

ARISTO

**MITTEILUNGEN FÜR INGENIEUR- UND HOCHSCHULEN
HEFT 12**

Aus dem Inhalt:

Theorie und Praxis der Genauigkeit des Rechnens
mit Rechenstäben verschiedener Länge

Anwendungsbeispiele für den Rechenstab
ARISTO-Studio im Schiffbau

ARISTO-Neuheiten

ARISTO-WERKE · DENNERT & PAPE KG · HAMBURG

Herausgeber: ARISTO-Kundendienst
ARISTO-WERKE · DENNERT & PAPE KG
2 Hamburg 50 · Postfach 500380

Schriftleiter: Dipl.-Ing. Rolf Jäger

Mitarbeiter dieses Heftes:

Dipl.-Ing. Jürgen Brink
2395 Husbyholz, Post Husby

Dipl.-Ing. Rolf Jäger
2 Hamburg 52, Hittfelder Stieg 5

Prof. Dr. Karl Strubecker
75 Karlsruhe, Hansjakobstr. 8

Heft 12, Januar 1970

Alle Rechte vorbehalten · Nachdruck mit Genehmigung des Herausgebers gestattet
© 1970 by ARISTO-WERKE · DENNERT & PAPE KG · HAMBURG
Printed in Germany · RO/RLA · Borek KG 631

Theorie und Praxis der Genauigkeit des Rechnens mit Rechenstäben verschiedener Länge

Prof. Dr. Karl Strubecker

In den nachfolgend dargestellten Untersuchungen befaßt sich der erste Teil theoretisch mit der Genauigkeit des Rechnens mit dem logarithmischen Rechenstab. Der zweite Teil behandelt verschiedene Serien von praktischen Beispielen und die daraus zu ziehenden Schlußfolgerungen über die Genauigkeitsverhältnisse beim praktischen Rechnen mit Stäben verschiedener Länge.

1. Theoretische Prüfung der Genauigkeit des Stabrechnens

Weil die Genauigkeit des Rechnens auf dem Rechenstab in erster Linie abhängt von der Genauigkeit, mit der man eine Zahl einstellen oder ablesen kann, müssen wir uns zuerst mit deren Theorie befassen.

1.1. Theoretische Untersuchung der Genauigkeit einer Einstellung oder Ablesung

1.1.1. Die einzelnen Skalen eines Rechenstabes sind Leitern für gewisse Funktionen

$$y = y(x), \quad (1)$$

die in bestimmten Einheiten e_y entworfen sind. Zu den Argumenten x gehören dann auf der Skala Punkte mit den Ordinaten

$$Y(x) = y(x) \cdot e_y, \quad (2)$$

wie in Abb. 1 dargestellt.

1.1.2. Wie die physiologische Optik lehrt, erscheinen zwei verschiedene Punkte A und B einer Skala Y dem unbewaffneten Auge bei normaler Sichtweite $d = 250$ mm als derselbe Punkt, wenn ihr Sichtwinkel $\varphi \leq 1'$ ist (Mittelwert aus wissenschaftlichen Veröffentlichungen). Die in Abb. 2 mit ΔY bezeichnete Ordinatendifferenz beträgt dann

$$|\Delta Y| \leq d \cdot \varphi = 250 \text{ mm} \cdot \frac{\pi}{180 \cdot 60} = 0,07272 \text{ mm} \quad (3)$$

1.1.3. Daraus folgt, daß die beiden zu den Argumenten x und $x+h$ gehörenden Skalenpunkte mit den Ordinaten $Y(x)$ und $Y(x+h)$ optisch nicht unterscheidbar sind, wenn ihr Abstand

$$|\Delta Y| = |Y(x+h) - Y(x)| = |y(x+h) - y(x)| \cdot e_y \leq 0,07272 \text{ mm} \quad (4)$$

ist. Nach dem Mittelwertsatz der Differentialrechnung ist nun

$$y(x+h) - y(x) = h y'(\xi), \quad (5)$$

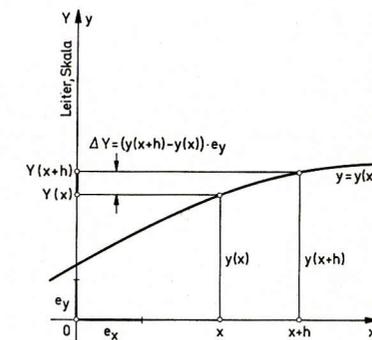


Abb. 1

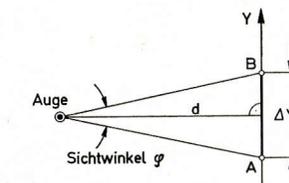


Abb. 2

wobei ξ eine unbekannte Zwischenstelle zwischen x und $x + h$ ist. Daher besagt (4), daß für

$$|\Delta Y| = |h| \cdot |y'(\xi)| \cdot e_y \leq 0,07272 \text{ mm} \quad (6)$$

oder

$$|h| = \frac{0,07272 \text{ mm}}{e_y \cdot |y'(\xi)|} \quad (7)$$

die zu den Argumenten x und $x + h$ gehörenden Punkte $Y(x)$ und $Y(x + h)$ der y -Skala für das Auge zusammenfallen. Die Ablesung der Skala an der Stelle x ist also stets mit dem Höchstfehler $|h|$ der Größe (7) behaftet. Der gleiche Höchstfehler ist mit der Einstellung des Wertes x verbunden.

1.1.4. Weil die genaue Lage des Zwischenwertes ξ im Intervall $J = (x, x + h)$ nicht bekannt ist, muß man in (6) und (7) zur Abschätzung von $|h|$ den ungünstigsten Wert von $|y'(\xi)|$ nehmen, also $|y'(\xi)|$ durch seinen Maximalwert im Intervall J ersetzen, den wir mit $\text{Max } |y'(\xi)|$ bezeichnen. Dann führen die Formeln (6) und (7) zu den Abschätzungen

$$|h| \cdot \text{Max } |y'(\xi)| \cdot e_y \leq 0,07272 \text{ mm} \quad (8)$$

und

$$|h| \leq \frac{0,07272 \text{ mm}}{e_y \cdot \text{Max } |y'(\xi)|} \quad (9)$$

