

MITTEILUNGEN FÜR INGENIEUR- UND HOCHSCHULEN

Aus dem Inhalt:

Vorwort

Zur Geschichte des Rechenstabes

Konstruktive Merkmale des Zweiseiten-Rechenstabes

Gedanken zur Skalenanordnung

Praktische Anwendungen des Rechenstabes ARISTO-STUDIO in der Elektrotechnik

Informationen:

Der Zweiseiten-Rechenstab ARISTO-MULTIRIETZ

ARISTO-MITTEILUNGEN FÜR INGENIEUR- UND HOCHSCHULEN

Herausgeber: ARISTO-Kundendienst

DENNERT & PAPE · ARISTO-WERKE · Hamburg-Altona · Juliusstraße 10

Schriftleiter: Dipl.-Ing. Rolf Jäger

Mitarbeiter dieses Heftes:

Dr.-Ing. Paul Thießen
Hamburg-Langenhorn, Langenhorner Chaussee 304

Dipl.-Ing. Rolf Jäger Hamburg - Gr. Flottbek, Hittfelder Stieg 5

Alle Rechte vorbehalten • Nachdruck mit Genehmigung des Herausgebers gestattet

© 1957 by DENNERT & PAPE • ARISTO-WERKE • HAMBURG

0363 n • Printed in Germany • Borek KG 7956

Vorwort

Mit diesem ersten Heft der Mitteilungen für Ingenieur- unf Hochschulen beginnen wir, in zwangloser Folge von Entwicklungen und technischen Verbesserungen unserer mathematischen Instrumente, Rechenstäbe und Zeichengeräte zu berichten.

Wir schätzen den persönlichen Kontakt und die Aussprache mit den Benutzern unserer Instrumente und möchten daher in diesen Abhandlungen über Probleme diskutieren, die, wie unsere umfangreiche Korrespondenz zeigt, von allgemeinem Interesse sind, Diese Mitteilungen werden in erster Linie solche Themen behandeln, über die im Schriftum nur spärlich berichtet wird, die aber für das Verständnis und die Ausnutzung unserer Instrumente wertvoll sind.

Die Möglichkeiten industrieller Fertigung, die Wünsche der Verbraucher, Gedanken der Erfinder, begeisterte und kritische Zuschriften werden die Grundlage unserer Berichte sein. So sind wir in der Lage, das aus der Praxis vielfältig zusammengetragene Gedankengut nutzbar und weiten Kreisen zugänglich zu machen. Wir hoffen, daß die Mitteilungen dazu beitragen werden, den Gedankenaustausch zum Nutzen aller noch mehr zu intensivieren.

Die ersten Hefte werden sich hauptsächlich mit dem Rechenstab ARISTO-Studio befassen, denn dieser erfreut sich im In- und Ausland so großer Beliebtheit, daß es an der Zeit ist, über die Erfahrungen zu berichten, die in der Praxis mit diesem Rechenstab gesammelt wurden. Die jedem Rechenstab beigegebene Gebrauchsanleitung kann auf kleinem Raum nur das Wesentliche über die Skalen und ihren Gebrauch sagen. Wir empfehlen Ihnen, die ARISTO-Mitteilungen zu sammeln, damit Sie die in Fortsetzungen erscheinenden Beiträge geschlossen zur Verfügung haben.

Wir benutzen zur Erklärung der in den folgenden Beiträgen vorkommenden Beispiele die auch in unseren Gebrauchsanleitungen eingeführte Diagrammdarstellung, die den Lösungsweg und die Reihenfolge der Einstellungen besser angibt als die häufig übliche Rechenstab-Abbildung. Die Skalen werden durch parallele Linien angedeutet, an deren Ende ihre Benennung steht. Folgende Symbole erleichtern die Lesbarkeit der Abbildungen:

- Anfangseinstellung
- jede weitere Einstellung
- Endergebnis
- ⊗ gelegentliche Ablesung oder Einstellung eines Zwischenergebnisses
- X Wenden des Rechenstabes
- Pfeile geben die Reihenfolge und Bewegungsrichtung an Ein senkrechter Strich stellt den Läufer dar

Zur Benennung der Skalen verwenden wir sowohl die international üblichen großen Buchstaben als auch die mathematischen Erklärungen, damit die Zusammenhänge verdeutlicht werden.

Zur Geschichte des Rechenstabes

von Dipl.-Ing. Rolf Jäger

Seit der Engländer Gunter als erster mit einer logarithmischen Skala in Verbindung mit einem Stechzirkel rechnete und Oughtred um das Jahr 1630 zwei bewegliche Skalen einführte, hat es eine Fülle von Erfindungen auf diesem Gebiet gegeben. Es dürfte kaum möglich sein, alle Typen einschließlich der vielen Sonderrechenschieber, die schon einmal erdacht oder sogar gebaut wurden, zu erfassen. Das Erstaunliche ist, daß alle wesentlichen Erfindungen bereits in den vergangenen Jahrhunderten gemacht wurden, zu einer Zeit also, in der nur wenige Eingeweihte etwas vom Rechenstab wußten. Vieles geriet daher wieder in Vergessenheit und wurde später neu erfunden. Beim Durchlesen der Studien des Amerikaners J. E. Thompson in seinem Buch .. A Manual of the Slide Rule" muß man feststellen, daß fast alles schon einmal dagewesen ist, und es dürfte schwer sein, auf diesem Gebiete etwas wirklich Neues zu bringen. Die erst jetzt immer mehr an Bedeutung gewinnenden und den Bau neuer Rechenstäbe anregenden Exponentialskalen (Log-Log-Skalen) wurden z.B. bereits im Jahre 1815 von dem Engländer Roget erfunden. Interessant ist, daß bis zum 18. Jahrhundert sich fast ausschließlich Engländer mit den Rechenstabproblemen befaßten, in der Folgezeit hauptsächlich Franzosen. Seit etwa 1870 wurde die Entwicklung von deutscher Seite beeinflußt und seit etwa 1890 begannen in Amerika eigene Entwicklungen. Gründliche deutsche Darstellungen der geschichtlichen Entwicklung des Rechenstabes geben die Bücher:

Dr. E. Hammer, Der logarithmische Rechenschieber und sein Gebrauch. Verlag Wittwer 1918, 5. Auflage.

Prof. A. Rohrberg, Der Rechenstab im Unterricht aller Schularten.
Verlag Oldenbourg 1929

Während die Teilungen zunächst in das Holz des Rechenstabes eingraviert wurden, begann die Firma DENNERT & PAPE im Jahre 1886 erstmalig damit, das Holz mit weißem Celluloid zu bekleben und darauf zu teilen. Seit dieser Zeit gibt es die gut lesbaren schwarzen Teilungen auf weißem Grunde. Der nächste Schritt zur konstruktiven Verbesserung kam erst im Jahre 1936, als DENNERT & PAPE die Rechenstäbe ganz aus Kunststoff, aus dem weißen ARISTOPAL, fertigte. Dieser unzerbrechliche Kunststoff mit kleinem Ausdehnungskoeffizienten ist wegen seiner Elastizität und Unempfindlichkeit gegen Feuchtigkeit der ideale Werkstoff für Rechenstäbe geworden. Heute verwenden alle Hersteller von Rechenstäben mehr oder weniger Kunststoffe. Die Erfindung des glasklaren Kunststoffes Plexiglas ermöglichte den Bau rahmenloser, haltbarer Läufer.

