Wert ein Teilstrich vorhanden ist. Wenn die Werte aber zwischen den Teilstrichen zu schätzen sind, greift vielleicht selbst der Erfinder wieder zum Stechzirkel —, und wenn er nur die Zirkelspitze auf die Einstell- oder Ablesestelle hält. Wir können das noch heute nachempfinden, wenn wir einmal versuchen, mit unserem modernen Rechenstab ohne Läufer zu rechnen, z. B. 417 : 213.



Abb. 2 Joost Bürgi (1552—1632)
Erfinder der Logarithmen



GULIELMUS OUGHTRED *Anglus ex*
Academia Cantabrigiensi An. Aet. 73. 1646.
Erfinder des Rechenstabes

Auch Oughtred muß wie Gunter erkennen, daß es beim Verschieben von zwei D-Skalen Schwierigkeiten gibt. Zwar braucht er beim Beispiel $2 \cdot 6$ nur die Anfangseins mit der Endseins zu vertauschen, aber unangenehm ist das Durchschieben um eine Skalenlänge im Verlauf der Rechnung. Deshalb wird auch er sich entschlossen haben, lieber mit zwei A-Skalen zu rechnen, denn wie die Geschichte des Rechenstabes zeigt, tritt die Bedeutung der A-Skala immer stärker hervor. Mit der Benutzung der A-Skala wird aber die Genauigkeit zwangsläufig geringer, weil für die eine Dekade nur noch die halbe Stablänge ausgenutzt wird. Wie sehr Oughtred diesen Genauigkeitsverlust bedauert

haben muß, geht daraus hervor, daß er der Erfinder der Rechenscheibe ist, bei der bekanntlich das Problem des Durchschiebens nicht auftritt, weil die Skala in sich zurückkehrt.

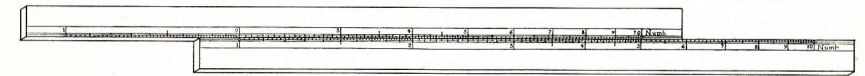


Abb. 4 Zwei verschiebbare Skalen

Oughtred muß mit seinen zwei verschiebbaren Skalen auf die Vielseitigkeit der Gunter-skala verzichten. Aber einen wichtigen Vorteil haben die verschiebbaren Skalen: Mit jeder Einstellung der Skalen zueinander erhält Oughtred eine neue Rechentabelle. Hat er z. B. den Wert 1 der einen Skala über die 2 der anderen Skala gestellt, kann er jedes beliebige Produkt ablesen, dessen einer Faktor 2 ist. Umgekehrt stehen sich alle Zahlenpaare gegenüber, deren Quotient 2 ist. Die beglückende Erkenntnis, daß jetzt beliebige Proportionen $\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = \frac{6}{3} = \frac{8}{4} \dots$ eingestellt sind, führt zu Veröffentlichungen über: „The scales of Proportion“. Das Rechnen mit den Proportionen wird zum A und O des Stabrechnens und macht später den Rechenstab populär. Aber vorerst sind noch konstruktive Mängel zu beseitigen, denn zwei lose aneinander verschiebbare Skalen, die mit den Fingern zusammengehalten werden, sind nur ein Anfang.

3. Die ersten Rechenstäbe

Die von Seth Partridge im Jahre 1657 beschriebene Konstruktion, — bestehend aus drei nebeneinanderliegenden Leisten, von denen die zwei äußeren durch Verbindungsstege fest miteinander verbunden sind, so daß die mittlere zwischen ihnen verschoben werden kann —, bringt dann die einfache Lösung, die schließlich bei den heutigen Zweiseitenrechenstäben wieder Verwendung findet. Dieser Rechenstab ist verhältnismäßig leicht zu bauen, gibt genügend Platz für viele Skalen und hat auf der Vorder- und Rückseite vier Trennungsfugen, an denen je zwei Skalen gegeneinander verschoben werden können. Das war damals sehr wichtig, solange es noch keinen Läufer gab. Ich glaube nicht, daß die Konstruktion des Läufers noch lange auf sich warten ließ, weil eine Verbindung der Skalen untereinander einfach notwendig ist.

Das Science Museum in London verwahrt einen Rechenstab mit der Beschriftung: „Made by Robert Bissaker for T. W., 1654“, der nach einer Beschreibung im Katalog des Museums gleichfalls aus Holzleisten besteht, die an den Enden durch Messingstücke verbunden sind, so daß eine Zunge zwischen den festverbundenen Teilen beweglich ist. Wer der erste Erfinder dieser Konstruktion ist, bleibt also im dunklen.

Die Herausgabe eines Buches: „The Description and Use of an Instrument Called the Double Scale of Proportion, London 1662“ sowie die Neuauflagen in den Jahren 1671, 1685 und 1692 haben Seth Partridge stärker in Erscheinung treten lassen, so daß auch Rechenstäbe mit der Skalenanordnung des Bissaker-Rechenstabes ihm zugeschrieben wurden.

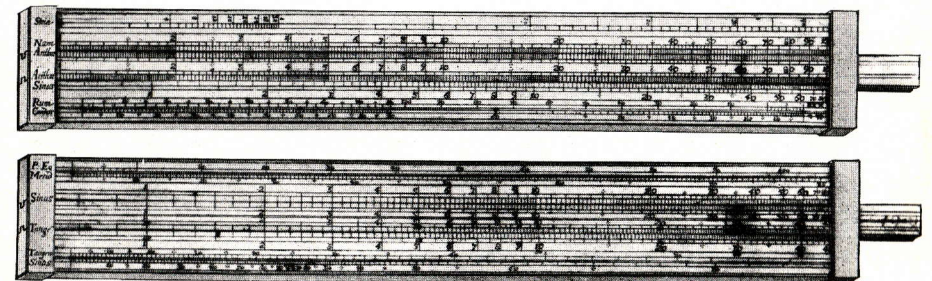


Abb. 5 Rechenstab mit Gunterskalen

Nach dem Studium des zitierten Buches kann jetzt klar unterschieden werden:

1. Der Bissaker-Rechenstab hat nach Angaben im Katalog des Science Museum im wesentlichen die Skalen der „Gunter Scale“ gegeneinander verschiebbar angeordnet, er ist also ein Rechenstab für Nautiker. Abb. 5 zeigt stellvertretend einen Elfenbein-Rechenstab deutscher Fertigung, der seit 1765 im Inventarverzeichnis des Hessischen Landesmuseums in Kassel geführt wird und dessen Teilungsbild gleichfalls die Verwandtschaft mit der Gunterskala erkennen läßt.
2. Partridge dagegen beschreibt ein für das praktische Rechnen einfach gehaltenes Teilungsbild: Die Grundskalen (Quadratskalen) und die trigonometrischen Funktionen Sinus und Tangens sind doppelt angeordnet, sowohl auf dem Körper als auch auf der Zunge.