Wenn insbesondere $|y'(x)|$ eine monoton fallende Funktion ist, dann ist

$$\text{Max } |y'(\xi)| = |y'(x)| \quad (10)$$

und die Abschätzungen (9) und (10) erhalten für $h > 0$ die einfache Gestalt

$$h \cdot |y'(x)| \cdot e_y \leq 0,07272 \text{ mm} \quad (11)$$

und

$$h \leq \frac{0,07272 \text{ mm}}{e_y \cdot |y'(x)|} \quad (12)$$

1.2. Bestimmung der Intervalle erlaubter linearer Interpolation

1.2.1. Auf einer Funktionsleiter (Skala) sind nur zu gewissen Argumenten a, b, \dots die Funktionswerte $y(a), y(b), \dots$ durch Striche gekennzeichnet. Für alle Zwischenwerte x muß man die Funktionswerte $y(x)$ durch Interpolation gewinnen. Diese Interpolation der Funktionsleiter $y(x)$ kann im Intervall (a, b) geschehen, d. h. so, als ob die Leiter zwischen den Werten $y(a)$ und $y(b)$ gleichförmig wäre, wenn sich an allen Stellen x des Intervalls (a, b) die wirkliche Ordinate $Y(x)$ und die linear interpolierte Ordinate

$$\bar{Y}(x) = Y(a) + (x - a) \frac{Y(b) - Y(a)}{b - a} \quad (13)$$

für das Auge nicht unterscheiden. Das trifft nach (3) zu, wenn an der Stelle x der Abstand

$$|\Delta Y(x)| = |Y(x) - \bar{Y}(x)| \leq 0,07272 \text{ mm} \quad (14)$$

bleibt. Zur genaueren Abschätzung der Differenz (14) bedient man sich am besten der Newtonschen Interpolationsformel mit Cauchyschem Restglied, nach der

$$Y(x) = Y(a) + (x - a) \frac{Y(b) - Y(a)}{b - a} + (x - a)(x - b) \frac{Y''(\xi)}{2} \quad (15)$$

gilt, wobei die im Restglied enthaltene Stelle ξ zwischen a und b liegt, aber nicht näher bekannt ist.

Aus (15) folgt dann mit $a < \xi < b$

$$|\Delta Y(x)| = |Y(x) - \bar{Y}(x)| = |(x - a)(x - b)| \cdot \frac{|Y''(\xi)|}{2} \quad (16)$$

Weil für alle Stellen x aus (a, b) der Ausdruck

$$p(x) = |(x - a)(x - b)| = (x - a)(b - x) \quad (17)$$

ein positives quadratisches Polynom ist, das im Mittelpunkt $x = \frac{1}{2}(a + b)$ seinen absoluten Maximalwert

$$\text{Max } p(x) = \frac{(b - a)^2}{4} \quad (18)$$

annimmt, folgt aus (16) die für $a < x < b$ gültige Abschätzung

$$|\Delta Y(x)| \leq \frac{(b - a)^2}{8} \cdot \text{Max } |Y''(\xi)|, \quad (19)$$

in der $\text{Max } |Y''(\xi)|$ den Maximalwert bedeutet, den $Y''(\xi)$ annimmt, wenn die Stelle ξ das Intervall (a, b) durchläuft.

Nach (2) gilt nun

$$Y''(x) = e_y \cdot y''(x). \quad (20)$$

Daraus folgt nach (9), daß lineare Interpolation auf der mit der Maßeinheit e_y gezeichneten Funktionsleiter (2) der Funktion $y(x)$ zwischen den Argumenten a und b statthaft ist, wenn

$$\frac{(b - a)^2}{8} e_y \cdot \text{Max } |y''(\xi)| \leq 0,07272 \text{ mm} \quad (21)$$

oder

$$(b - a)^2 \leq \frac{8 \cdot 0,07272 \text{ mm}}{e_y \cdot \text{Max } |y''(\xi)|} = \frac{0,58176 \text{ mm}}{e_y \cdot \text{Max } |y''(\xi)|} \quad (22)$$

gilt.

1.2.2. Wenn insbesondere $|y''(x)|$ eine im Intervall (a, b) monoton fallende Funktion ist, wird

$$\text{Max } |y''(\xi)| = |y''(a)| \quad (23)$$

und die beiden Abschätzungen (21) und (22) erhalten die einfache Gestalt

$$\frac{(b - a)^2}{8} e_y \cdot |y''(a)| \leq 0,07272 \text{ mm} \quad (24)$$

oder

$$(b - a)^2 \leq \frac{0,58176 \text{ mm}}{e_y \cdot |y''(a)|} \quad (25)$$

1.3. Genauigkeit einer Ablesung oder Einstellung und lineare Interpolation auf einem logarithmischen Rechenstab

1.3.1. Wir wenden nun die Ergebnisse der in 1.1. entwickelten allgemeinen Theorie auf den logarithmischen Rechenstab, d. h. auf die Funktion

$$y(x) = \lg x = M_{10} \cdot \ln x \quad (x > 0) \quad (26)$$

an. Dabei bedeutet M_{10} den Modul der dekadischen Logarithmen, d. h. die Zahl

$$M_{10} = \lg e = 0,43429448 \dots \approx 0,4343. \quad (27)$$

Für die zur Maßeinheit e_y gehörende logarithmische Skala gilt

$$Y(x) = e_y \cdot \lg x. \quad (28)$$

Die erste Ableitung

$$y'(x) = \frac{M_{10}}{x} = \frac{0,4343}{x} \quad (29)$$

ist für $x > 0$ positiv und monoton fallend. Daher sind auf der logarithmischen Skala (28) zwei Stellen, die zu den Argumenten x und $x + h$ gehören für das unbewaffnete Auge dann nicht mehr unterscheidbar, wenn nach (12)

$$h \leq \frac{x \cdot 0,07272 \text{ mm}}{e_y \cdot 0,4343} = \frac{x \cdot 0,16744 \text{ mm}}{e_y} \quad (30)$$

ist.

Der absolute Fehler h einer Einstellung oder Ablesung des Arguments x auf der logarithmischen Skala (28) des Rechenstabes wächst also proportional zu x und er hängt von der Länge e_y der Skaleneinheit ab.

Aus (30) folgt das Verhältnis h/x , d. h. für den relativen Fehler einer Einstellung oder Ablesung

$$\frac{h}{x} \leq \frac{0,16744 \text{ mm}}{e_y} = \text{const.} \quad (31)$$

Der relative Fehler h/x einer Einstellung oder Ablesung ist längs einer logarithmischen Skala konstant.

Verkleinert man die Skaleneinheit e_y auf die Hälfte, so werden der absolute Fehler h und der relative Fehler h/x einer Ablesung oder Einstellung auf der logarithmischen Skala verdoppelt.

Vergrößert man die Skaleneinheit e_y auf das Doppelte, so werden der absolute Fehler h und der relative Fehler h/x einer Ablesung oder Einstellung auf der logarithmischen Skala halbiert.

1.3.2. Die zweite Ableitung der Funktion (26)

$$y''(x) = -\frac{M_{10}}{x^2} \approx -\frac{0,4343}{x^2} \quad (32)$$

hat für $x > 0$ den ebenfalls monoton fallenden Betrag

$$|y''(x)| = \frac{0,4343}{x^2} \quad (33)$$

Nach der allgemeinen Formel (25) darf man daher auf der logarithmischen Skala der Länge e_y zwischen zwei Argumenten $a = x$ und $b = x + h$ linear interpolieren, wenn gilt:

$$h^2 \leq \frac{0,58176 \text{ mm} \cdot x^2}{e_y \cdot 0,4343} = \frac{1,340 \text{ mm} \cdot x^2}{e_y} \quad (34)$$

oder

$$h \leq \frac{1,157 \cdot x}{\sqrt{e_y/\text{mm}}} \quad (35)$$

also

$$\frac{h}{x} \leq \frac{1,157}{\sqrt{e_y/\text{mm}}} = \text{const.} \quad (36)$$

Auf der logarithmischen Skala mit der Einheit e_y ist also lineare Interpolation in Intervallen statthaft, deren Argumentenspanne h und deren Anfangsargument x der Ungleichung (35) genügen. Das Verhältnis dieser Größen h/x ist dabei längs der logarithmischen Skala konstant.