Die Entwicklungen in der Skalenanordnung waren hauptsächlich durch Vermehrung der Skalen bedingt. Praktische Bedeutung erlangten nur wenige Typen, die für eine breite Schicht von Benutzern wirkliche Rechenvorteile brachten:

a) Das System Mannheim, nach dem französischen Mathematiker und Artillerieoffizier Amadée Mannheim benannt, mit Grundskalen und Quadratskalen sowohl auf dem Körper als auch auf der Zunge und mit Winkelskalen auf der Zungenrückseite.

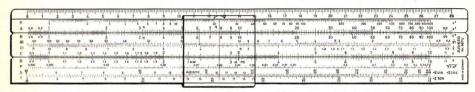


System Mannheim, ein DENNERT & PAPE-Rechenstab aus Buchsbaumholz mit Nasen-Läufer, Baujahr 1873.

	0 1 2 3	4 5 6	7	3 9	10	11 12	740	14	15	16	17 18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
К	Lastradadadadadad	- dan managana	Justinia	7 8 9 10	infunto	Sq.	n anda	30 Intelligible	40 50	60 7	00 90 10	O International	sharted of	00	300	400	500 S	0 700 8	100 900 1000	,	. X3
A	0.0 0.0 1 1	haladassani HHHH	internicina	dananjamida	1011111111	- Lutiniani	la di mini	landind:	imim	toolootes	20	moden	30	ulana di	inahini	50	60 70	80	90 100	120	X ²
CI	13 69 1	e de la colonia	3 ×	ennitaria.	5	6 7	8	9 10	and the same	landan	20	2 s	30	7 15	1.5	50	60 71	80	90 100	0.9	1 N
С	69 1 13 6 12	1,3 (4 1,5	1.6 1.7 1.6	19 2 9°	diameter and	mluntum	no motion	3	a Singifican	manus 4	musle	hand S	nahma	6	danta	7 Literately	8 tribiblished	9	10	. 7	× A
0	0.0 1 1.1 1.2	1.3 14 15	1.6 1.7 1.8	1.5 2	transfer to	ARISTO	Thursday.	3 Harrie	funducture	minimizari,	duada	5	Inchini	6	rden tutati	7	8	9	10		×
	Indicated a find or Walance	talican and characters	richtstate ber	desired to his business	teletanos.	and the bear	to feed a dis	harbaharan	tetalata	admired to be	debaledada.	bakeradada	menter	dedahar	endadus	durates	o.g	make	Asheter		g x
_																					
S	- International	and and and and	3 10	12	arlania,	14 Tallala	16	10	20	datint	25	30	dintribut	distributed	40	alatatata'	to intributibility	eo Ilii	70 809	. 4:	in
ST	<mark>judandanımı</mark> lın	undamilia	adaptitud co	atmidian	tunbo	75	doub	atumbu	70	nhmana	orien bendate	h-teelontin		320	Innin	55	- horas	tond or	45	⊓ 1 4:	
	5 , 9 6	7																		41	Cn

ARISTO-Rietz Nr. 99

c) Das System Darmstadt, am Institut für praktische Mathematik der TH Darmstadt entwickelt, enthält vielseitig verwendbare Skalen für alle wissenschaftlich-technischen Berufe. Die Winkelskalen — nicht mehr sexagesimal, sondern dezimal unterteilt — befinden sich auf der Vorderseite des Körpers. Auf der Zungenrückseite ist dafür eine dreiteilige Exponentialskala (Log-Log-Skala) untergebracht.



L	for a second sec
LL1	1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900 1,900
LL2	1,00 1,10 1,10 1,10 1,10 1,10 1,10 1,10
LL1	25 minimum minimum 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1

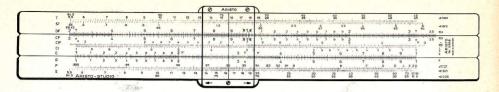
ARISTO-Darmstadt Nr. 967 U

Als das Rechnen mit beliebigen Potenzen, Wurzeln und Logarithmen durch Exponentialskalen so bequem gemacht worden war, wuchs das Interesse an diesen Skalen in bestimmten Berufsgruppen immer stärker, und bald entstand das Bedürfnis, den Bereich der Exponentialskalen zu erweitern. Beim System Darmstadt hatte sich das Fehlen einer zur e^{+x}-Skala reziproken Skala e^{-x} bemerkbar gemacht, wenn der Exponent einer Potenz negativ oder die Basis <1 war und der Umweg über die reziproke Skala CI gewählt werden mußte.

Seit etwa 1924 gab es zwar einen amerikanischen Rechenstab Log-Log-Duplex der Firma Keuffel & Esser mit drei e+x-Skalen und einer e-x-Skala, der jedoch in Deutschland fast unbekannt blieb. An diesem Rechenstab wurde als störend empfunden, daß die e+x-Skalen auf die Grundskalen bezogen waren, die e-x-Skala dagegen mit den Quadratskalen zusammen arbeitete.

So kam es, daß in den USA und in Deutschland unabhängig voneinander an einer verbesserten Anordnung der Exponentialskalen gearbeitet wurde. Im Jahre 1949 wurde als Verwirklichung der Vorschläge mehrerer Mitarbeiter das erste Muster des Rechenstabes ARISTO-Studio gebaut, bei dem sich je drei e+x-Skalen und e-x-Skalen erstmalig auf einer Seite einander gegenüberstanden und alle auf die Grundskalen bezogen waren. Eine entsprechende Verbesserung des Log-Log-Duplex-Rechenstabes, bei der die Exponentialskalen jedoch auf zwei Stabseiten verteilt sind, wurde 1950 in Deutschland bekannt, als Baujahr wird von Keuffel & Esser 1947 angegeben.

Bei der deutschen Entwicklung mußten die Vorteile des Systems Darmstadt erhalten bleiben. Um aber den Rechenstab nicht unhandlich werden zu lassen, wurde auf die Bauweise von Seth Partridge aus dem Jahre 1657, die 1891 von William Cox in USA wiederentdeckt und weiterentwickelt wurde, zurückgegriffen und zum ARISTO-Zweiseiten-Rechenstab neu durchkonstruiert.





ARISTO-Studio 0968

Konstruktive Merkmale des Zweiseiten-Rechenstabes

von Dipl.-Ing. Rolf Jäger

Bei diesem Rechenstab liegen drei gleichstarke Leisten nebeneinander, von denen die beiden äußeren durch Stege starr miteinander verbunden sind, so daß die mittlere Leiste als Zunge in dem so entstandenen Körper frei beweglich ist.

Der wesentliche Vorteil dieser Konstruktion besteht darin, daß der Rechenstab jetzt zwei vollkommen gleichwertige Seiten erhält und demzufolge Raum für neue Skalen gewonnen wird, ohne daß dadurch die Übersichtlichkeit leidet. Als weiterer Vorteil ist zu beachten, daß die Zunge nicht mehr umgesteckt zu werden braucht, es genügt vielmehr, den Rechenstab umzudrehen, wenn mit der zweiten Seite gerechnet werden soll.