	35'	1°	5°	90°	
S					
S	35'	1°	5°	90°	
B	1		10	100	
A	1		10	100	

A	1		10	100	
B	1		10	100	
T	35'	1°	5°	45°	
T	35'	1° 89°	5° 85°	45°	

Abb. 6 Skalenanordnung beim Rechenstab von Partridge, 1658

4. Die konstruktiven Schwierigkeiten

Die Mechaniker haben in jenen Tagen noch viele Sorgen gehabt, die Qualität der Rechenstäbe zu verbessern. Wieviele Versuche mögen im Laufe der Jahrhunderte gemacht worden sein, um das geeignete Holz und die richtigen Verarbeitungsmethoden zu finden, um bei klimatischen Änderungen die gerade Gestalt und die gleichbleibende Länge garantieren zu können. Auch das Einritzen der Teilungen, die Bezifferung und schließlich die dauerhafte Einfärbung der Skalen bergen allerlei Schwierigkeiten. Die äußere Gestaltung und die Skalenanordnung sind für die nächsten Jahrhunderte das Betätigungsfeld der Erfinder. Von Zeit zu Zeit wird das Konstruieren von Rechenstäben eine Art Hobby. Alles Mögliche wird ausprobiert mit dem Ziele, schneller und genauer rechnen zu können. Jeder Erfinder kommt dabei von neuem an die Grenze der Genauigkeit und grübelt, wie er die Genauigkeit der Ergebnisse verbessern kann. Immer wieder ist die Verführung groß, möglichst vielseitige Aufgaben mit diesem „Schnellrechner“ lösen zu können, um schließlich beim Spezialrechenstab zu landen. Mit den Sonderskalen und Sondermarken wird der Benutzerkreis immer kleiner, und schließlich gerät die mühselige Arbeit mit dem Erfinder in Vergessenheit. Die Vielgestaltigkeit der im Science Museum in London ausgestellten Rechenstäbe ist ein Beweis für die vielen Entwicklungstendenzen.

Es ist nichts unversucht gelassen, geeignete Werkstoffe zu finden und die Rechengenauigkeit durch Verlängerung der Skalen zu erhöhen. Eine lange Grundskala D wird in mehrere Stücke zerlegt und die Teile nebeneinander auf Rechenstäben, Zylindern oder Walzen angeordnet. Mit Spiralen auf Rechenscheiben und mit Schraubenlinien auf Rechenzylindern wird versucht, immer längere Skalen auf kleinstem Raum unterzubringen. Die Durchmesser der Rechenscheiben werden bis zur Unhandlichkeit vergrößert.

Alle diese Erfindungen scheitern daran, daß die Konstruktion aufwendig und damit der Preis zu hoch wird. Die Theorie ist wohl richtig, aber die erhoffte Steigerung der Genauigkeit wird durch mechanische Mängel aufgehoben. Selbst mit einer Teilungslänge von 10 m wird praktisch noch nicht die Genauigkeit der fünfstelligen Logarithmen-

tafel erreicht. Auch finanziell lohnt sich der Aufwand nicht, wenn nicht andere wichtige Gründe, z. B. militärische, mitsprechen. Es dauert lange, bis sich schließlich der Rechenstab mit der Teilungslänge von 250 mm Länge durchsetzt.

Neben der äußeren Formgebung bestimmt die Skalenanordnung den Wert eines Rechenstabes. Wenn wir von den vielen Spielarten der Sonderrechenstäbe absehen, so haben im Laufe der Jahrhunderte nur wenige Typen allgemeine Bedeutung erlangt.

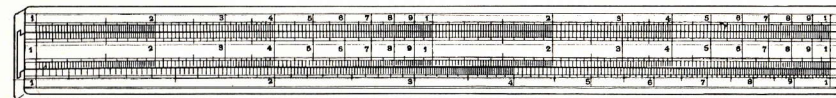


Abb. 7 Soho Slide Rule

5. Der technische Rechenstab

Der erste Schritt zur Schaffung eines technischen Rechenstabes ist der im Auftrage von James Watt gebaute Rechenstab (Soho Slide Rule), der bis 1850 richtungweisend geblieben ist. Es wird hauptsächlich mit zwei A-Skalen gerechnet (die bewegliche wird mit B bezeichnet), weil damit die ganze Problematik des Durchschiebens der Zunge entfällt, und die D-Skala wird in Verbindung mit einer beweglichen Quadratskala C zum Wurzelziehen und Quadrieren benutzt.



Abb. 8 Amédée Mannheim (1831–1906)

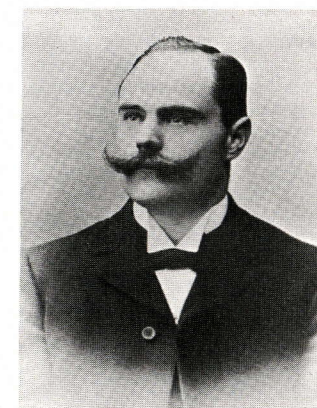


Abb. 9 Max Rietz (1872–1956)

5.1 Die Skalen C und D gewinnen an Bedeutung

Als Mannheim 1850 seinen klassisch gewordenen Rechenstab entwirft, findet er ganz andere technische Voraussetzungen vor. Die Teilungsgenauigkeit der Teilmaschinen ist so groß, daß er dazu übergehen kann, eine größere Rechengenauigkeit zu er-

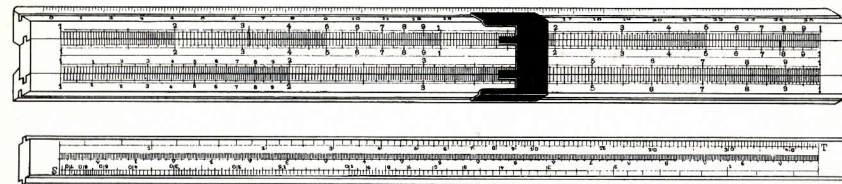


Abb. 10 System Mannheim

reichen, indem er die volle Teilungslänge ausnutzt und die Grundskala D zur wichtigsten Skala macht. Unter Beibehaltung der Skalenanordnung A, B, C, D ist die Skala C von jetzt ab nicht mehr eine Quadratskala, sondern eine gleiche wie die Skala D. Wer will, kann nach wie vor mit den Quadratskalen rechnen. Der von Mannheim wiedererfundene Läufer ermöglicht das Ablesen von Quadraten und Quadratwurzeln mit Hilfe der Skalen D und A, auch wenn sie keine gemeinsame Trennungsfuge haben. Für genaue Multiplikationen mit den Skalen C und D nimmt Mannheim den Nachteil in Kauf, daß er mitunter die Zunge durchschieben muß.

Von jetzt ab wird die Entwicklung von den Fortschritten der Technik diktiert. Die trigonometrischen Funktionen und dann später die Exponentialfunktionen gehören zum Ausbildungsprogramm jedes Technikers, so daß Raum für die Aufnahme solcher Skalen geschaffen werden muß. Andererseits werden die Anforderungen an die Genauigkeit größer und man rechnet in verstärktem Maße mit den Grundskalen. Erstaunlich ist jedoch, welche entscheidende Rolle die Tradition bei der Weiterentwicklung des Rechenstabes spielt. Dafür einige Beispiele:

Als es Bissaker 1654 mit seiner Zweiseitenkonstruktion gelingt, viele Skalen auf dem Rechenstab unterzubringen, wählt er im wesentlichen die Skalen aus, die 34 Jahre zuvor Gunter zusammengestellt hatte. Dieser Rechenstab war sicher als Konkurrenz zur Gunterskala gedacht und hätte sich aufgrund seiner einfacheren Handhabung durchsetzen müssen. Die Geschichte hat aber anders geurteilt, denn die Gunterskala wird 1887 noch so viel benutzt, daß es sich lohnt, ein Lehrbuch über den Gebrauch der Gunterskala zu schreiben. Von Bissakers bzw. Partridges Rechenstab dagegen existieren nur noch wohlgehaltene Exemplare in wenigen Museen.