Verkleinert man die Skaleneinheit e_y auf die Hälfte, so wird die für lineare Interpolation zulässige Argumentenspanne h um den Faktor $\sqrt{2}$ vergrößert.

Vergrößert man die Skaleneinheit e_y auf das Doppelte, so wird die linear interpolierbare Argumentenspanne h um den Faktor $1/\sqrt{2}$ verkleinert.

1.3.3. Die Einheit des Normalrechenstabes hat die Länge $e_y = 250 \text{ mm}$. Auf seiner logarithmischen Grundskala

$$Y(x) = 250 \text{ mm} \cdot \lg x \quad (37)$$

können dann nach (30) die Stellen x und $x + h$ mit freiem Auge nicht unterschieden werden, wenn

$$h \leq \frac{x \cdot 0,16744 \text{ mm}}{250 \text{ mm}} = 0,00067 x \quad \text{oder} \quad \frac{h}{x} \leq 0,00067 \quad (38)$$

ist.

Der Maximalfehler h einer Einstellung oder Ablesung x auf der Grundskala des Normalrechenstabes beträgt also weniger als 1 Promille von x .

Beispiel: In der Umgebung der Stelle $x_1 = 1,5$ muß man daher beim Einstellen oder Ablesen mit einem Maximalfehler

$$h \leq 0,00067 \cdot 1,5 = 0,001$$

rechnen. Ähnlich hat man in der Gegend von $x_2 = 3$ einen Maximalfehler von

$$h \leq 0,00067 \cdot 3 = 0,002$$

und in der Gegend von $x_3 = 6$ einen maximalen Fehler

$$h \leq 0,00067 \cdot 6 = 0,004.$$

Eine Ablesung oder Einstellung x in der Gegend von $x_1 = 1,5$ ist also bis auf eine Einheit der dritten Dezimale genau, in der Gegend von $x_2 = 3$ aber nur bis auf zwei Einheiten der dritten Dezimale. In der Gegend von $x_3 = 6$ kann man dagegen die Zahlen x nur bis auf vier Einheiten der dritten Dezimale ablesen oder einstellen, d. h. nur zwei genaue Dezimalen von x .

Lineare Interpolation zwischen zwei Stellen x und $x + h$ der Grundskala des Normalrechenstabes ist nach (35) statthaft, wenn

$$h \leq \frac{1,157 x}{\sqrt{250 \text{ mm/mm}}} = \frac{1,157 x}{\sqrt{250}} = 0,073 x \quad (39)$$

ist, also zwischen x und $1,073 x$.

In Wirklichkeit liegen die Teilstriche der Grundskala des Normalrechenstabes noch sehr viel enger. Z. B. liegen zwischen $x = 1$ und $x + h = 1,073$ insgesamt 7 Teilstriche und zwischen $x = 3$ und $x + h = 3 \cdot 1,073 = 3,219$ sogar 11 Teilstriche. Daher ist lineare Interpolation zwischen benachbarten Teilstrichen der Grundskala des Normalstabes stets statthaft.

1.3.4. Die Einheit e'_y des Taschenrechenstabes hat die Länge $e'_y = 125 \text{ mm} = e_y/2 \text{ mm}$. Auf seiner Grundskala

$$Y(x) = 125 \text{ mm} \cdot \lg x \quad (40)$$

sind daher nach (30) und (38) die Stellen x und $x + h$ mit freiem Auge nicht unterscheidbar, wenn

$$h \leq \frac{x \cdot 0,16744 \text{ mm}}{125 \text{ mm}} = 0,00134 x \quad \text{oder} \quad \frac{h}{x} \leq 0,00134 \quad (41)$$

ist.

Der Maximalfehler h einer Einstellung oder Ablesung x auf der Grundskala des Taschenrechenstabes beträgt also doppelt soviel wie auf dem Normalrechenstab.

Lineare Interpolation zwischen zwei Stellen x und $x + h$ ist dabei nach (35) erlaubt, wenn

$$h \leq \frac{1,157 x}{\sqrt{125 \text{ mm/mm}}} = \frac{1,157 x}{\sqrt{125}} = 0,1033 x \quad (42)$$

ist, also gewiß zwischen x und $1,1 \cdot x$.

In Wirklichkeit liegen auch die Teilstriche der Grundskala des Taschenrechenstabes sehr viel enger. Z. B. liegen zwischen $x = 1$ und $x + h = 1,1033$ insgesamt 5 Teilstriche und zwischen $x = 5$ und $x + h = 5,5165$ ebenfalls 5 Teilstriche.

1.3.5. Die Einheit des Langrechenstabes beträgt $e_y'' = 500 \text{ mm} = 2e_y$. Auf seiner Grundskala

$$Y(x) = 500 \text{ mm} \cdot \lg x \quad (43)$$

sind daher nach (30) und (38) die Stellen x und $x + h$ mit freiem Auge nicht mehr unterscheidbar, wenn

$$h \leq \frac{x \cdot 0,16744 \text{ mm}}{500 \text{ mm}} = 0,00033 x \quad \text{oder} \quad \frac{h}{x} \leq 0,00033 \quad (44)$$

ist.

Der Maximalfehler h einer Einstellung oder Ablesung x auf der Grundskala des Langrechenstabes beträgt also nur halb soviel wie auf dem Normalrechenstab.

Lineare Interpolation zwischen zwei Stellen x und $x + h$ auf dem Langrechenstab ist dabei nach (35) erlaubt, wenn

$$h \leq 0,0516 x \quad (45)$$

ist, also sicher zwischen x und $1,0516 x$.

In Wirklichkeit liegen auch auf dem Langrechenstab die Teilstriche der Grundskala sehr viel enger. Z. B. liegen für $x = 1$ zwischen 1 und $1,0516$ insgesamt 10 Teilstriche und für $x = 4$ zwischen 4 und $4,2064$ sogar 20 Teilstriche.

1.4. Mittlere Genauigkeit von Produkten und Quotienten

1.4.1. Bei der Berechnung des $(r + s)$ -gliedrigen Ausdrucks

$$p = \frac{p_1 p_2 \dots p_r}{q_1 q_2 \dots q_s} \quad (46)$$

sind r Multiplikationen und s Divisionen auszuführen, die auf dem Rechenstab $r + s$ Einstellungen und am Schluß eine Ablesung des Ergebnisses p , zusammen also $(r + s + 1)$ Elementaroperationen erfordern. Diese Voraussetzung erfüllen nur Rechenstäbe mit Grundskalen, versetzten Skalen und Kehrwertskalen, weil sie bei richtiger Anwendung das Durchschieben der Zunge vermeiden. Jedes Durchschieben würde zusätzliche Einstellungen erfordern, die bei der theoretischen Untersuchung berücksichtigt werden müßten. Der mittlere Relativfehler m des Ergebnisses p ist dann nach den Lehren der Fehlerrechnung das $\sqrt{r + s + 1}$ -fache des Relativfehlers der Einzeldaten. Bei einem Rechenstab der Länge e_y gilt daher nach (31)

$$m = \frac{h}{x} \sqrt{r + s + 1} \leq \frac{\sqrt{r + s + 1}}{e_y} \cdot 0,16744 \text{ mm.} \quad (47)$$