Beim Zweiseiten-Rechenstab wird auch eine verbesserte Genauigkeit erzielt, weil bei der Fertigung das gleiche Material für Zunge und Körper verwendet wird. Alle Teile werden jetzt aus einer Tafel des Materials herausgeschnitten, während bei den Typen älterer Bauart wegen der unterschiedlichen Dicke von Zunge und Körper Tafeln verschiedener Lieferungen verwendet werden müssen, die sich im Laufe der Zeit nicht immer gleichmäßig verhalten.

Bei älteren Konstruktionen dieser Art, wie sie besonders in den USA bekannt geworden sind, ist es üblich, die beiden Außenleisten durch aufgeschraubte Metallstege miteinander zu verbinden. Diese erwecken den Anschein großer Stabilität und haben den "Vorteil", daß die Skalen zueinander justierbar sind. Weil sich aber diese Verschraubung durch Herabfallen des Rechenstabes oder Zusammendrücken der Leisten leicht lockern kann, ist sie eine Quelle häufiger Dejustierungen. Die Skalenenden stimmen dann nicht mehr zueinander und der Zungengang ist Änderungen unterworfen. Eine Justierung ist wohl möglich, diese ist aber zeitraubend und verlangt einige Geschicklichkeit. Dieser Mangel ist bei den ARISTO-Zweiseiten-Rechenstäben durch die Verbindung der Leisten mit aufgeschweißten Kunststoff Stegen behoben. Die fabrikmäßig hergestellte Verbindung gewährleistet eine Dauerjustierung und einen gleichmäßigen Zungengang, auch wenn der Rechenstab grob behandelt wird.

Die Befestigung der Stege hat sich als so stabil erwiesen, daß an Stelle der anfangs vorgesehenen vier Verbindungsstege neuerdings nur ein Steg an jedem Ende verwendet wird, wodurch der Rechenstab handlicher wird und ein schöneres Aussehen erhält.

Durch eine sinnvolle Läuferkonstruktion werden die Skalen der beiden Seiten untereinander verbunden, so daß man während einer Rechnung von der einen zur anderen Seite übergehen kann. Zur Säuberung ist der Läufer nach dem Öffnen eines Drucknopfes seitlich abnehmbar, ohne daß seine Justierung dabei verlorengeht. Meisten wird es genügen, Staubteile unter dem Läufer durch Zwischenschieben eines Papieroder Kartonstreifens zu entfernen.

Gedanken zur Skalenanordnung

von Dipl.-Ing, Rolf Jäger

Der Zweck des Rechenstabes besteht darin, Rechenvorgänge zu vereinfachen und zu beschleunigen. Wer viel mit den altbekannten Rechenstäben rechnet, weiß, daß trotz geschicktester Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Skalen immer wieder Situationen vorkommen, in denen die Zunge durchgeschoben werden muß. Dieses Durchschieben der Zunge stört den Fluß der Rechnung, weil eine zusätzliche Einstellung verlangt wird, die man gern einsparen möchte. Darum ist der Konstrukteur von Rechenstäben immer bemüht, das Rechnen durch geschickte Skalenanordnung bequemer zu gestalten und Einstellungen einzusparen.

1. Die inverse Skala (Reziprokskala) CI

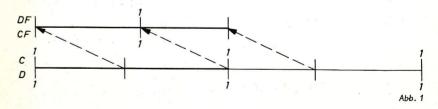
Die Einführung der Reziprokskala ist der erste Weg, das Durchschieben zu vermeiden und den Rechengang abzukürzen, wenn mehrere Faktoren im Zähler oder Nenner vorkommen. Die Ausdrücke $a \cdot b \cdot c \cdot d$ oder $\frac{1}{a \cdot b \cdot c \cdot d}$ werden dann wie Aufgaben mit abwechselnder Division und Multiplikation gerechnet, wobei jeder 2. Faktor in Skala CI eingestellt wird. Jedoch nicht immer führt dieser Weg zum Ziel. Jedesmal, wenn die Zunge zu weit aus dem Körper gezogen werden muß, läßt sich das Durchschieben der Zunge auch auf diesem Wege nicht vermeiden (Beispiel 7 · 8 · 9).

2. Die versetzten Skalen

Den zweiten Schritt zur Vereinfachung beim Multiplizieren, sowie bei der Bildung von Tabellen und Proportionen, bringt die Einführung der in Deutschland vom kaufmännischen Rechenstab her bekannten versetzten Skalen, deren Erfindung auch schon über hundert Jahre zurückliegt.

Das Prinzip ist sehr einfach. Vom Rechnen mit den Quadratskalen ist der Vorteil des Multiplizierens mit den zwei nebeneinanderliegenden gleichen Skalen bekannt. Man braucht die Zunge niemals durchzuschieben, dafür aber ist die Rechengenauigkeit geringer als beim Rechnen mit den Grundskalen.

Eine zweimal nebeneinander aufgetragene Grundskala würde die Stablänge verdoppeln und den Rechenstab unhandlich machen. Nimmt man jedoch das Mittelstück einer solchen zweifachen Skala heraus und ordnet dieses über den Grundskalen des normalen Rechenstabes an Stelle der Quadratskalen an, dann haben alle Skalen die gleiche Basislänge. Nur ist das obere Skalenpaar so weit gegen das untere versetzt, daß die 1 in der Skalenmitte liegt. (Abb. 1)



Bei den versetzten Skalen mit den international üblichen Bezeichnungen CF und DF tritt die 1 nur einmal auf, sie ist gleichzeitig Skalenanfang und Skalenende. Wird mit dem Anfang oder Ende der Skala C irgend ein beliebiger Wert in Skala D eingestellt, dann steht automatisch auch die 1 der Skala CF dem gleichen Wert in Skala DF gegenüber. Da beide Skalenpaare C/D und CF/DF identisch sind, zeigt nicht nur die 1 den gleichen Wert an, sondern es stehen sich oben und unten jeweils gleiche Zahlenpaare gegenüber.

Wenn die Zunge nach rechts oder links aus dem Körper herausragt und auf diese Weise ein Teil der Skalen für die Rechnung ausfällt, dann steht dieser fehlende Bereich jeweils auf der versetzten Skala CF für die Weiterrechnung zur Verfügung. Somit ergänzen sich die Skalenpaare und es ist ohne weiteres mit den Skalen CF/DF weiterzurechnen, wenn beim Rechnen mit den Skalen C und D ein Durchschieben der Zunge erforderlich wird. Selbstverständlich kann man auch jede Rechnung mit den versetzten Skalen beginnen — das bringt sogar Vorteile — und diese Rechnung im Bedarfsfalle mit den Skalen C/D fortsetzen, um das Durchschieben der Zunge zu vermeiden. Mit einer Zungeneinstellung erhält man somit eine vollständige Tabellenbildung, vorausgesetzt, daß die Zunge nicht mehr als zur Hälfte aus dem Körper herausragt. Dieser ungünstige Fall kann jedoch vermieden werden.

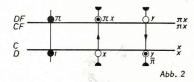
Es liegt nahe, als Maß der Versetzung den Wert $\sqrt{10}$ zu wählen, weil dann die 1 der Skala DF genau über der Mitte der Skala D steht. In der Praxis haben sich jedoch die Versetzungsmaße 360 für kaufmännische und π für technische Rechenstäbe international durchgesetzt, die beide nur ungefähr in der Mitte des Rechenstabes liegen. Im Prinzip ist die Rechenmethode unabhängig vom Maß der Versetzung, die verschiedenartige Wahl der Skalenversetzung bringt jedoch einen weiteren Vorteil für den jeweiligen Rechenstab.