Bereits in einem frühen Stadium der Entwicklung, als die Rechenstabzunge noch nicht umgesteckt werden konnte, befindet sich auf der Zungenrückseite neben den Winkelfunktionen eine Skala L (Mantissen), die auf die Skala D bezogen ist, um die Logarithmen dreistellig ablesen zu können, während die Winkelfunktionen mit den Quadratskalen zusammenarbeiten. Um zu einem mit dem Zungenanfang auf Skala D eingestellten Numerus die Mantisse in der Skala L ablesen zu können, muß diese reziprok aufgetragen sein, nämlich von rechts nach links zählend. Als später die Zunge umgesteckt werden kann, bleibt die Skala L unverändert. Wenn die Zunge umgesteckt wird, kann man zwar bequemer mit den Winkelfunktionen rechnen, aber Mantissen können nicht abgelesen werden. Noch heute gibt es vereinzelt Rechenstäbe, bei denen diese Tradition fortlebt.

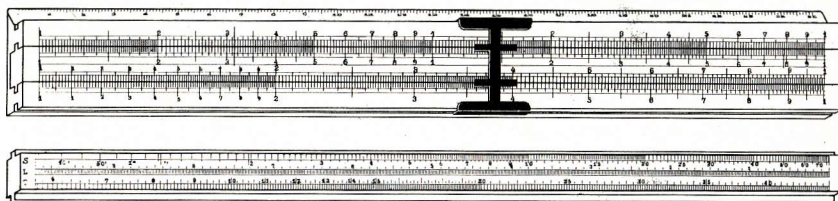


Abb. 11 Erster DENNERT & PAPE-Rechenstab 1872

Erst im Jahre 1872 wird die Tangensskala und etwa 60 Jahre später auch die Sinusskala auf die Grundskala D bezogen. Das hat zur Folge, daß eine Skala der kleinen Winkel für Sinus und Tangens notwendig wird. Mit der Einführung der dezimalen Winkelunterteilung werden die Winkelskalen leichter lesbar und die Skala ST kann außerdem für beliebig kleine Winkel benutzt werden. Für das Rechnen mit kleinen Winkeln, die in Minuten und Sekunden gegeben sind, werden frühzeitig q -Marken eingeführt.

Als 1903 vom Ingenieur Max Rietz die Kubikskala K und die Mantissenskala L zweckmäßig angeordnet werden, ist der Typ des technischen Rechenstabes geschaffen, der in der ganzen Welt ein Begriff geworden ist. Die Anordnung der Winkelfunktionen auf der Vorderseite beim System Darmstadt ist eine logische Weiterentwicklung, um Platz für Exponentialskalen zu schaffen.

5.2 Die Exponentialskalen

Die zusätzliche Unterbringung von Exponentialskalen wird bei der bisher üblichen Stabform problematisch. Entweder entsteht ein ausgesprochener Exponential-Rechenstab, wie der von Jakota mit seinen sechs Exponential-Skalen, oder es kommt zur Beschränkung auf ein, zwei oder drei Exponential-Skalen. Erst auf Zweiseiten-Rechenstäben können sechs bis acht Exponentialskalen neben den üblichen Skalen angeordnet werden. Es ist sehr viel herumprobiert worden, wie die Exponentialskalen angeordnet und unterteilt werden sollen, bis sie schließlich auf die Grundskala D bezogen und so geteilt werden, daß die Basis e den bequemen Übergang zu natürlichen Logarithmen ermöglicht.

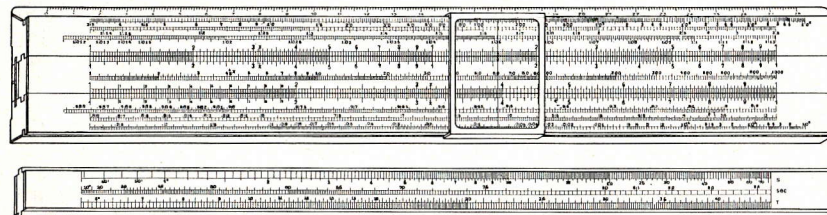


Abb. 12 System Jakota mit sechs Exponentialskalen, DENNERT & PAPE, 1908

5.3 Die Kehrwertskalen

Die Entwicklung des Rechenstabes ist aber nicht nur auf die Darstellung neuer Funktionen ausgerichtet. Seit die D-Skala in den Vordergrund gerückt ist, geht es darum, Wege zu finden, wie das störende Durchschieben der Zunge vermieden werden kann, um damit unnötige Einstellungen und somit Zeit zu sparen, und um die Genauigkeit zu steigern.

Bekannt und vorhandene Skalen werden zunächst besser ausgenutzt. Die Skalen erhalten Überteilungen nach rechts und links, soweit die Länge des Stabes es zuläßt. Beim Rechnen mit dem Rechenstab kommt jeder bald dahinter, daß die Division einfacher zu handhaben ist als die Multiplikation. Also wird die Multiplikation dann günstiger, wenn man sie als Division mit dem Kehrwert rechnet. So bietet sich eine Vereinfachung durch Ändern der Rechenmethode an. Daß eine Kehrwertskala nichts anderes ist als eine von rechts nach links verlaufende Grundskala, weiß man seit langem. Es ist also naheliegend, die Zunge herauszuziehen und so einzustecken, daß die C-Skala auf dem Kopf stehend von rechts nach links zählt. Das bringt zwar den gewünschten Erfolg für die Rechnung, aber es ist unbequem, die Zunge umzustecken und die auf dem Kopf stehenden Ziffern von rechts nach links zu lesen. Folglich besteht der nächste Schritt darin, eine Kehrwertskala einzuführen. Damit ist eine wirklich praktische Lösung gefunden, um jede Multiplikation in eine Division oder jede Division in eine Multiplikation verwandeln zu können. Das ist der eine Weg, mit möglichst wenig Einstellungen auszukommen.

Nach einer Division mit den Skalen C und D steht das Ergebnis unter einer der Zungen-eisen in D. Da bei jeder Multiplikation die Zungeneisen auf einen Faktor in D eingestellt wird, haben wir also nach der Division die Ausgangsstellung für eine weitere Multiplikation geschaffen. Steht der nächste Faktor im Zähler, wird wie üblich mit der Skala C multipliziert, steht er aber im Nenner, dann wird dieser Faktor einfach mit dem Läufer in C1 eingestellt und das Ergebnis wird wie bei der normalen Multiplikation unter dem Läuferstrich in D abgelesen.