1.4.2. Die Berechnung des einfachen Produktes $p_1 \cdot p_2$ oder Quotienten p_1/q_1 zweier Zahlen auf der Grundskala oder reziproken Skala eines Rechenstabes erfordert 3 Elementaroperationen, nämlich zwei Einstellungen und eine Ablesung. Ihr mittlerer Relativfehler m hat daher nach (47) die Größe

$$m \leq \frac{\sqrt{3}}{e_y} \cdot 0,16744 \text{ mm} \quad (48)$$

Die bei Verhältnisaufgaben vorkommende Auswertung der Proportion

$$a : b = c : x \quad \text{oder} \quad x = \frac{b \cdot c}{a} \quad (49)$$

erfordert auf dem Rechenstab insgesamt 4 Elementaroperationen, nämlich drei Einstellungen von a , b , c und eine Ablesung von x , und führt daher nach (47) auf einen

mittleren Relativfehler m des Ergebnisses x von der Größe

$$m \leq \frac{2}{e_y} \cdot 0,16744 \text{ mm} \quad (50)$$

1.4.3. Für den maximalen mittleren Relativfehler eines einfachen Produktes $p_1 \cdot p_2$ oder Quotienten p_1/q_1 erhält man so beim Normalrechenstab nach (48) den Wert

$$m \leq 0,001155 \quad (51)$$

beim Taschenrechenstab den Wert

$$m' = 2 m \leq 0,002309 \quad (52)$$

und beim Langrechenstab den Wert

$$m'' = \frac{m}{2} \leq 0,0005774. \quad (53)$$

Entsprechend ergibt sich als maximaler mittlerer Relativfehler m des Wertes x einer Proportion (49) nach (50) beim Normalrechenstab die Größe

$$m \leq 0,0013, \quad (54)$$

beim Taschenrechenstab die Größe

$$m' \leq 0,002667 \quad (55)$$

und beim Langrechenstab die Größe

$$m'' \leq 0,0006667. \quad (56)$$

Die Ergebnisse dieser einfachsten Rechnungen sind also beim Taschenrechenstab im Mittel nur halb so genau wie beim Normalrechenstab, beim Langrechenstab aber doppelt so genau.

1.4.4. Es ist begreiflich, daß alle unsere theoretischen Genauigkeitsbestimmungen beim Einstellen, Ablesen, Interpolieren und Rechnen auf dem logarithmischen Rechenstab in der Praxis immer nur angenäherte Geltung haben können. Das liegt hauptsächlich daran, daß über die unseren Überlegungen zugrunde liegenden physiologischen Grunddaten, nämlich über die genaue Sehschärfe des einzelnen Rechners nur wenig allgemein Gültiges ausgesagt werden kann. Diese Daten ändern sich stark von Rechner zu Rechner und sind auch für den einzelnen Rechner nicht zeitlich konstant sondern hängen noch von vielen äußeren und inneren Faktoren ab, wie Beleuchtung, Fehlsichtigkeit und Aufmerksamkeit.

2. Praktische Prüfung der Genauigkeit des Stabrechnens

2.1. Bereitstellung numerischer Grundlagen des praktischen Rechnens

2.1.1. Es wurde nun die praktische Rechengenauigkeit für verschiedene Längen des logarithmischen Rechenstabes geprüft. Nach der Feinheit der Unterteilung sind dabei auf den Skalen jeweils drei verschiedene Bereiche zu unterscheiden.

Beim Normalrechenstab gibt es auf den Grundskalen C, D die drei Bereiche

$$\text{I: } 1 \text{ bis } 2, \quad \text{II: } 2 \text{ bis } 4, \quad \text{III: } 4 \text{ bis } 10. \quad (57)$$

Dieselben Bereiche haben wir auf den versetzten Skalen CF, DF und den Kehrwertskalen CI und CIF.

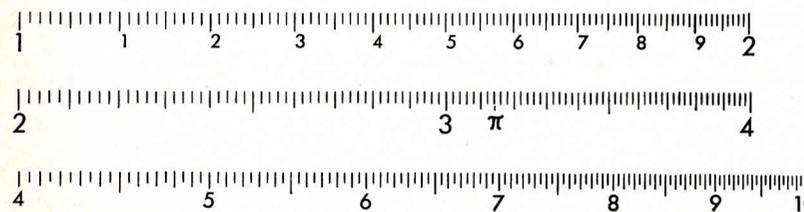


Abb. 3 Die drei Bereiche des Normalrechenstabes

Beim Taschenrechenstab und beim Langrechenstab haben wir auf diesen Skalen die drei Bereiche

$$T_1: 1 \text{ bis } 2, \quad T_2: 2 \text{ bis } 5, \quad T_3: 5 \text{ bis } 10. \quad (58)$$

2.1.2. Zur Prüfung der Rechengenauigkeit wurden mit den verschiedenen Rechenstäben in den genannten drei Bereichen unter möglichst gleichen äußeren und inneren Bedingungen Proberechnungen ausgeführt. Es wurden jeweils auf den Grundskalen ausgeführt:

$$20 \text{ Multiplikationen } x = p \cdot q, \quad (59)$$

$$20 \text{ Divisionen } x = \frac{p}{q}, \quad (60)$$

$$20 \text{ Proportionen } \frac{a}{b} = \frac{c}{x}. \quad (61)$$

Für die Proberechnungen wurden folgende Aufgaben gewählt:

Normalrechenstab

Bereich	I (1 bis 2)	II (2 bis 4)	III (4 bis 10)
die Multiplikationen	1,015 · 1,895	1,015 · 2,59	1,015 · 5,675
die Divisionen	$\frac{2,63}{1,615}$	$\frac{2,63}{8,625}$	$\frac{2,63}{6,075}$
die Proportionen	$\frac{9,675}{6,425} = \frac{2,98}{x}$	$\frac{9,675}{6,425} = \frac{3,89}{x}$	$\frac{9,675}{6,425} = \frac{8,575}{x}$

Taschenrechenstab

Bereich	T ₁ (1 bis 2)	T ₂ (2 bis 5)	T ₃ (5 bis 10)
die Multiplikationen	1,03 · 1,89	1,03 · 2,575	1,03 · 5,65
die Divisionen	$\frac{2,625}{1,63}$	$\frac{2,625}{8,65}$	$\frac{2,625}{4,925}$
die Proportionen	$\frac{9,65}{6,45} = \frac{2,975}{x}$	$\frac{9,65}{6,45} = \frac{3,875}{x}$	$\frac{9,65}{6,45} = \frac{8,55}{x}$

Langrechenstab

Bereich	T ₁ (1 bis 2)	T ₂ (2 bis 5)	T ₃ (5 bis 10)
die Multiplikationen	1,015 · 1,895	1,015 · 2,59	1,015 · 5,675
die Divisionen	$\frac{2,63}{1,615}$	$\frac{2,63}{8,625}$	$\frac{2,63}{6,075}$
die Proportionen	$\frac{9,675}{6,425} = \frac{2,98}{x}$	$\frac{9,675}{6,425} = \frac{3,89}{x}$	$\frac{9,675}{6,425} = \frac{8,575}{x}$

Die umfangreichen Ergebnistabellen können hier aus Platzgründen nicht wiedergegeben werden.