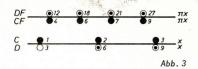
Da beide Skalenpaare die gleiche Basislänge und gleiche Unterteilung haben, bilden die Skalen D und DF eine fest mit dem Rechenstab verbundene Multiplikationseinstellung, bei der das Maß der Versetzung in Skala DF als Multiplikationsfaktor mit der 1 der Skala D eingestellt worden ist. Bringt man den Läuferstrich über die 1 der Skala D, dann wird in Skala DF das Maß der Versetzung abgelesen. Bezeichnet man dieses Maß der Versetzung als Faktor F und verschiebt den Läufer auf irgendeinen Wert x in Skala D, dann ist in Skala DF die Multiplikation x F eingestellt. Da jede Einstellung auf dem Rechenstab als Multiplikation oder Division gelesen werden kann, wird in der umgekehrten Ableserichtung zu jedem in Skala DF eingestellten Wert x

der Wert $\frac{x}{F}$ in Skala D abgelesen. Diese wechselseitige Beziehung besteht selbstver-

ständlich auch zwischen den Skalen CF und C auf der Zunge. Beim kaufmännischen Rechenstab ist der Faktor F=360 gewählt, weil man bei Zinsrechnungen diesen Faktor wegen der 360 Zinstage im Jahr benötigt. Bei unserem technischen Rechenstab ARISTO-Studio ist $F=\pi$ gewählt, um alle Rechnungen mit der Zahl π zu vereinfachen.

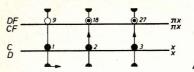
Die versetzte Skala erfüllt drei verschiedene Funktionen:





- 1. Vereinfachte Multiplikation mit π und Division durch π (Abb. 2)
- 2. Tabellenrechnung $y = p \times Beispiel: y = 3 \times (Abb. 3)$
- 3. Proportions rechnung $\frac{x}{y} = \frac{m}{n}$ Beispiel: $\frac{x}{y} = \frac{9}{27} = \frac{7}{21} = \frac{4}{12}$ $= \cdots = \frac{1}{3} \text{ (Abb. 3)}$

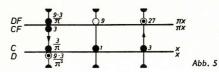
Es ist ratsam, bei derartigen Aufgaben die Skalenpaare CF/DF und C/D nur gemeinsam zu benutzen. Da aber die Grundskalen C/D und die versetzten Skalen CF/DF die gleiche Basislänge haben, kann es gelegentlich von Vorteil sein, die Skala DF mit der Skala C, oder D mit CF in Verbindung zu bringen. Dann ist aber Vorsicht geboten!



Beispiel: $y = 9 \times \text{ oder}$ $\frac{9}{1} = \frac{18}{2} = \frac{27}{3} = \cdots$

In diesem Falle darf man nur in den beiden Skalen einstellen und ablesen, mit denen die 1. Einstellung vorgenommen wurde.

Wer auf den Gedanken kommt, bei der in Abb. 4 gegebenen Zungenstellung den Faktor 3 mit dem Läufer in Skala CF einzustellen und das Ergebnis in Skala D zu suchen, begeht einen Fehler.



Denn unter der 3 in Skala CF steht $3/\pi$ in Skala C, damit steht unter dem Läuferstrich in Skala DF die Multiplikation $9 \cdot 3/\pi$ und in Skala D das Ergebnis $9 \cdot 3/\pi^2 = 2.74$.

Wäre das Maß der Versetzung nicht π , sondern $\sqrt{10}$, dann würde man auch bei einer derartigen Rechnung fehlerfrei $27/\sqrt{10^2}$ ablesen, weil $\sqrt{10^2}$ nur eine für das Stabrechnen bedeutungslose Verschiebung des Kommas bewirkt. Aus diesem Grunde wird zuweilen darüber diskutiert, ob für technische Rechenstäbe die Versetzung π oder $\sqrt{10}$ vorteilhafter ist.

3. Die inverse versetzte Skala

Die inverse Skala CI ist für den Praktiker zweifellos eine sehr wertvolle Skala, die auf keinem Rechenstab mehr fehlen sollte. Die versetzten Skalen hätten nur die halbe Bedeutung, wenn nicht zusätzlich auch die inverse versetzte Skala CIF vorhanden wäre. Denn beim Ausrechnen von vielen Faktoren im Zähler oder Nenner durch abwechselnde Division und Multiplikation muß man von der Skala DF ausgehend auch reziprok weiterrechnen können. Es ist auch bei derartigen Rechnungen vorteilhaft, nur in den Skalengruppen D/C/CI oder DF/CF/CIF zu bleiben.

Für Rechnungen mit dem Faktor π muß man die Zusammenhänge zwischen den inversen Skalen und den Grundskalen kennen:

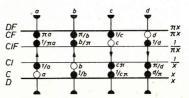


Abb. 6

Die geschilderte Skalenkombination C/D/CI und DF/CF/CIF ist, wenn sich alle diese Skalen auf einer Seite befinden, eine wirklich hervorragende Erfindung zur Vereinfachung aller Multiplikationen und Divisionen, also für die Rechenoperationen, die am allermeisten vorkommen. Es ist immer wieder köstlich, die Verblüffung selbst erfahrener Stabrechner zu beobachten, wenn ihnen das Weiterrechnen ohne Durchschieben der Zunge zum ersten Male vorgeführt wird. Wer sich mit dieser Methode einmal recht vertraut gemacht hat, wird nur noch zum ARISTO-Zweiseiten-Rechenstab greifen und die Veteranen "Rietz" und "Darmstadt" schon auf Grund des Fehlens dieser Skalenanordnung links liegen lassen.

4. Die Winkelskalen

Über die Frage, ob die Winkelskalen besser auf dem Körper oder auf der Zunge anzubringen sind, kann man geteilter Meinung sein, weil beide Anordnungen ihre Vor- und Nachteile haben. Generell kann man wohl sagen, daß die festen Winkelskalen für alle Rechnungen mit nur einer vorkommenden Winkelfunktion, insbesondere bei allen Auflösungen rechtwinkliger Dreiecke, vorteilhafter sind. Dagegen werden die Aufgaben, in denen mehrere Winkelfunktionen als Faktoren vorkommen, besser mit beweglichen Winkelskalen gerechnet. Da die meisten in der Praxis vorkommenden Aufgaben Anwendungen des Sinussatzes oder Berechnungen rechtwinkliger Dreiecke sind, werden die festen Winkelskalen immer mehr bevorzugt. Wer die Winkelskalen lieber auf der Zunge angeordnet haben will, kann sich für Rechenstäbe wie ARISTO-MultiLog, ARISTO-HyperboLog — beide mit Exponentialskalen — oder für den ARISTO-MultiRietz entscheiden, diese drei Rechenstabsysteme sind gleichfalls mit versetzten Skalen ausgestattet.

Die Winkelskalen auf dem Körper haben sich beim System Darmstadt in der Praxis gut bewährt, und an sehr vielen Schulen wird die Handhabung der festen Winkelskalen mit dem ARISTO-Scholar unterrichtet. Deshalb sind die festen Winkelskalen beim ARISTO-Studio übernommen worden. Um gelegentliche Verwechslungen der Winkelskalen zu vermeiden, sind jedoch die Sinus- und Tangensskala räumlich getrennt angeordnet. Eine Skala der kleinen Winkel von 0,55° bis 5,7° sollte auf einem Rechenstab nicht fehlen, weil sie gegenüber der beim System Darmstadt benutzten ϱ -Marke ($\varrho=\pi/180^\circ$) viele Vorteile bietet, insbesondere wird dadurch die Anwendung des Sinus-Satzes auch für kleine Winkel ermöglicht. Selbstverständlich sollen alle Winkelskalen auf die Grundskalen bezogen sein, um auf diese Weise ein einheitliches Rechensystem für alle trigonometrischen Rechnungen zu erhalten.