Damit ist wiederum die Voraussetzung für eine anschließende Division geschaffen, denn jede Division beginnt damit, daß der Läuferstrich auf den Zähler in D eingestellt wird. Dort steht er bereits und wartet darauf, daß der Nenner durch Verschieben der Zungenskala C unter den Läufer gebracht wird. Schreibt die Aufgabe stattdessen eine weitere Multiplikation vor, wird sie einfach als Division mit dem Kehrwert des Faktors gerechnet. Die Zunge wird jetzt so verschoben, daß sich der neue Faktor in C1 unter dem Läuferstrich befindet. So wird jede längere Aufgabe durch abwechselndes Dividieren und Multiplizieren gelöst.

In vielen Fällen kann auf diese Weise das Durchschieben der Zunge vermieden werden. Aber bei jeder Multiplikation mit C oder Division mit CI ist es möglich, daß der einzu-stellende Faktor außerhalb des Bereiches von D liegt und die Überteilung auch nicht ausreicht. Die Überteilung muß länger werden, ohne daß der Rechenstab deshalb unhandlicher wird.

5.4 Die versetzten Skalen

Dazu braucht man nach den Vorschlägen von Bevan (1815) nur ein zweites Grundskalenspaar an Stelle der Quadratskalen A und B anzuordnen, welches bei $\sqrt{10}$ beginnt und über 1 (genau in der Mitte) bis $\sqrt{10}$ reicht. Dieses neue Skalenspaar, das die Bezeichnung DF und CF erhält, ist gegen die Grundskalen D und C nur um den Wert $\sqrt{10}$ seitlich versetzt, so daß eine Überteilung von der halben Skalenslänge entsteht. Unter Verwendung einer Grundskala mit der gleichen Basislänge ist somit die gewünschte Möglichkeit zum Weiterrechnen geschaffen, solange die Zunge nicht mehr als zur Hälfte aus dem Rechenstab herausragt. Diese scheinbare Einschränkung ist aber nicht von wesentlicher Bedeutung, weil man es meistens einrichten kann, daß diese Bedingung erfüllt wird. Da bei jeder Zungeneinstellung die 1 der Skala C und die 1 der Skala CF jeweils dem gleichen Wert in ihren Nachbarskalen gegenüberstehen, ist es völlig gleichgültig, ob oben oder unten weitergerechnet wird. Man sucht sich die günstigste Lösung aus.

Schließlich wird dem Paar der versetzten Skalen DF und CF aus Gründen der Gleichberechtigung auch noch eine Kehrwertskala CIF zugeordnet, damit auch in dieser Skalengruppe der Vorteil des abwechselnden Dividierens und Multiplizierens ermöglicht wird. Damit ist es endlich gelungen, die größere Genauigkeit der Grundskalen ohne das zeitraubende Durchschieben der Zunge auszunutzen.

Diese in Europa als System Beghin bekannte Entwicklung setzt sich zunächst in Amerika durch, wo William Cox 1891 in Abkehr von der klassischen europäischen Bauweise den Zweiseiten-Rechenstab wieder einführt und die Vorteile der Kehrwertskalen ausnutzt. Die Zweiseitenkonstruktion ermöglicht es, sowohl die Skalen A und B beizubehalten als auch die versetzten Skalen einzuführen.

Da die Skalen D und DF bzw. C und CF in einer festverankerten Multiplikationseinstellung mit dem Faktor $\sqrt{10}$ vereinigt sind, dem keine wichtige Bedeutung zukommt, wird um 1900 eine weitere kleinere Verschiebung der Skala DF vorgenommen, so daß über der 1 von D nicht mehr $\sqrt{10} = 3,16$, sondern $\pi = 3,14$ angeordnet ist. Auf diese Weise entsteht eine zusätzliche Bequemlichkeit für das Rechnen mit dem Faktor π . Diese Konstruktion setzt sich in der Folgezeit allgemein durch.

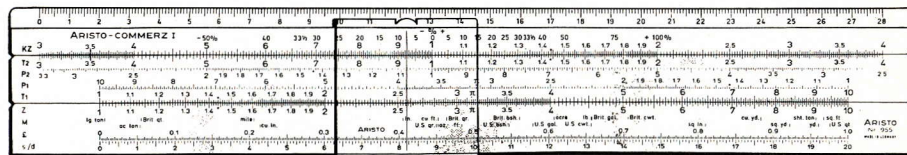


Abb. 13 Rechenstab für Kaufleute ARISTO-Commerz

Da wir in Deutschland noch lange am System Rietz mit der klassisch gewordenen Körperform festhalten und auf die Quadratskalen nicht verzichten können, findet das System der versetzten Skalen wenig Anklang, einfach weil kein Platz für drei neue Skalen vorhanden ist. Nur bei Rechenstäben für Kaufleute, die keine Quadratskala benötigen, wird eine ähnliche Versetzung der Skalen mit dem Faktor 360 durchgeführt, um die Zinsrechnung zu vereinfachen. Gleichzeitig wird auch die Prozentrechnung mit der 1 in der ungefähren Mitte des Stabes sehr günstig gestaltet.

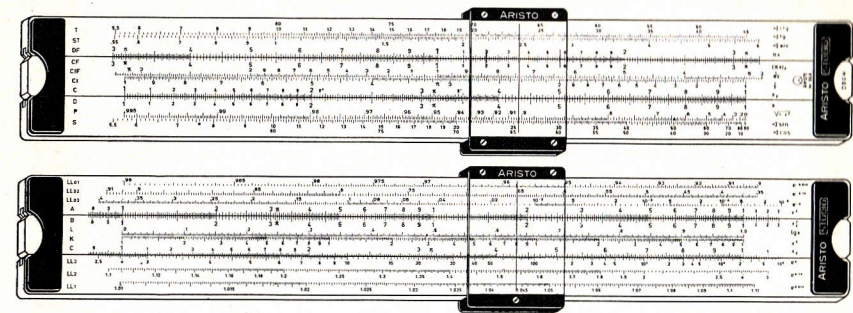


Abb. 14 ARISTO-Studio 1949

Erst 1949 ist es soweit, daß eine Synthese der Entwicklungen in USA und Deutschland gefunden wird. Das Ergebnis ist der Zweiseitenrechenstab ARISTO-Studio, der heute ein beliebter Rechenstab für Ingenieure ist und die Zweiseitenrechenstäbe in Deutschland populär gemacht hat. Sein Erfolg hat es ermöglicht, diese Entwicklung auch auf Schulrechenstäbe zu übertragen, zunächst beim ARISTO-Scholar VS. Bei den späteren Konstruktionen ARISTO-TriLog und ARISTO-Junior ist dann das System der versetzten Skalen und Kehrwertskalen auf Schulrechenstäbe übernommen worden, damit bereits im Schulunterricht die Vorteile dieser Skalenanordnung erkannt und genutzt werden.