2.2. Auswertung der Rechenergebnisse nach statistischen Methoden

2.2.1. Zur Prüfung und Auswertung der erhaltenen umfangreichen Ergebnisse bedienen wir uns der Hilfsmittel der Ausgleichsrechnung und mathematischen Statistik.

Sind die n Zahlen

$$x_1, x_2, \dots, x_n \quad (62)$$

die Ergebnisse einer bestimmten mit gleicher Sorgfalt und unter gleichen Bedingungen n-mal wiederholten Stabrechnung, so lehrt die auf dem Gaußschen Prinzip der kleinsten Fehlerquadratsumme beruhende Ausgleichsmethode, daß das arithmetische Mittel

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum x_i}{n} \quad (63)$$

zwar nicht der wahre Wert von x, aber im Sinne des genannten Prinzips der beste Wert, Bestwert oder Mittelwert des gesuchten Ergebnisses ist. Wäre es möglich, das Ergebnis x mit dem Rechenstab exakt zu berechnen, so würde eine einzige Berechnung genügen, die (n-1) übrigen Berechnungen (62) wären dann überschüssig.

2.2.2. Sind dann

$$v_1 = \bar{x} - x_1, \quad v_2 = \bar{x} - x_2, \dots, \quad v_n = \bar{x} - x_n \quad (64)$$

die scheinbaren Fehler der n Ergebnisse (62), so heißt nach Gauß die Größe

$$s = \sqrt{\frac{\sum v_i^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} \quad (65)$$

in der Ausgleichsrechnung der mittlere Fehler der n Einzelergebnisse x_i und in der mathematischen Statistik die Streuung oder Standardabweichung der n Ergebnisse (62).

Nach (65) entsteht die Standardabweichung s aus der scheinbaren Fehlerquadratsumme

$\sum_{i=1}^n v_i^2 = \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2$ der n Rechenergebnisse (62) durch Mittelung mit der Anzahl (n-1) der überschüssigen Ergebnisse; sie ist ein natürliches Maß für die Streuung der Ergebnisse x_i der Serie (62) um den Mittelwert, Bestwert, \bar{x} und kennzeichnet durch ihre Größe s in einfacher Weise die Zuverlässigkeit der Ergebnisse (62).

2.2.3. Wir haben die zu unseren jeweils 20 Ablesungen gehörenden Standardabweichungen s berechnet.

Die Ergebnisse zeigen bei den Standardabweichungen s der nur auf drei Elementaroperationen beruhenden Multiplikation p₁ · p₂ und Division p/q ein verhältnismäßig einheitliches Bild. Der über die drei Stabintervalle gemittelte Durchschnittswert \bar{s} dieser Standardabweichungen s beträgt für die Multiplikation p₁ · p₂ und die Division p₁/q₁ beim

$$\begin{aligned} \text{Normalstab ohne Lupe } \bar{s} &= 2,4 \cdot 10^{-4} \\ \text{Normalstab mit Lupe } \bar{s} &= 2,3 \cdot 10^{-4} \\ \text{Taschenstab } \bar{s} &= 2,1 \cdot 10^{-3} \\ \text{Langstab } \bar{s} &= 1,4 \cdot 10^{-4} \end{aligned} \quad (66)$$

2.2.4. Bei der auf vier Elementaroperationen beruhenden Proportion x = bc/a findet man bei Mittelung über die drei Stabintervalle folgende Durchschnittswerte \bar{s} der Standardabweichung

$$\begin{aligned} \text{Normalstab ohne Lupe } \bar{s} &= 3,9 \cdot 10^{-4} \\ \text{Normalstab mit Lupe } \bar{s} &= 3,5 \cdot 10^{-4} \\ \text{Taschenstab } \bar{s} &= 2,8 \cdot 10^{-3} \\ \text{Langstab } \bar{s} &= 4,9 \cdot 10^{-4} \end{aligned} \quad (67)$$

Für die folgenden Betrachtungen genügt es, sich auf die für Multiplikation und Division gültige Liste (66) zu stützen, welche auf je drei Elementaroperationen beruhen.

2.2.5. Man entnimmt den Ergebnissen der Liste (66), daß es in der Regel nicht möglich ist, das Resultat einer Multiplikation $p_1 \cdot p_2$ oder Division p/q bei Verwendung der Grundskalen, versetzten Skalen oder Reziprokskalen des Normalrechenstabes mit oder ohne Lupe auf vier Dezimalen genau, d. h. mit einer Unsicherheit $< 0,5 \cdot 10^{-4}$ zu gewinnen. Die Unsicherheit beträgt nämlich im Schnitt ungefähr $2,5 \cdot 10^{-4}$ d. h. etwa eine Vierteleinheit der dritten Dezimale. Also sind drei genaue Dezimalen bei Multiplikation und Division mit Sicherheit zu erwarten.

Beim Taschenrechenstab sind die Ergebnisse der Multiplikation und Division nach (66) im Schnitt mit einer Unsicherheit von zwei Einheiten der dritten Dezimale belastet. Man kann somit auf seiner Grundskala in der Regel sicher zwei genaue Dezimalen des Produktes $p_1 \cdot p_2$ oder Quotienten p/q gewinnen.

Beim Langrechenstab sind die Ergebnisse der Multiplikation und Division nach (66) im Schnitt mit einer Unsicherheit von anderthalb Einheiten der vierten Dezimale belastet. Man kann somit auf seiner Grundskala in der Regel sicher drei genaue Dezimalen des Produktes $p_1 \cdot p_2$ oder Quotienten p/q ablesen.

Soll daher ein Produkt $p_1 \cdot p_2$ oder Quotient p_1/q_1 mit vier genauen Dezimalen berechnet werden, so reicht dafür in der Regel weder der Normalrechenstab mit oder ohne Lupe noch der Langrechenstab aus. Man muß dann vielmehr zur Logarithmentafel greifen.

2.3. Vergleich der Genauigkeiten des Rechnens mit dem Rechenstab und der Logarithmentafel

2.3.1. Um die Genauigkeiten des Rechnens mit einem logarithmischen Rechenstab und mit einer Logarithmentafel miteinander zu vergleichen, müssen wir die Fehler studieren, die beim Rechnen mit einer Logarithmentafel auftreten können.

Zunächst wissen wir, daß nach dem Gaußschen Vorbild in einer n -stelligen Tafel der dekadisch-logarithmischen Funktion,

$$y = \lg x \quad (68)$$

die verzeichneten Funktionswerte bis auf einen Höchstfehler (Rundungsfehler f_R) von einer halben Einheit der n -ten Dezimale genau sind, also

$$f_R \leq 5 \cdot 10^{-n-1} \quad (69)$$

gilt.

Zu diesem unvermeidlichen Rundungsfehler f_R kommt beim Aufschlagen des Logarithmus $\lg x$ an einer Stelle, deren Numerus x in der Tafel nicht verzeichnet ist, noch der bei linearer Interpolation entstehende Interpolationsfehler $R(x)$.