Eine Skala der kleinen Winkel mit sexagesimaler Unterteilung gibt es seit langem beim System Rietz. Diese Skala ST ist nach der Sinusfunktion geteilt, gilt aber auch für die Tangensfunktion und für das Bogenmaß, da für kleine Winkel die Beziehung sina \approx tana \approx arc α besteht. Die Übereinstimmung ist für Rechenstabgenauigkeit bis zu $\alpha=4^{\circ}$ ausreichend, darüber hinaus ergeben sich merkliche Differenzen, die sich verringern lassen, wenn die Skala der kleinen Winkel für das zwischen der Sinus- und Tangensfunktion liegende Bogenmaß geteilt wird.

Da in verschiedenen Berufen häufig die Umrechnungen vom Gradmaß ins Bogenmaß und umgekehrt vorkommen, liegt ein weiterer Grund vor, die Skala ST auf das Bogenmaß zu beziehen. Wenn man in dieser Skala die Winkel dezimal unterteilt, wird sie zu einer um das Maß $\pi/180$ versetzten Grundskala. Damit genügt eine Läufereinstellung für die gewünschte Umrechnung und auf Grund der dezimalen Unterteilung gilt diese Bequemlichkeit auch für Winkel aller Größen, wenn nur die Kommastellung beachtet wird. Wegen dieser Vorzüge ist die Skala ST beim ARISTO-Studio in dieser Form unterhalb der Skala T angeordnet und mit \swarrow arc bezeichnet.

5. Die pythagoreische Skala

Die Skala P, wie sie beim System Darmstädt zur Anwendung gekommen ist, gestattet die Ablesung der Funktion $\sqrt{1-x^2}$ zu einem in der Grundskala D eingestellten Wert x. Kenner des Rechenstabes verwenden diese Skala in der algebräschen Bedeutung zum Ziehen von Quadratwurzeln und zurtrigonometrischen Berechnung von sin $\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}$ oder $\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}$, wenn in Grenzbereichen eine größere Ablesegenauigkeit verlangt wird. Zur Berechnung der Cosinusfunktion für $\alpha<5$,73° wäre eine zweite P-Skala im Anschluß an die bekannte Skala zweckmäßig. In der letzten Zeit wurde auch wiederholt vorgeschlagen, Skalen für $\sqrt{x^2+1}$ und $\sqrt{x^2-1}$ auf dem Rechenstab anzubringen, leider scheitert die Verwirklichung dieser Wünsche an der Platzfrage, wenn man nicht auf andere wichtige Skalen verzichten will.

(Wird fortgesetzt)

Praktische Anwendungen des ARISTO-Studio in der Elektrotechnik

von Dr.-Ing. Paul Thießen

1. Allgemeine Beispiele

1.1 Tabellenbildung

Ein für die Praxis ganz wesentlicher Vorteil des Rechenstabes ARISTO-Studio mit seinen beiden um π versetzten Skalen CF und DF besteht darin, daß man immer Tabellen mit durchlaufenden Zahlen rechnen kann, ohne das lästige Durchschieben der Zunge. Deshalb sollen zunächst einige Anwendungen für das Rechnen mit den versetzten Skalen gebracht werden. Dabei werden für die Einstellungen und Ablesungen Symbole verwendet, z. B. bedeutet 2 (D), daß der Wert 2 in Skala D eingestellt werden soll.

1.1.1 Scheinleistung

Soll z. B. als Funktion des Stromes bei einer Spannung von 220 Volt die Scheinleistung $P = U \cdot J$ angegeben werden, dann stellt man die 1 der Skala C über die 220 der Skala D und kann für in Skala C eingestellte Ströme von 1 bis 4,5 Ampère die Leistung an der Skala D ablesen, für Ströme von 3 bis 15 A auf der Skala CF findet man die zugehörigen Scheinleistungen auf der Skala DF.

1.1.2 Kreisfrequenz

In der Wechselstromtechnik ist sehr oft der Zusammenhang zwischen Frequenz f und Kreisfrequenz $\omega=2\,\pi\,\mathrm{f}$ zu berechnen. Zur Tabelleneinstellung bringt man den Läuferstrich auf 2 (D), womit gleichzeitig $2\,\pi$ (DF) eingestellt ist, und schiebt 1 (CF) unter den Läuferstrich. Damit steht auch gleichzeitig 10 (C) über $2\,\pi$ (D), und für die Werte f = 1,6 bis 10 (C) stehen die zugehörigen ω -Werte in Skala D bzw. für die noch fehlenden Werte f = 1 bis 1,6 (CF) findet man die ω -Werte in Skala DF. Die gleiche Tabelleneinstellung der Zunge liefert übrigens auch die Gegenüberstellung von 2 (CIF) und 1 (D) bzw. π (DF).

$$\omega = 2 \pi f$$

$$\frac{\omega}{f} = \frac{2\pi}{1} \text{ (Proportion)}$$

$$\frac{\partial F}{\partial F} = \frac{2\pi}{1} \text{ (Proportion)}$$

1.1.3 Scheinwiderstand

Soll bei einer konstanten Spannung von 220 Volt für verschiedene Ströme J der Widerstand Z=U/J berechnet werden, so ist die Einstellung der Zunge dieselbe wie bei der Multiplikation in Abb. 1, aber es wird jetzt für Ströme von 2,2 bis 10 Amp. die Skala CI benutzt in Verbindung mit der D-Skala und für Ströme von 0,7 . . . 3,2 Amp. die Skala CIF in Verbindung mit der DF-Skala.

$$Z = \frac{\mathsf{U}}{\mathsf{J}}$$

$$CIF \qquad \qquad \begin{array}{c|c} DF & & & & & \\ CF & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & &$$

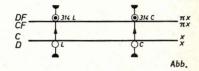
1.1.4 Blindwiderstände bei technischem Wechselstrom (50 Hz)

Der Wechselstromwiderstand einer reinen Induktivität ist $X_L = 2 \pi f L$ und der einer Kapazität $X_C = 1/(2 \pi f C)$. Umgekehrt sind die Leitwerte bei der Kapazität $B_C = 2\pi f C$ und bei der Induktivität $B_L = 1/(2 \pi f L)$.

Die Berechnung dieser Widerstände und Leitwerte wird ganz besonders einfach für die Frequenz f = 50 Hz (technischer Wechselstrom), wie sie bei der Energieversorgung in vielen Ländern üblich ist. Dann ist nämlich $2\pi f = 100\pi$, und die Versetzung der DF- und CF-Skalen um den Faktor π kann sehr günstig ausgenutzt werden. Beschränken wir uns wieder, dem überwiegenden Brauch der Praxis folgend, auf die Berechnung der Widerstände, dann können wir zu einer Induktivität Lohne Benutzung der Zunge den Wechselstromwiderstand $X_L = 2\pi f L = \omega$ L berechnen, indem wir den Läufer auf L (D) einstellen und ω L = 314 L (DF) ablesen.