Das Ziel der Entwicklung, die ganze Stablänge zur Erreichung größerer Genauigkeit voll auszunutzen, ist erreicht. Auf dem Wege zum Ziel erwies sich die Einführung der Reziproskalen als sinnvoll, um den Rechenprozeß abzukürzen. Wir dürfen jedoch bei der vorgenommenen Wertung nicht übersehen, daß versierte Stabrechner gern mit den Quadratskalen multiplizieren und dividieren, wenn die Genauigkeit dieser Skalen ausreicht. Damit auch diese Praktiker unnötige Einstellungen einsparen können, gibt es Rechenstäbe mit einer reziproken Quadratskala. Auf diese Weise ist mit dem Rechenstab ARISTO-TriLog ein Rechenstab entstanden, bei dem jede Zungenrandskala durch eine reziproke Skala ergänzt wird, damit beim Übergang von oben nach unten bzw. von unten nach oben und beim Wechsel der Seiten immer reziprok weitergerechnet werden kann. Dieses vollkommene System, bestehend aus Grundskalen, versetzten Skalen, Quadratskalen und den zugehörigen Kehrwertskalen, bildet den Grundstock für ein in jeder Beziehung bequemes Rechnen. Wie dann die Skalen der Winkelfunktionen, Exponentialskalen, Hyperbelfunktionen und sonstige Skalen zusätzlich angeordnet werden sollen, hängt von sehr unterschiedlichen Faktoren ab.

Bildnachweis:

- Deutsches Hydrographisches Institut, Hamburg, Abb. 1.
- Hessisches Landesmuseum, Kassel, Astronomisch-Physikalisches Kabinett Abb. 2 und 5.
- Science Museum, London-Kensington, Abb. 3.
- École Polytechnique, Paris, Abb. 8.
- Archiv DENNERT & PAPE · ARISTO-WERKE, Hamburg, Abb. 4, 6, 7, 9 — 14

Der ARISTO-Studio im Maschinenbau

Von Dipl.-Ing. Wilhelm Thiem

Über die praktische Anwendung des Zweiseiten-Rechenstabes ARISTO-Studio in der Elektrotechnik ist ausführlich berichtet worden (siehe ARISTO-Mitteilungen für Ingenieur- und Hochschulen, Heft 1 bis 5). Auch der Maschinenbauer kann ihn vorteilhaft verwenden, wofür hier einige Anregungen gegeben werden sollen:

1. Addition von Vektoren

Wer häufig mit der geometrischen Addition von Kräften, Momenten, Geschwindigkeiten usw., also mit Vektoren zu tun hat, der möge in Heft 2 dieser ARISTO-Mitteilungen das Kapitel 1.5.2, Seite 15, ansehen. Die dort gezeigte Methode, einige Male geübt, wird dem Stabrechner den Vorteil seines Rechengerätes deutlich demonstrieren.

1.1 Geometrische Summe zweier Geschwindigkeiten

$$v_1 = 12 \text{ m/s}; \quad \alpha_1 = 20^\circ$$

$$v_2 = 8 \text{ m/s}; \quad \alpha_2 = 50^\circ$$

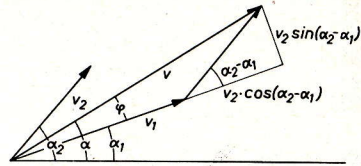


Abb. 1

Aus Abb. 1 kann abgelesen werden:

$$v = \sqrt{[v_1 + v_2 \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_1)]^2 + [v_2 \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1)]^2}$$

Der Ausdruck scheint verwickelt, aber trotz der Additionen gibt er die Lösung schneller als der sonst übliche Cosinus-Satz.

Wir berechnen zuerst die erforderlichen Produkte

$v_2 \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$ und $v_2 \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1)$, indem wir 8 (C) über 10 (D) stellen und dann mit dem Läuferstrich über 30° (rot, S) auf der C-Skala den Wert $v_2 \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_1) = 6,93$ ablesen. Über 30° (schwarz, S) lesen wir ab: $v_2 \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1) = 4$ (C). Die zugehörigen Rechenstabeinstellungen zeigt Abb. 2.

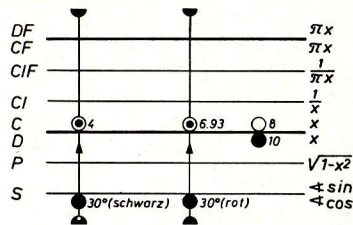


Abb. 2

$$8 \cdot \sin 30^\circ = 4,00$$

$$8 \cdot \cos 30^\circ = 6,93$$

$$12 + 6,93 = 18,93$$

Durch Addition erhalten wir die einzelnen Komponenten:

$v = \sqrt{18,93^2 + 4^2}$. Zur Berechnung dieses „Pythagoras“ verwenden wir die trigonometrische Lösung, vergl. Heft 2, Seite 8–15, indem wir die kleinere Kathete mit dem Reziprokwert der größeren multiplizieren und so den Tangens des kleinsten Dreieckswinkels erhalten, dessen Größe wir auf der Tangenskala ablesen können. Den Zusammenhang zwischen der kleinen Kathete und der Hypotenuse

$$\sin \varphi = \frac{v_2 \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1)}{v}$$

nutzen wir zur Errechnung von v . Abb. 3 zeigt die erforderlichen Rechenstabeinstellungen.

$$\tan \varphi = 4 \cdot \frac{1}{18,93}$$

$$\varphi = 11,94^\circ$$

$$\sin \varphi = \frac{4}{v} = 4 \cdot \frac{1}{v}$$

$$v = 19,35 \text{ m/s}$$

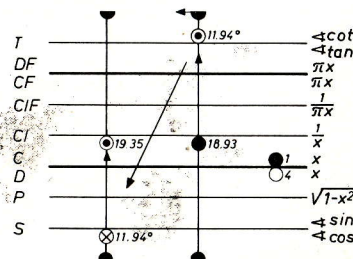


Abb. 3

Im einzelnen ergibt sich folgender Rechnungsgang:

Wir stellen die rechte 1 (C) über 4 (D) und lesen dann mit Hilfe des Läufermittelstriches über 18,93 (CI) den Winkel $\varphi = 11,94^\circ$ (T) ab. Den gleichen Winkelwert stellen wir mit dem Läufer auf der Sinusskala ein und lesen darüber ab: $v = 19,35$ (CI).

Den zur resultierenden Geschwindigkeit gehörenden Winkel α erhalten wir aus $\alpha = \alpha_1 + \varphi = 20^\circ + 11,94^\circ = 31,94^\circ$.