2.3.2. Nach der Newtonschen Interpolationsformel (15) mit Cauchyschem Restglied gilt für eine Funktion $y(x)$, deren Werte an den Stellen $x = a$ und b gleich $y(a)$ und $y(b)$ sind,

$$y(x) = y(a) + (x-a) \frac{y(b) - y(a)}{b-a} + (x-a)(x-b) \frac{y''(\xi)}{2!} \quad (70)$$

mit $a < \xi < b$. Für die lineare Interpolation der logarithmischen Funktion $y(x) = \lg x$ erhält man daraus für $a < x < b$

$$\lg x \approx \lg a + \frac{x-a}{b-a} (\lg b - \lg a). \quad (71)$$

Der entstehende Interpolationsfehler lautet wegen $(\lg x)'' = -M_{10}/x^2$

$$R(x) = (x-a)(b-x) \cdot \frac{M_{10}}{2\xi^2} \quad (a < \xi < b). \quad (72)$$

Weil der quadratische Faktor von (72) im Intervall (a, b) nach (18) den Maximalwert

$$\text{Max } (x-a)(b-x) = \frac{(b-a)^2}{4} \quad (73)$$

hat und im Intervall $a \leq \xi \leq b$

$$\text{Max } \frac{1}{\xi^2} = \frac{1}{a^2} \quad (74)$$

ist, erhält man für den Interpolationsfehler $R(x)$ die obere Schranke

$$R(x) < \frac{M_{10}}{8} \cdot \frac{(b-a)^2}{a^2}. \quad (75)$$

2.3.3. In einer vierstelligen Logarithmentafel sind die Mantissen der dekadischen Logarithmen der dreistelligen natürlichen Zahlen n (Numeri) mit einem Rundungsfehler $f \leq 5 \cdot 10^{-5}$ verzeichnet. Interpoliert man linear an einer Stelle x zwischen zwei aufeinanderfolgenden dreistelligen Numeris $a = n$ und $b = n + 1$, so entsteht nach (75) wegen $b - a = 1$ ein Interpolationsfehler

$$R(x) < \frac{M_{10}}{8n^2}, \quad (76)$$

der dann am größten ist, wenn der dreistellige Numerus n am kleinsten ist, also für $n = 100$. Also gilt

$$R(x) < \frac{0,4343}{80000} = 0,5429 \cdot 10^{-5} \approx \frac{f_R}{10}. \quad (77)$$

Der Interpolationsfehler $R(x)$ beträgt also im schlimmsten Falle etwa ein Zehntel des zulässigen Rundungsfehlers f_R . Aus einer vierstelligen Logarithmentafel kann man also die Werte von $\lg x$ mit einer Fehlerbelastung von insgesamt

$$R(x) + f_R \approx 5,5429 \cdot 10^{-5} \quad (78)$$

entnehmen.

2.3.4. Bei der Berechnung eines einfachen Produktes $p_1 \cdot p_2$ oder Quotienten p/q sind drei solche Rundungs- und Interpolationsfehler im Spiel. Der Fehler des Ergebnisses ist daher maximal das $\sqrt{3}$ -fache des obigen Einzelfehlers, also

$$\sqrt{3} \cdot 5,5429 \cdot 10^{-5} \approx 9,6 \cdot 10^{-5} \approx 1 \cdot 10^{-4} \quad (79)$$

Der Vergleich von (79) mit (66) ergibt, daß das Rechnen mit der vierstelligen Logarithmentafel um rund das 2,5fache genauer ist als das Rechnen auf der Grundskala und Reziprokskala des Normalrechenstabes ohne Lupe und um das 1,4fache genauer als das Rechnen auf der Grundskala und Reziprokskala des Langrechenstabes. Aber die vierstellige Logarithmentafel reicht auch nach 2.2.5. noch nicht aus, die vierte Dezimale zu garantieren.

2.4. Schlußfolgerungen

2.4.1. Mittelt man das Verhältnis s_{mL}/s_{oL} der Standardabweichungen des Produktes $p_1 \cdot p_2$ und des Quotienten p/q bei Berechnung mit dem Normalstab mit und ohne Lupe, so findet man in den drei Bereichen I, II, III die folgenden Werte:

$$I: \frac{s_{mL}}{s_{oL}} \approx 0,85, \quad II: \frac{s_{mL}}{s_{oL}} \approx 0,93, \quad III: \frac{s_{mL}}{s_{oL}} \approx 0,73. \quad (80)$$

Daraus folgt: Die Konfidenzbereiche beim Normalrechenstab mit Lupe sind im Vergleich zum Normalrechenstab ohne Lupe um 10–25% kleiner. Das heißt: Beim Normalrechenstab wird durch die Lupe die Rechengenauigkeit um 10–30% gesteigert. Dieser Genauigkeitssteigerung tritt allerdings eine erhöhte Rechenzeit gegenüber, da durch die Lupe die parallaxenfreie Einstellung bzw. Ablesung erschwert wird.

2.4.2. Mittelt man ebenso das Verhältnis s_R/s_{oL} der Standardabweichung des Produktes $p_1 \cdot p_2$ und des Quotienten p/q bei Berechnung mit dem Langrechenstab und mit dem Normalrechenstab ohne Lupe, so findet man in den drei Bereichen

$$I/T_1: \frac{s_R}{s_{oL}} \approx 0,64, \quad II/T_2: \frac{s_R}{s_{oL}} = 0,54, \quad III/T_3: \frac{s_R}{s_{oL}} \approx 0,68. \quad (81)$$

Daraus folgt: Der Langrechenstab bringt gegenüber dem Normalrechenstab ohne Lupe eine Steigerung der Rechengenauigkeit von 30–45%. Allerdings steht dieser Genauigkeitssteigerung ein nicht zu vernachlässigender höherer Zeitaufwand gegenüber.

2.4.3. Die Standardabweichung s_T für Produkt und Quotienten ist schließlich über alle drei Intervalle gemittelt, beim Taschenrechenstab rund zehnmal größer als beim Normalrechenstab ohne Lupe. Die Rechengenauigkeit ist daher beim Taschenrechenstab etwa zehnmal geringer als beim Normalrechenstab ohne Lupe.

2.4.4. Zusammenfassend kann man sagen, wenn man Zeitaufwand und Rechengenauigkeit vergleicht, daß der gewöhnliche Normalrechenstab ohne Lupe sehr zu empfehlen ist. Für die meisten Fragen der Praxis reicht seine Genauigkeit aus.

Entgegen den in Abschnitt 1.4.3. gefundenen Aussagen der Theorie, wonach die Rechengenauigkeit des Normalrechenstabes ohne Lupe durch Übergang zum Langrechenstab bzw. Taschenrechenstab verdoppelt bzw. halbiert wird, zeigt die Praxis beim Langrechenstab nur eine Steigerung der Rechengenauigkeit von 30–45%, beim Taschenrechenstab aber ein stärkeres Sinken der Rechengenauigkeit.

Anwendungsbeispiele für den Rechenstab ARISTO-Studio im Schiffbau

Dipl.-Ing. Jürgen Brink

1. Berechnung von Flaschenzügen (Taljen) mit Reibung

Ist ein Flaschenzug mit der Last 1 t belastet, so wirkt die Gewichtskraft $G = 1 \text{ Mp} \approx 10 \text{ kN}$ (Kilo-Newton). Allgemein wird die zu hebende oder zu fierende Gewichtskraft (Last) mit G , die Kraft im ablaufenden Seil (holende oder fierende Part) mit F , die Anzahl der Rollen (Blockscheiben) mit n , der Reibungskoeffizient mit μ und der Reibungsfaktor mit $\kappa = 1 + \mu$ bezeichnet. Beim Hieven ist jede Seilkraft in der Part vor der holenden um den Reibungsfaktor κ kleiner. Die Summe der Seilkräfte ist gleich der Gewichtskraft.