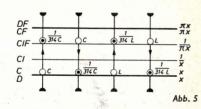
$$X_L = 2\pi fL$$

für f = 50 Hz gilt
 $X_L = 314 L$
 $B_C = 314 C$



Ebenso können wir zu einer Kapazität C(C) sofort den Blindwiderstand $X_C = 1/\omega C$ auf der Teilung CIF ablesen, wenn $\omega = 314 \cdot \sec^{-1}$ ist. Auch die Einstellung der Kapazität in CIF und die Ablesung des Blindwiderstandes in C ist möglich.

$$X_{C} = \frac{1}{314 \text{ C}}$$
 $B_{L} = \frac{1}{314 \text{ L}}$



Diese Rechnung vollzieht sich nur auf der Zunge, während die Rechnung in Abb. 4 sowohl von D nach DF als auch von C nach CF ausgeführt werden kann. Aus Gründen der Einheitlichkeit empfiehlt es sich, diese Rechnungen grundsätzlich auf der Zunge, also mit den C-Teilungen auszuführen.

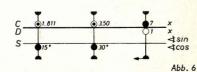
1.1.5 Harmonische Analyse

Sollen Tabellen von der Form a sin nx oder a/sin nx gerechnet werden, wie sie bei der rechnerischen harmonischen Analyse immer wieder auffreten, so ist ein Durchschieben der Zunge in manchen Fällen unvermeidlich. Es gibt aber größere Bereiche, bei denen es nicht erforderlich ist.

Wir wählen als Beispiel $x=15^{\circ}$ (Verfahren mit 24 Ordinaten), a=7. Wir stellen 7 (C) auf 10 (D) und können durch Verschieben des Läufers auf der Skala S von 15° zu 15° in der Teilung C die Ergebnisse für die Tabelle ablesen.

$$y = a \cdot \sin nx$$

 $7 \cdot \sin 15^{\circ} = 1,811$
 $7 \cdot \sin 30^{\circ} = 3,50$

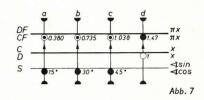


Stellen wir 1 (C) über 15° (S), erkennen wir sofort, daß diese Tabellenbildung ohne Durchschieben der Zunge bei dem Verfahren mit 24 Ordinaten für alle Werte 3,87 < a < 10 möglich ist. Wir können diesen Bereich erheblich erweitern, indem wir die CF-Teilung in Verbindung mit der S-Teilung benutzen. Soll z. B. gerechnet werden

$$y_1 = 1,47 \sin 1 \cdot 15^{\circ}$$
 $y_2 = 1,47 \sin 2 \cdot 15^{\circ}$ $y_3 = 1,47 \sin 3 \cdot 15^{\circ}$

stellen wir 1,47 (CF) mit Hilfe des Läufers über 10 (D) und lesen die Tabellenwerte ab:

$$y_1 = 0.380 \text{ (CF)}$$
 über 15° (S)
 $y_2 = 0.735$ über 30°
 $y_3 = 1.038$ über 45°
usw.



Auf diese Weise kann der Bereich, in welchem ein Durchschieben nicht erforderlich ist (was die Tabellenbildung wesentlich erleichtert), auf die Faktoren a=1,16 bis 3,3 ausgedehnt werden.

Durch einen kleinen Kunstgriff kann der erste Bereich 3,87 < a< 10, auf 3,42 < a< 11,6 erweitert werden, wenn die roten Überteilungen der rückseitigen Skala C zur Einstellung herangezogen werden. Dann bleibt nur noch der kleine Bereich von 3,3 bis 3,42, welcher ein Durchschieben erforderlich macht.

Bei der Analyse mit 36 oder 72 Ordinaten liegen die Verhältnisse ungünstiger.

1.2 Induktivität einer Zylinderspule

Die Gleichung für die Berechnung der Induktivität einer Zylinderspule

$$L = N^2 \cdot \mu_0 \cdot A/I$$

rechnet man mit $\mu_0 = 4 \pi 10^{-9} \text{ V} \cdot \text{s/A} \cdot \text{cm}$ am besten in der Form

$$L = 4 \pi 10^{-9} \cdot N \cdot N \cdot A/_{L}$$

Setzen wir noch den Ausdruck für die übliche kreisförmige Fläche ein, dann wird

$$L = \frac{4 \pi \cdot 10^{-9} \cdot N^2 \cdot \pi \cdot d^2}{4 \cdot I} = \frac{(\pi \ N \ d)^2}{I} \cdot 10^{-9}$$

(Längen in cm, Induktivität in H)

Ist z. B. d = 12 cm, N = 90 und l = 24 cm, dann wird zunächst 90 (D) mal 12 (C) berechnet. Das Zwischenergebnis, welches nicht interessiert, steht auf der D-Teilung, und auf der DF-Teilung kann nun $\pi \cdot 90 \cdot 12 = 3390$ abgelesen werden. Diese Zahl muß quadriert werden. Man könnte dazu zwar grundsätzlich die Quadratteilung auf der Rückseite benutzen. Das wird man aber im allgemeinen nicht tun, da es keine wesentliche Vereinfachung bringt und die Rechengenauigkeit sinkt. Man wird lieber das Quadrat wie ein normales Produkt rechnen:

$$\frac{a^2}{b} = \frac{a \cdot a}{b} = \frac{3390}{24} \cdot 3390$$

Um mit dem geringsten Aufwand an Verschiebungen auszukommen, führt man diese Rechnung zweckmäßig von DF ausgehend — auf welcher ja der Wert a noch vom Läuferstrich angezeigt wird — mit der C-Skala durch, indem man zunächst durch den Wert b teilt und dann wieder mit a multipliziert, also 24 (C) unter 3390 (DF) und Ablesung des Ergebnisses 0,479 (DF) über 3390 (C). Das Ergebnis ist L = 0,479 mH.

Diese Aufgabe ist ein Musterbeispiel dafür, daß es mitunter günstiger ist, mit den Skalen DF und C weiterzurechnen, um das Durchschieben der Zunge zu vermeiden. Bringt man nämlich 24 (CF) unter 3390 (DF), dann wird die Zunge zu weit aus dem Rechenstab gezogen, so daß nicht mehr unmittelbar weitergerechnet werden kann. Bei dem oben angegebenen Lösungsweg muß man jedoch darauf achten, daß das Ergebnis wieder in Skala DF abgelesen werden muß, obwohl der zweite Faktor 3390 in Skala C eingestellt wird. (Vgl. S. 7 dieses Heftes.)