1.2 Geometrische Summe zweier Momente

$$M_1 = 16 \text{ kp} \cdot \text{cm}; \quad \alpha_1 = 12^\circ. \quad M_2 = 65 \text{ kp} \cdot \text{cm}; \quad \alpha_2 = 81^\circ. \quad \alpha_2 - \alpha_1 = 69^\circ.$$

Wir erhalten in einer der Abb. 2 entsprechenden Rechenstabeinstellung:

$$M_2 \cdot \cos(\alpha_2 - \alpha_1) = 23,3 \text{ kp} \cdot \text{cm} \quad \text{und} \quad M_2 \cdot \sin(\alpha_2 - \alpha_1) = 60,7 \text{ kp} \cdot \text{cm}.$$

Folglich ist zu berechnen:

$$M = \sqrt{39,3^2 + 60,7^2}$$

$$\tan \varphi = 39,3 \cdot \frac{1}{60,7}$$

$$\varphi = 57,1^\circ \text{ (rot)}$$

$$M = 72,3 \text{ kp} \cdot \text{cm}$$

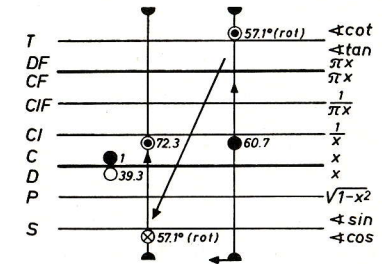


Abb. 4

Die zugehörige Rechenstabeinstellung zeigt Abb. 4. Wir stellen die linke 1 (C) über 39,3 (D) (kleinere Kathete!) und multiplizieren mit dem Reziprokwert der größeren Kathete, indem wir den Läuferstrich auf 60,7 (CI) stellen. Den Winkel φ lesen wir nun auf der Skala T ab, da aber in diesem Beispiel $\varphi > 45^\circ$ ist werten wir die rote Beschriftung aus ($\varphi = 57,1^\circ$) und übernehmen diesen Wert für die Einstellung auf Skala S (gleichfalls rot). Die Ablesung auf Skala CI liefert $M = 72,3 \text{ kp} \cdot \text{cm}$. Den zugehörigen Winkel ergibt: $\alpha = \alpha_1 + \varphi = 69,1^\circ$

2. Gebrochene Exponenten

2.1 Hydraulik

In der Hydraulik kommen vielfach die Ausdrücke $h^{\frac{3}{2}} = h^{1,5}$ und $h^{\frac{5}{2}} = h^{2,5}$ vor. Mit jedem Rechenstab, der eine quadratische und eine kubische Teilung hat, lassen sich Ausdrücke der Form $h^{1,5} = \sqrt{h^3}$ berechnen. Wählen wir als Beispiel $h = 4,35$. Wie Abb. 5 zeigt, braucht man nur den Läuferstrich auf 4,35 der Skala B einstellen, um darunter auf Skala K das Ergebnis ablesen zu können:

$$4,35^{1,5} = 9,08$$

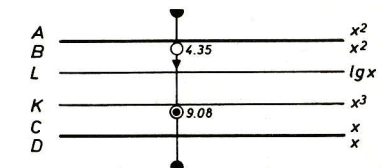


Abb. 5.

Während diese Einstellung nur für den Exponenten 1,5 brauchbar ist, ermöglichen die Exponentialteilungen LL1 bis LL3 und LL01 bis LL03 Berechnungen mit beliebigen Exponenten. Für unser Beispiel stellen wir, wie Abb. 6 zeigt, die 1 (C) über 4,35 (LL3).

$$4,35^{1,5} = 9,08$$

$$4,35^{2,5} = 39,3$$

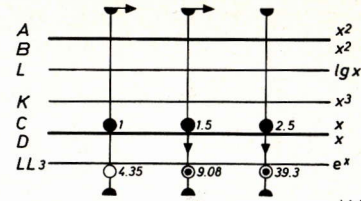


Abb. 6

Verschieben wir nun den Läuferstrich auf 1,5 (C), so können wir darunter auf Skala LL3 das Ergebnis ablesen: $4,35^{1,5} = 9,08$. Für den Exponenten 2,5 ergibt sich mit gleicher Zungeneinstellung: $4,35^{2,5} = 39,3$

Hierbei ist zu beachten, daß die Exponentialskalen an die Kommastelle gebunden sind! So ist $2^{2,5} = 5,66$ und $20^{2,5} = 1790$.

2.2 Reibung

Bei der Berechnung von Riemen, Seilen und Bandbremsen benutzt der Maschinenbauer die Eytelwein'sche Gleichung:

$$S_1 = S_2 \cdot e^{\mu \alpha}$$

Darin bedeuten: S =Kraft; α =Umschlingungswinkel im Bogenmaß; μ =Reibungszahl.

Wählen wir als Beispiel $\alpha = 6\pi$; $\mu = 0,13$; $S_2 = 12$ kp, so haben wir die Aufgabe

$$S_1 = 12 \cdot e^{6 \cdot 0,13 \cdot \pi}$$

Wir stellen den Läuferstrich auf 6 (D) und erhalten automatisch 6π (DF). Dieser Wert muß mit 0,13 multipliziert werden, weshalb wir 1 (CF) unter den Läuferstrich stellen. Nun könnten wir über 0,13 (CF) das Zwischenergebnis $6\pi \cdot 0,13 = 2,45$ (DF) ablesen. Das gleiche Ergebnis finden wir auf der D-Skala unter 0,13 (C). Diese Einstellung brauchen wir, um nach Drehung des Rechenstabes auf LL3 ablesen zu können: $e^{\mu \alpha} = 11,6$ (siehe Abb. 7).

Das Gesamtergebnis $S_1 = 139,2$ kp findet man nun durch übliche Multiplikation mit den Skalen C und D.

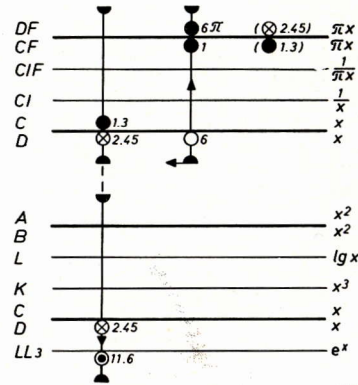


Abb. 7

2.3 Thermodynamik

Bei wärmetechnischen Berechnungen sind Werte für isotherme, für adiabatische und für polytrope Vorgänge zu ermitteln.

2.3.1 Isotherme

1 kp Luft habe ein Volumen $V_1 = 0,1$ m³ und eine Temperatur $t_1 = 15^\circ$ C. Sie soll sich isothermisch auf $V_2 = 1,0$ m³ ausdehnen. Dafür sind zu berechnen:

- Das p-V-Diagramm,
- die erforderliche Energie,
- die abzuführende Wärmemenge.

Zur Berechnung des p-V-Diagramms geht man von der Zustandsgleichung aus: $p \cdot V = G \cdot R \cdot T$

Darin bedeuten: G = Gewicht; p = Druck; R = Gaskonstante = $29,27 \frac{m}{\text{grad}}$.

T = absolute Temperatur; V = Volumen.

Löst man obige Gleichung nach p auf und setzt Werte ein, so erhält man:

$$p = \frac{1 \text{ kp} \cdot 29,27 \text{ m} \cdot 288^\circ \text{ K}}{\text{grad} \cdot 0,1 \text{ m}^3} = 8,43 \cdot 10^4 \text{ kp/m}^2 = 8,43 \text{ kp/cm}^2.$$

Zu einem Volumen von 0,1 m³ gehört also unter den gegebenen Voraussetzungen ein Druck von 8,43 kp/cm². Man kennt also von einer Gleichung der Form $p \cdot V = \text{const}$ ein Wertepaar.