Für die folgenden Beispiele ist gegeben:

$G = 100 \text{ kN}$ (entspricht einer Last von 10 t); $n = 4$; $\mu = 0,04$.

Bei der in Abb. 1a dargestellten Taljenkonstruktion läuft die holende Part vom festen Block ab. Dafür gilt die Gleichung

$$\frac{F}{\kappa} + \frac{F}{\kappa^2} + \frac{F}{\kappa^3} + \dots + \frac{F}{\kappa^n} = G$$

Löst man nach F auf, so erkennt man die Summenformel der geometrischen Reihe

$$\begin{aligned} F &= G \cdot \kappa^n \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa^n - 1} \\ &= 100 \text{ kN} \cdot 1,04^4 \cdot \frac{1,04 - 1}{1,04^4 - 1} \\ &= 100 \text{ kN} \cdot 1,17 \cdot \frac{0,04}{0,17} = 27,5 \text{ kN} \end{aligned}$$

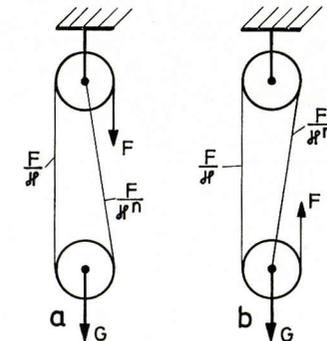


Abb. 1

Zur Berechnung von $1,04^4$ stellt man mit dem Läuferstrich die 10 der Skala C über $1,04$ der Skala LL1. Nun verschiebt man den Läuferstrich auf 4 der Skala C und liest darunter auf Skala LL2 das Ergebnis $1,04^4 = 1,17$ ab, wie in Abb. 2 als Diagramm gezeigt.

Bei der in Abb. 1b dargestellten Taljenkonstruktion läuft die holende Part vom herangeholten Block ab. Hier gilt die Gleichung

$$F + \frac{F}{\kappa} + \frac{F}{\kappa^2} + \dots + \frac{F}{\kappa^n} = G$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} F &= G \cdot \kappa^n \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa^{n+1} - 1} \\ &= 100 \text{ kN} \cdot 1,04^4 \cdot \frac{1,04 - 1}{1,04^5 - 1} = 100 \text{ kN} \cdot 1,17 \cdot \frac{0,04}{0,216} = 21,67 \text{ kN} \end{aligned}$$

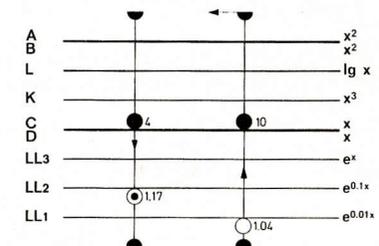


Abb. 2

Beim Fieren ist jede Seilkraft in der Part hinter der ablaufenden um den Reibungsfaktor größer. Läuft die fierende Part vom festen Block ab, so gilt die Gleichung

$$F x + F x^2 + \dots + F x^n = G$$

$$F = G \frac{(x - 1)}{x(x^n - 1)} = \frac{100 \text{ kN}(1,04 - 1)}{1,04(1,04^4 - 1)} = \frac{100 \text{ kN} \cdot 0,04}{1,04 \cdot 0,17} = 22,6 \text{ kN}$$

Läuft die fierende Part hingegen vom weggefierten Block ab, so gilt die Gleichung

$$F + F x + F x^2 + \dots + F x^n = G$$

$$F = \frac{G(x - 1)}{x^{n+1} - 1} = 100 \text{ kN} \cdot \frac{1,04 - 1}{1,04^5 - 1} = 100 \text{ kN} \frac{0,04}{0,216} = 18,5 \text{ kN}$$

Wenn die holende Part nicht mit anderen Parten parallel läuft, sondern einen Winkel bildet, lassen sich die obigen Formeln nicht anwenden. Dieser Fall tritt ein, wenn bei Schwergutbäumen der Frachtschiffe die Talje zu Blocks geholt wird.

Beim Hieven gilt die Gleichung

$$F \cos \delta + \frac{F}{x} + \frac{F}{x^2} + \dots + \frac{F}{x^n} = G$$

$$F \left(\cos \delta + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^n} \right) = G$$

$$F = \frac{G}{\left(\cos \delta + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} \right)}$$

$$= \frac{100 \text{ kN}}{4,5959} = 18,5 \text{ kN}$$

Beim Fieren gilt die Gleichung

$$F \cos \delta + F x + F x^2 + \dots + F x^n = G$$

$$F (\cos \delta + x + x^2 + \dots + x^n) = G;$$

angenommen $\delta = 15^\circ$

$$F = \frac{G}{(\cos \delta + x + x^2 + x^3 + x^4)}$$

$$= \frac{100 \text{ kN}}{5,3822} = 18,6 \text{ kN}$$

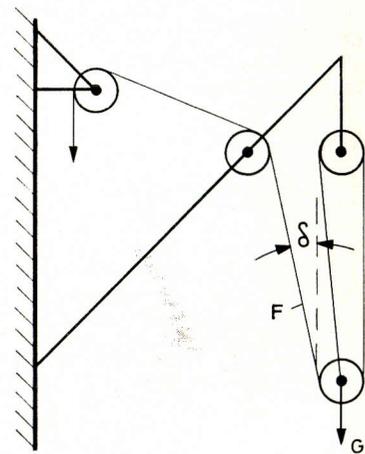


Abb. 3

Die Glieder der Nenner-Summen werden mit dem Rechenstab ermittelt und zweckmäßig in einer Tabelle zusammengestellt.

n	$\frac{1}{x^n}$	x^n
1	0,9616	1,040
2	0,9246	1,0815
3	0,8890	1,1249
4	0,8548	1,1698
cos δ	0,9659	0,9659
Summe	4,5959	5,3822

(wird fortgesetzt)

ARISTO-Neuheiten

Dipl.-Ing. Rolf Jäger

1. ARISTO-HyperLog

Die Hyperbelfunktionen gehören zum Ingenieurstudium, aber nur in wenigen Berufen müssen häufig Berechnungen mit Hyperbelfunktionen durchgeführt werden. Normalerweise wird es genügen, Tabellenwerke zu benutzen oder die Hyperbelfunktion mit den LL-Skalen des ARISTO-Studio auszurechnen.

Wenn aber, wie z. B. in der Nachrichtentechnik, trigonometrische oder hyperbolische Funktionen mit komplexem Argument von der Komponentenform in die Vektorform umgerechnet werden oder die entsprechenden Umkehrungen vorgenommen werden sollen, dann wird das Rechnen mit Tabellen umständlich und ein Rechenstab mit Skalen für hyperbolische Funktionen bringt erhebliche Zeitersparnis. Der Rechenstab liefert die Funktionswerte; viel wichtiger ist aber, daß mit diesen Funktionsskalen gerechnet werden kann, ohne die Funktionswerte als Zwischenergebnisse ablesen zu müssen.