1.3 Zerlegung von Wechselstromwiderständen und -leitwerten in ihre Komponenten

1.3.1 Winkel $6^{\circ} < \varphi < 84^{\circ}$

Gegeben sei ein Wechselstromwiderstand Z = U/J, der in die beiden Komponenten $r=Z\cos \varphi$ und $x=Z\sin \varphi$ zerlegt werden soll. Es sei Z = 13 Ω und $\varphi=40^\circ.$ Man betrachtet am besten die Grenzlinie zwischen C- und D-Skala als Bruchstrich und schreibt die beiden Gleichungen in der Proportionsform

$$\frac{r}{\cos \varphi} = \frac{Z}{1};$$
 $\frac{x}{\sin \varphi} = \frac{Z}{1};$ $\frac{Z}{1} = \frac{r}{\cos \varphi} = \frac{x}{\sin \varphi} = \frac{Z}{\sin 90^{\circ}}$

Diese Gleichungen sind gleichzeitig Rechenvorschrift: Man schiebt die Größe $Z=13~\Omega$ (Skala C) über die 1 der Skala D und bringt den Läufer auf den roten Wert φ der cos-Teilung (S) und anschließend auf den schwarzen Wert φ der sin-Teilung. Damit ergeben sich auf der C-Teilung die beiden gesuchten Werte $r=9,95~\Omega$ und $x=8,36~\Omega$.

$$r = Z \cdot \cos \varphi$$

$$x = Z \cdot \sin \varphi$$

$$Z = 13 \,\Omega,$$

$$\varphi = 40^{\circ}$$

$$z = 40^{\circ}$$

$$z = 40^{\circ}$$

$$z = 40^{\circ}$$

$$z = 40^{\circ}$$

Die Entscheidung, ob man die Zunge links oder rechts herausschieben soll, ergibt sich daraus, daß den Werten sin 40° und cos 40° die entsprechenden Ergebnisse in Skala C gegenüberstehen sollen.

Es kommen Wertepaare vor, bei denen ein Durchschieben der Zunge nicht zu vermeiden ist. Diese Fälle lassen sich aber bei dem ARISTO Studio dadurch ganz erheblich einschränken, daß man wahlweise zusammen mit der Teilung D entweder die Teilung C oder die Teilung CF benutzt. Ist z. B. Z wieder 13 Ω , aber $\varphi=23^{\circ}$, dann würde die Rechnung nach dem oben angegebenen Verfahren für die Ermitlung des Wertes ein Durchschieben der Zunge erfordern, was nach Möglichkeit vermieden werden sollte. Stellt man aber statt 13 (C) über 1 (D) diesmal die 13 der CF-Teilung über 10 (D), dann sind die beiden Werte r = 11,96 Ω und x = 5,08 Ω wieder ohne Zungenverschiebung auf der CF-Teilung abzulesen. Ist bei 13 Ω der Winkel φ kleiner als 14°, dann ist ein Durchschieben der Zunge auch bei dieser Rechenmethode unvermeidlich.

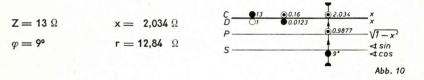
$$Z = 13 \Omega \qquad r = 11,96 \Omega \qquad \stackrel{OF}{CF} \stackrel{\circ}{0.508} \stackrel{\circ}{0.96} \stackrel{\circ}{0.96} \stackrel{\circ}{0.96} \stackrel{\pi \times}{\pi \times}$$

$$\varphi = 23^{\circ} \qquad \times = 5,08 \Omega \qquad \stackrel{C}{0} \qquad \stackrel{\circ}{0.08} \stackrel{\circ}{0.08} \stackrel{\circ}{0.96} \stackrel{\circ}{0.96}$$

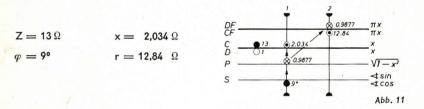
1.3.2 Kleine Winkel 5,7 $^{\circ}$ < φ < 15 $^{\circ}$

Diese Sonderfälle, bei welchen nach den bisher angegebenen Lösungswegen ein Durchschieben der Zunge unvermeidlich ist, werden zweckmäßig mit Hilfe der pythagoreischen Teilung P behandelt, welche ja zu jedem sin-Wert sofort den zugehörigen cos-Wert angibt. Wir wählen als Beispiel wieder $Z=13\,\Omega$ und $\varphi=9\,^{\circ}$. Stellt man 13 (C) über 1 (D), dann liest man mit Hilfe der sin-Teilung bei 9 $^{\circ}$ (S) auf der C-Teilung $x=Z\sin\varphi=13\sin9^{\circ}=2,034\,\Omega$ ab. Auf der P-Teilung kann gleichzeitig der Wert $\cos\varphi=0,9877$ abgelesen werden.

Schreiben wir diesen Wert 0,9877 als 1 — 0,0123, dann wird: r = Z \cdot cos φ = 13 (1 — 0,0123) = 13 — 0,16 = 12,84 Ω



Bei dieser Rechnung wird erstens eine sehr große Rechengenauigkeit erreicht, und zweitens braucht die Zunge nicht durchgeschoben zu werden. Man kann aber auch die Ablesung cos $\varphi=0.9877$ bei gleicher Zungenstellung in Skala DF neu einstellen und darunter 12,84 (CF) ablesen.

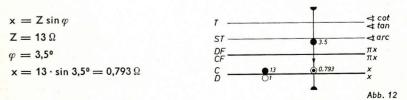


Ist Z = 4 Ω und φ = 9°, dann führt man diese Rechnung nicht mit C und D aus, sondern mit 4 (CF) und 1 (D). Damit ist die Rechnung mit kleinen Winkeln bis zu 5,7° (und ihren Komplementwinkeln) für ganz beliebige Werte von Z immer einfach auszuführen.

1.3.3 Sehr kleine Winkel φ < 5,7°

Ist der Winkel φ kleiner als 5,7°, dann entfällt die Möglichkeit der Rechnung mit der P-Teilung. Dann wird folgendermaßen gerechnet: Es sei Z = 13 Ω und φ = 3,5°.

Wir stellen 13 (C) über 1 (D) oder 13 (CF) über 10 (D) und lesen mit Hilfe der ST-Teilung ab



Ist ein Rechenfehler bis zu 0,5% zugelassen, dann kann man $\cos \varphi \approx 1$ setzen, so daß $r \approx Z$ wird. Im allgemeinen wird man aber die Schieberrechnung mit einer Toleranz von höchstens 0,1% pro Einzelrechnung durchführen wollen. Dann benutzt man am besten die folgende sehr gute Näherung

$$r^2 = Z^2 - x^2 \qquad \qquad r = Z \sqrt{1 - (x/Z)^2}$$

$$r \approx Z - \frac{x^2}{2 Z}$$

Der zweite Ausdruck $x^2/2$ Z läßt sich sehr leicht berechnen und dann subtrahieren. Für unser Zahlenbeispiel heißt das:

$$r = 13 - \frac{0.793^2}{2 \cdot 13} = 13 - 0.0243 = 12.976 \Omega$$

Damit sind alle Möglichkeiten der Aufteilung eines Wechselstromwiderstandes Z in seine beiden Komponenten r und x erfaßt. Dieselben Überlegungen gelten auch für die Zerlegung eines Wechselstromleitwertes Y in seine Wirkkomponente $g = Y \cos \varphi$ und seine Blindkomponente $b = Y \sin \varphi$ und für die jeweiligen Komplementwinkel

1.3.4 Parallelschaltung

Bei den Praktikern ist nun eine selten zähe Anhänglichkeit an den Begriff des Widerstandes zu beobachten, und es werden oft unnötig komplizierte Formeln in Kauf genommen, wenn dabei die Bedingung erfüllt ist, daß nur Widerstände erscheinen und keine Leitwerte. Wir wollen die Zerlegung der Parallelschaltung des Wirkleitwertes und des Blindleitwertes zunächst so durchführen, wie in den vorigen Abschnitten allgemein für Widerstände abgeleitet wurde, dann aber die Rechenvorschrift so umstellen, daß endgültig nur noch Widerstände erscheinen. Wir wählen als Beispiel eine Parallelschaltung, deren Scheinwiderstand 17 Ohm sei mit dem zugehörigen Phasenwinkel $\varphi=23^{\circ}$.