Abb. 8 zeigt die zweckmäßigste Stabeinstellung für die Ablesung weiterer Wertepaare. Man stellt die 1 der Skala C über 8,43 der Skala D. Dann kann man zu jedem auf der Skala CI eingestellten Volumen den zugehörigen Druck auf der D-Skala ablesen. Abb. 9 zeigt die mit diesen Werten gezeichnete Isotherme.

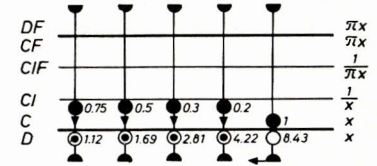


Abb. 8

V [m ³]	p [kp/cm ²]
0,1	8,43
0,2	4,22
0,3	2,81
0,5	1,69
0,75	1,12
1,0	0,843

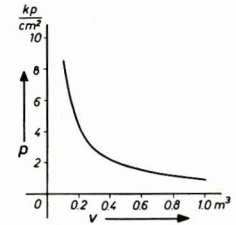


Abb. 9

Die in Abb. 10 angegebene Rechenstabeinstellung zeigt, wie die aufzuwendende Energie $W = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln(V_2/V_1)$ berechnet wird.

$$W = 8,43 \text{ kp/m}^2 \cdot 0,1 \text{ m}^3 \cdot \ln 10$$

$$W = 19400 \text{ m} \cdot \text{kp}$$

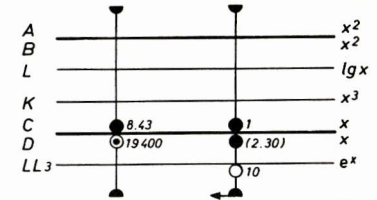


Abb. 10

Diese Energie muß als Wärme abgeführt werden. Will man auf Wärmeeinheiten umrechnen, so benutzt man die Einheitsgleichung

$$1 \text{ m} \cdot \text{kp} = \frac{1}{427} \text{ kcal.}$$

$$W = \frac{19400}{427} = 45,4 \text{ kcal.}$$

2.3.2 Adiabate

Die Luft soll sich bei den vorher angegebenen Ausgangsbedingungen adiabatisch ausdehnen. Zu berechnen sind p-V-Diagramm und Temperaturverlauf. Die zugehörigen Gleichungen lauten:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{1,4} \quad \text{und} \quad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{0,4}$$

Zur Druckberechnung wird umgeformt:

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-1,4} \quad \text{mit} \quad p_1 = 8,43 \text{ kp/cm}^2.$$

Die Berechnung der Werte für $(V_2/V_1)^{-1,4}$ erfolgt auf dem Rechenstab mit den LL-Skalen. Abb. 11 zeigt den Rechnungsgang für $V_2/V_1 = 2$.

$$2^{-1,4} = 0,379$$

$$2^{-0,4} = 0,758$$

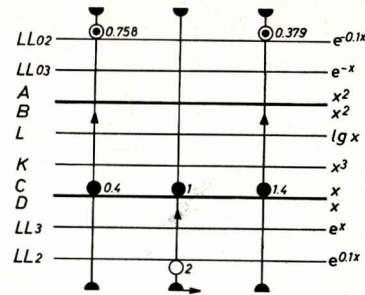


Abb. 11

Man stellt mit Hilfe des Läuferstriches die 1 der Skala C über 2 (LL2). Schiebt man jetzt den Läufer auf 1,4 (C), so kann man auf Skala LL02 das Ergebnis 0,379 ablesen. Anschließend erfolgt die Multiplikation $8,43 \cdot 0,379 = 3,19$ in üblicher Weise mit den Skalen C und D oder CF und DF. Weitere gleichartige Berechnungen ergeben den in Tabelle und Kurve Abb. 12 wiedergegebenen Adiabatenverlauf.

V_2 [m ³]	$\frac{V_2}{V_1}$	P_2 [kp/cm ²]
0,1	1	8,43
0,2	2	3,19
0,3	3	1,81
0,5	5	0,89
0,75	7,5	0,5
1,0	10	0,34

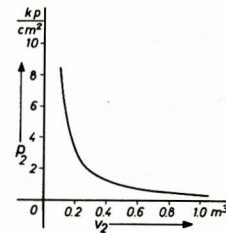


Abb. 12

Auch die Temperaturberechnung bedingt eine Umformung:

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{-0,4} \text{ mit } T_1 = 288^\circ \text{ K}$$

Der Rechnungsgang für $(V_2/V_1)^{-0,4}$ ist in Abb. 11 an dem Beispiel $2^{-0,4} = 0,758$ zeigt, während Abb. 13 den Temperaturverlauf graphisch darstellt.

V_2 [m ³]	T_2 [°K]	t_2 [°C]
0,1	288	+ 15
0,2	218	- 55
0,3	186	- 87
0,5	151	- 122
0,75	129	- 144
1,0	115	- 158

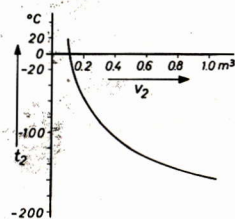


Abb. 13

Handelt es sich um polytrope Zustandsänderungen, so geht man rechentechnisch in gleicher Weise vor.

Praktische Berechnung von Exponentialgleichungen in Physik und Chemie mit dem *ARISTO*-Studio

Von Dr. Werner Ruppert

Mit dem Rechenstab ARISTO-Studio können die bei Naturgesetzen häufig vorkommenden Exponentialgleichungen besonders einfach berechnet werden. Wie man dies macht, soll an einigen Beispielen gezeigt werden.

1. Barometrische Höhenmessung

Das hypsometrische Gesetz lautet: $p = p_0 \cdot e^{-kh}$

(1)

Hierbei bedeuten: p = Luftdruck in der Höhe h

p_0 = Luftdruck in der Höhe $h = 0$

k = Konstante

Dividiert man die Gleichung (1) mit p_0 , so erhält man: $p/p_0 = e^{-kh} = r$

(2)

Wir nennen diesen Bruch „Restzahl r “, da er jenen relativen Anteil oder Rest des Luftdrucks angibt, der in der Höhe h noch herrscht. Ist $r = 0,9$, so bedeutet dies also, daß von dem am Boden gemessenen Luftdruck (1 Atm oder 760 Torr) in der Höhe h noch 0,9 Teile oder 90% übrig sind (0,9 Atm = 684 Torr).

Durch Logarithmieren und Umformen obiger Gleichung erhalten wir:

$$\frac{-\ln r}{h} = k$$

(3)

Dieser einfache Zusammenhang gilt nicht nur für absolute Höhen, sondern allgemein. Wenn man um die Höhe h steigt, ist vom Luftdruck stets noch der Rest r vorhanden.

Um dies zu betonen und um die Analogie zu anderen Exponentialgesetzen herauszustellen, geben wir der Höhendifferenz den Namen Intervall mit der Bezeichnung i .

Das Gesetz:

$$\frac{\ln r_1}{i_1} = \frac{\ln r_2}{i_2} = \frac{\ln r_3}{i_3} = \dots = k$$

(4)

heißt dann in Worten:

Die Logarithmen der Restzahlen verhalten sich wie die korrespondierenden Intervalle.