Seit dem Jahre 1954 gibt es den Zweiseitenrechenstab ARISTO-HyperboLog mit Skalen der hyperbolischen Tangens- und Sinusfunktionen auf dem Körper und der trigonometrischen Funktionen auf der Zunge. Mehr Platz stand nicht zur Verfügung. Die Existenz des ARISTO-StudioLog mit dem breiteren Rechenstabskörper ließ den Plan entstehen, das Skalensystem des ARISTO-HyperboLog weiter auszubauen.

Der neue Rechenstab ARISTO-HyperLog erfüllt alle Wünsche, die aus den Benutzerkreisen an uns herangetragen wurden.

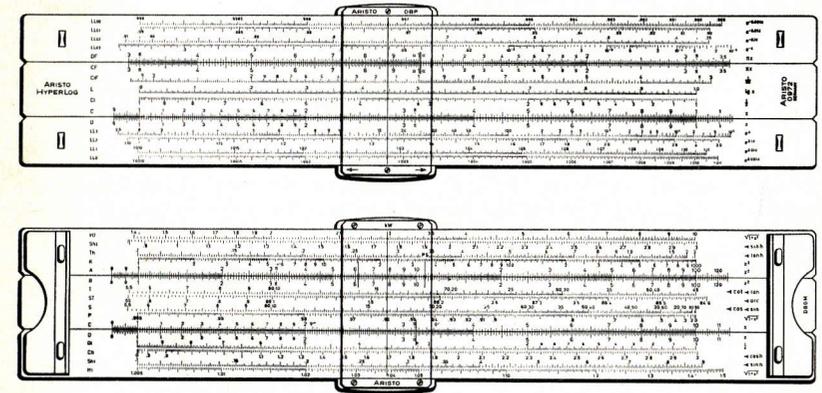


Abb. 1 ARISTO-HyperLog

Eine Skala cosh ergänzt das System der hyperbolischen Funktionen. Die Unsicherheit der Ablesung im linken Bereich war einer der Gründe für die Aufnahme der H-Skalen, die aufgrund der Funktion

$$y = \sqrt{1 + x^2}$$

in Verbindung mit den sinh-Skalen eine genauere Berechnung von

$$\cosh x = \sqrt{1 + \sinh^2 x}$$

ermöglichen. Weitere Rechenmöglichkeiten ergeben sich aus der Ausgangsgleichung

$$y = \sqrt{1 + x^2}$$

und ihrer Umkehrung

$$x = \sqrt{y^2 - 1}$$

Für Pythagoras-Berechnungen sind die H-Skalen H1 und H2 eine wertvolle Ergänzung zu der gleichfalls vorhandenen Skala P. Die Funktion \coth ergibt sich als Kehrwert des \tanh und kann in Skala DI abgelesen werden.

Die LL-Skalen sind um die Bereiche LL0 und LL00 erweitert. Die gesamte Skalenanordnung ist an den ARISTO-HyperboLog angeglichen, damit der Übergang zum besseren Rechenstab leicht fällt.

2. ARISTO-Studio

Die uns zahlreich zugehenden Beurteilungen geben uns immer wieder Hinweise, was an Rechenstäben noch verbessert werden kann. Kritik bereitet uns keinen Ärger, sondern führt zu Überlegungen, wie der Anlaß zur Kritik beseitigt werden kann. Mitunter lassen wir uns Zeit und warten erst weitere Stimmen ab oder wir probieren verschiedene Lösungen aus. Die Skalenanordnung eines gut eingeführten Rechenstabes ändern wir nur ungern, weil derartige Änderungen im Unterricht stören, wenn in der Übergangszeit verschiedene Ausführungen des gleichen Typs benutzt werden.

Das Verlangen nach einer zweiten Tangensskala für Winkel über 45° war bei unserer Umfrage im Jahre 1957 gering. In den letzten Jahren wurde dagegen der Wunsch nach dieser Skala für den ARISTO-Studio immer stärker, so daß wir uns zur Korrektur des Teilungsbildes entschlossen haben. Anstelle der Reihenfolge T, ST, DF hat der ARISTO-Studio in Anpassung an die Skalenanordnung des ARISTO-StudioLog jetzt die Skalen ST, T1, T2, DF erhalten. Die Skala ST ist folgerichtig als dritte Tangensskala eingeordnet, gilt aber nach wie vor auch als Sinusskala für die kleinen Winkel und ist eigentlich eine versetzte Grundskala, deren Bezifferung auch für die großen Winkel gilt, wenn damit Umrechnungen ins Bogenmaß vorgenommen werden.

Die kurzen Läuferstriche reichen seit einiger Zeit bis in die LL-Skalen hinein, um Ablesungen in den Überteilungen zu ermöglichen. Neuerdings ist auch die 36-Marke bis zur CIF-Skala verlängert worden, um nach einem Übergang zu dieser Marke mit der Kehrwertskala CIF weiterrechnen zu können.

Wir erhielten die Mitteilung für eine weitere Verwendung der Marke 36: Ihr Abstand vom Mittelstrich entspricht dem Wärmeausdehnungskoeffizienten von Stahl $\alpha = 11,5 \cdot 10^{-6}$ mm/grd. Bei der Berechnung der Längenänderung kann damit eine Zungeneinstellung gespart werden.

Der Läufer ist mit Riffelungen an den Stegen griffiger geworden. Die rutschfesten Gummiauflagen sind verstärkt und formschöner gestaltet.



Abb. 2 ARISTO-Studio, Winkelseite

Unsere Buchbesprechung

O. HASSENPFUG

DER RECHENSTAB ARISTO-STUDIO

Dieses seit 1966 auf dem Markt befindliche Buch ist in der 2. erweiterten Auflage erschienen. Nach einem kurzen Abriß der mathematischen Grundlagen des Stabrechnens werden zunächst die mit den Grundskalen möglichen Berechnungen sorgfältig theoretisch begründet und anhand geschickt gewählter Beispiele erläutert. Es folgt eine vollständige Zusammenstellung und Erklärung der Skalen des ARISTO-Studio und der mit ihnen im Bereich von Naturwissenschaft und Technik interessierenden Rechenverfahren. Die große Zahl praxisnaher Beispiele ist von besonderem Wert.

Als unterrichtsbegleitendes Buch und zum Selbststudium hat sich der „Hassenpflug“ schnell einen guten Platz in der Rechenstabliteratur erobert. Auch wer bereits über Rechenstabkenntnisse verfügt, findet viele Anregungen, wobei besonders die prägnanten Einstellendiagramme eine rasche Orientierung ermöglichen.

Das Buch kann jedem empfohlen werden, der das Rechnen mit dem ARISTO-Studio erlernen oder seine Kenntnisse auffrischen und erweitern will.

Schu.

Wegen der ausschließlichen Ausrichtung auf den Rechenstab ARISTO-Studio ist dieses Buch nicht bei einem der Fachbuchverlage erschienen, sondern bei ARISTO-Werke Dennert & Pape KG · Hamburg. Bestellnummer 3906. Weisen Sie bitte Ihre Buchhandlung oder den Fachhändler für Rechenstäbe und Zeichengeräte bei Bestellungen darauf hin.

ARISTO