Der Leitwert ist: 1/Z = 1/17 = 0,0588 A/V.

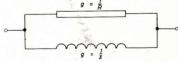


Abb. 13

Wir stellen 1 (C) über 17 (D), haben damit gleichzeitig 0,0588 (C) über 10 (D) gestellt, und lesen mit dem Läufer die beiden Komponenten g und b des Leitwertes ab, nämlich

g = Y cos
$$\varphi$$
 = 0,0541 A/V (C) über 23° rot (S) b = Y sin φ = 0,0230 A/V (C) über 23° schwarz (S)

Wir stellen jetzt die Rechenvorschrift um auf Widerstände, wobei der Rechnungsgang natürlich genau derselbe bleibt. Es tritt lediglich an die Stelle der Teilung C, welche wir für die Leitwerte benutzen, die zugehörige Kehrwertteilung Cl, welche dann natürlich die Widerstandswerte angibt:

Wir stellen 17 (CI) über 10 (D) und lesen ab

R = 18,5
$$\Omega$$
 (CI) über 23° rot (S) X = 43,5 Ω (CI) über 23° schwarz (S)

Auch hier kann die Teilung CIF benutzt werden statt CI, wenn der Ausgangswert zwischen 3 und 10 liegt.

(Wird fortgesetzt)

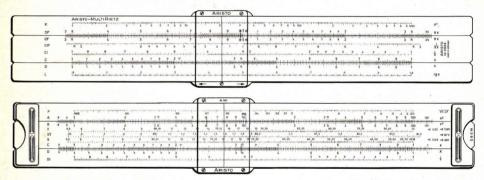
Informationen

Der Zweiseiten-Rechenstab ARISTO-MultiRietz

Der Rechenstab System Rietz hat jahrzehntelang eine dominierende Rolle gespielt und wird auch heute noch in vielen Berufen gern benutzt. Durch die Rechenstabsysteme Darmstadt und Studio ist er in den letzten Jahren jedoch an den Hoch- und Fachschulen immer mehr verdrängt worden, während er als Taschenrechenstab nach wie vor der meistgebrauchte Typ ist. Wer einen einfachen Rechenstab ohne Exponentialskalen benötigt, greift nach wie vor zum System Rietz.

Auf Grund langer Tradition sind beim Rietz die Winkelskalen der Zungenrückseite meistens noch in Grade und Minuten geteilt, während bei neueren Konstruktionen dezimal unterteilte Winkelskalen bevorzugt werden.

Mit der Einführung der ARISTO-Zweiseiten-Rechenstäbe ist auch ein modernisierter Rietz-Rechenstab, der ARISTO-MultiRietz, entwickelt worden, um den Benutzern des Rietz die konstruktiven Vorteile und die Bequemlichkeiten der Zweiseiten-Rechenstäbe bieten zu können.



ARISTO-MultiRietz 0929

Der größte Teil aller Rechenstabaufgaben sind Multiplikationen und Divisionen, die mit den versetzten Skalen bequemer gelöst werden können. Deshalb ist der Rietz so abgewandelt, daß den Grundskalen C, D und CI die auf den Seiten 5 und 6 dieses Heftes geschilderten versetzten Skalen CF, DF und CIF gegenüberstehen.

Alle auf den vorhergehenden Seiten dieses Heftes beschriebenen Nutzanwendungen der versetzten Skalen gelten damit auch für den Rechenstab ARISTO-MultiRietz, in Verbindung mit den Winkelskalen jedoch in abgewandelter Form.

Auf den Körperleisten der Vorderseite befinden sich ferner eine Mantissenteilung für logarithmische Rechnungen und eine Kubikskala für die Rechnung mit dritten Potenzen und dritten Wurzeln. Wer einen einfachen Rechenstab sucht, findet auf der Vorderseite des ARISTO-MultiRietz ein klares und übersichtliches Teilungsbild für die am häufigsten vorkommenden Rechnungen.

Die bisher gewohnte Anordnung der Quadratskalen findet man auf der Rückseite des Rechenstabes. Zwischen Grund- und Quadratskalen sind auf der Zunge die Skalen der Winkelfunktionen S, T und ST angeordnet, alle auf die Grundskala bezogen und dezimal unterteilt. Zum leichteren Auffinden der Komplementwinkel sind die Teilungen rückläufig in roter Farbe beziffert. Die Skala der kleinen Winkel ST ist im Bogenmaß geteilt, so daß die Sinus- und Tangensfunktionen als gute Näherungswerte erhalten werden, das Bogenmaß aber genau abgelesen wird.

Die Winkelskalen stehen ständig mit den Grundskalen in Verbindung, damit wird das beim alten Rietz erforderliche Umstecken der Zunge eingespart. Darüber hinaus sorgt die reziproke Körperskala DI für ein bequemes Rechnen mit der Tangensskala, wenn die Tangenswerte für 45° $<\alpha<90^{\circ}$ oder die Kotangenswerte für 0° $<\alpha<45^{\circ}$ gesucht sind.

Die pythagoreische Skala P mit der mathematischen Beziehung $\sqrt{1-x^2}$ gibt die Sinusfunktion für $\alpha > 50^\circ$ und die Kosinusfunktion für $\alpha < 40^\circ$ genauer an als die Grundskala D.

Läuferstriche ermöglichen die bekannte Berechnung von Kreisflächen und Stahlgewichten sowie die Umrechnungen $kW \longleftrightarrow PS$. Darüber hinaus gibt die Skalenanordnung der Vorderseite die bequeme Berechnung des Kreisumfanges aus dem Durchmesser. Eine neue Läufermarke auf der Vorderseite gestattet einfache Umrechnungen mit dem Faktor 36, z. B. Stunden und Grade in Sekunden, m/s in km/h.

Die Verbesserungen und Vorteile dieses Rechenstabes gegenüber dem alten System Rietz sind so überzeugend, daß jeder, der den Zweiseiten-Rechenstab kennengelernt hat, kaum noch einen Rechenstab alter Bauart benutzen wird. Wer keine Exponentialskalen benötigt und die beweglichen Winkelskalen bevorzugt, wird sich für den ARISTO-MultiRietz entscheiden; wer dagegen lieber mit festen Winkelskalen rechnet oder die Exponentialskalen braucht, ist mit dem ARISTO-Studio besser bedient.

Übrigens ist der ARISTO-MultiRietz, wie der Studio, auch als Taschenrechenstab lieferbar.

Lederetuis

Alle unsere Taschenrechenstäbe stecken in einem schmucken Lederetui. Die 30 cm langen Rechenstäbe werden dagegen handelsüblich im Stecketui aus gewickelter Pappe, die mit einem Kunststoff überzogen wird, geliefert. Häufig wird für diese Rechenstäbe eine gediegenere Verpackung gewünscht, die für Geschenkzwecke geeigneter und für den täglichen Gebrauch dauerhafter ist. Nach vielen Erprobungen sind wir zu der Überzeugung gekommen, daß ein Etui aus echtem Leder immer elegant aussieht, den Rechenstab gut schützt und dauerhaft haltbar ist.



Lederetui mit Schlaufe

AIRISTO