Gleichung (4) gilt auch für Logarithmen beliebiger Basis. Demzufolge kann man schreiben:

$$\frac{\log r_1}{i_1} = \frac{\log r_2}{i_2} = \frac{\log r_3}{i_3} = \dots = c$$

(5)

Diese allgemeine Formulierung ermöglicht die Berechnung der Exponentialfunktion mit einer Einstellung des Rechenstabes. Durch die Gegenüberstellung einer Exponentialskala LL und einer Grundskala C wird die Lösung einer Exponentialgleichung nach dem obigen Gesetz genau so einfach wie die Ausrechnung einer gewöhnlichen Proportion mit den Grundskalen, vorausgesetzt, daß ein Exponentialgesetz vorher in die Form einer logarithmischen Verhältnisgleichung umgeformt worden ist.

Beispiel: Bei 0° C ist $k = 0,125 \text{ km}^{-1}$;

$\frac{-\ln r}{i} = 0,125$, bei Zahlenrechnung verschwindet das Minuszeichen, da $r < 1$ und somit $\ln r$ negativ ist.

Wir stellen die 1 der Skala C über 0,125 der Skala D. Bei dieser Rechenstabeinstellung stehen den in Skala C eingestellten Intervallen die zugehörigen Restzahlen in den Skalen LL01, LL02 und LL03 gegenüber.

$$k = 0,125$$

- a) $i = 10,6 \text{ km}; r = 0,266$
- b) $i = 1,3 \text{ km}; r = 0,85$
- c) $i = 0,36 \text{ km}; r = 0,956$
- d) $r = 0,5; i = 5,55 \text{ km}$

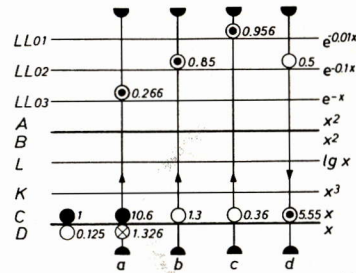


Abb. 1

So können wir ablesen, daß der Luftdruck in 0,36 km Höhe auf 95,6% ($r = 0,956$), in 1,3 km auf 85% ($r = 0,85$) abgenommen hat. Mit der gleichen Rechenstabeinstellung können wir die Frage beantworten, in welcher Höhe der Luftdruck auf die Hälfte abgesunken ist. Wir stellen den Läuferstrich auf $r = 0,5$ (Skala LL02) und lesen auf der C-Skala ab: $i = 5,55 \text{ km}$.

Mit der gleichen Rechenstabeinstellung sieht man, daß in 8 km Höhe der Luftdruck auf den e-ten Teil abgesunken ist. Die Zahl 8 als „natürliches Intervall“ über $1/e$ zu stellen, ist für die Einstellung des Rechenstabes besonders bequem.

Aber weder die Konstante noch das natürliche Intervall muß man zur Einstellung des Rechenstabes kennen. Wenn man irgendein korrespondierendes Wertepaar einstellt, z. B., wenn man weiß, daß in 1,30 km Höhe der Luftdruck um 15% (Rest 85%) abgenommen hat, so hat man die ganze Skala der zusammengehörigen Restzahlen und Intervalle. Nimmt die Höhe zu, so wird die Restzahl kleiner, nimmt sie ab, so wird die Restzahl größer. Falsches Ablesen ist also nicht möglich.

Nun werden manche Leser sagen: Ich rechne mit der barometrischen Höhenformel:

$$i = h_2 - h_1 = 18,4 \cdot (1 + 0,004 \cdot t) \cdot (\lg p_1/p_2) \quad (6)$$

t ist die mittlere Temperatur der Luftsäule in °C. Die Höhendifferenz $h_2 - h_1$ erhält man in km.

Wenn man nun diese Gleichung für jede Temperatur umrechnen soll, dann kann man auch umständlich rechnen. Daher soll gezeigt werden, wie man in diesem Fall leicht die Rechenstabeinstellung findet. Obiger Gleichung ist zu entnehmen, daß zur Restzahl $r = 0,1$ oder $r = 10\%$ das Intervall $i = 18,4 \cdot (1 + 0,004 \cdot t) \text{ km}$ gehört, weil $\lg 10 = 1$. Bei $t = 0^\circ \text{ C}$ ist also der Luftdruck in 18,4 km Höhe auf $1/10$ abgesunken. Damit hat man ein zusammengehöriges Wertepaar für die Rechenstabeinstellung zur Verfügung. Man stellt den Wert 18,4 der Skala C unter 0,1 der Skala LL03.

- a) $r = 0,1; i = 18,4 \text{ km}$
- b) $i = 1,2 \text{ km}; r = 0,8608$
- c) $r = 0,95; i = 0,41 \text{ km}$

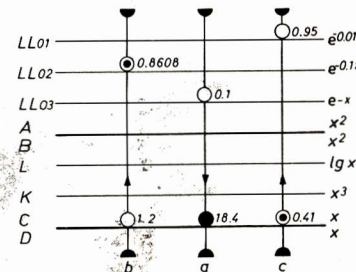


Abb. 2

In Abb. 2 ist die Rechenstabeinstellung für zwei weitere Beispiele eingezeichnet. Ist dagegen $t = 15^\circ \text{ C}$, so gehört zur Restzahl $r = 0,1$ das Intervall $i = 18,4 \cdot (1 + 0,004 \cdot 15) = 19,5 \text{ km}$. Man stellt 19,5 der Skala C unter 0,1 der Skala LL03. Wer öfters solche Rechnungen macht, kann sich auf dem Rechenstab Marken anbringen (siehe ARISTO-Tip Nr. 3) und mit den zugehörigen Temperaturen beziffern.

(wird fortgesetzt)

Tagungen und Ausstellungen 1963

Hannover 28. 4. — 7. 5. 1963 Deutsche Industrie-Messe
Halle 17 — Stand 2309

Nürnberg 7. 6. — 11. 6. 1963 7. DIDACTA — Europäische Lehrmittelmesse

Unser Ausstellungsstand 1129 befindet sich im Messehaus I, 1. Etage.

Mailand 4. 10. — 13. 10. 1963 8. Europäische Werkzeugmaschinen-Ausstellung
Messegelände.

Sammelmappen für ARISTO-Mitteilungen

Wir können Ihnen eine praktische Sammelmappe für ARISTO-Mitteilungen liefern, in die Sie 15 Hefte einordnen können. Gegen Voreinsendung der Schutzgebühr von **DM 2,50 in Briefmarken** senden wir die handliche Plastikmappe mit Zweibügelmechanik frei Haus. Wir bitten um Verständnis für diese Art der Abwicklung, die für alle Beteiligten den kleinsten Arbeitsaufwand erfordert.

ARISTO

MITTEILUNGEN FÜR INGENIEUR- UND HOCHSCHULEN

Aus dem Inhalt:

Eine Wertung der Geschichte des Rechenstabes

Der *ARISTO*-Studio im Maschinenbau

Praktische Berechnung von Exponentialgleichungen

in Physik und Chemie mit dem *ARISTO*-Studio

Hef 6
April 1963

DENNERT & PAPE · ARISTO-WERKE · HAMBURG

ARISTO