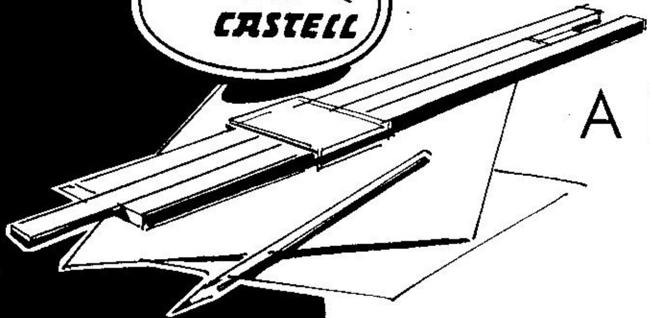


ANLEITUNG

CASTELL

PRÄZISIONS-RECHENSTAB

FÜR MASCHINEN- UND ELEKTRO-INGENIEURE

A. W. FABER - CASTELL · STEIN BEI NÜRNBERG

INHALTSVERZEICHNIS

Vom Wesen des Stabrechnens

Der Rechenstab ist ein überaus praktisches und handliches Gerät, mit dem man selbst die schwierigsten Aufgaben auf sehr einfache Weise löst. Seine Bedienung setzt keine besonderen Kenntnisse voraus und ist außerordentlich leicht zu erlernen. Daß er eigentlich eine Art Logarithmentafel ist, muß der Benutzer nicht unbedingt wissen. Er kann die logarithmischen Gesetze anwenden, wie er die Gesetze des elektrischen Stromes „anwendet", wenn er einen Fernsprecher, einen Rundfunkapparat benutzt, wie er chemische Gesetze „anwendet", wenn er seine Aufnahmen entwickelt. Man kann also mit großer Fertigkeit auf dem Stabe rechnen, ohne überhaupt etwas von den logarithmischen Gesetzen gehört zu haben, indem man einfach die in dieser Anleitung mitgeteilten Regeln befolgt und viele Benutzer werden auch so arbeiten. In den Schulen wird allerdings meistens der Rechenstab nach der Behandlung des logarithmischen Rechnens eingeführt werden, seine Durchnahme und Anwendung wird als Krönung des logarithmischen Rechnens gelten.

Da diese Anleitung beiden Zugangsarten dienen soll, wird sie zwei Wege einschlagen. Sie wird zuerst das Wesen des Stabrechnens auf logarithmischer Grundlage erklären und damit den Weg für die Oberschulen zeigen. Sie wird danach das Stabrechnen ohne die logarithmische Grundlage erklären und damit den Weg gehen, den der vorziehen wird, der die Logarithmen nicht kennt. Diese beiden Erklärungsweisen laufen also **parallel,** der Leser kann die eine **oder** die andere wählen. Danach laufen die Wege wieder zusammen.

Der erste Weg (logarithmischer Aufbau)

Genau wie die Logarithmen erleichtert auch der Rechenstab das Rechnen dadurch, daß er jede Rechenart auf die nächst niedere Stufe zurückführt. Er macht also aus einer **Multiplikation** zweier Zahlen die **Addition** ihrer Logarithmen, aus einer **Division** zweier Zahlen die **Subtraktion** ihrer Logarithmen, aus einer **Potenz** eine **Multiplikation** des Logarithmus der Grundzahl mit dem Exponenten und aus einer **Wurzel** eine Division des Logarithmus der Grundzahl durch den Exponenten.

Der Rechenstab kann aber **nicht** das Addieren und Subtrahieren erleichtern, wie ja auch die Logarithmentafel für diese beiden Rechenarten nicht herangezogen werden kann. (Es gibt allerdings im CASTELL-Addiator einen Rechenstab, der auch Additionen und Subtraktionen zu lösen gestattet, doch geschieht dies mit Hilfe einer kleinen, auf der Rückseite des Stabes angebrachten Additionsmaschine.)

Der Rechenstab bietet sogar eine noch viel weitergehende Erleichterung des Rechnens als die Logarithmentafel, indem er auch noch von den übriggebliebenen Rechenstufen befreit. Beim Multiplizieren und Dividieren nimmt er uns also auch noch das Addieren und Subtrahieren der Logarithmen ab, beim Potenzieren und Radizieren fällt das Multiplizieren und Dividieren mit dem Exponenten weg.

Diese Erleichterungen entstehen dadurch, daß auf dem Rechenstab die Logarithmen **graphisch** aufgetragen sind; so entstehen die „Teilungen" des Stabes. Sie verwirren den Anfänger zunächst durch die Fülle von Teilstrichen. Man bekommt aber ein klares Bild, wenn man den Blick zuerst auf die unteren Teilungen lenkt und hier lediglich die großen Zahlen von 1, 2, 3, ... bis 10 beachtet (Fig. 1).

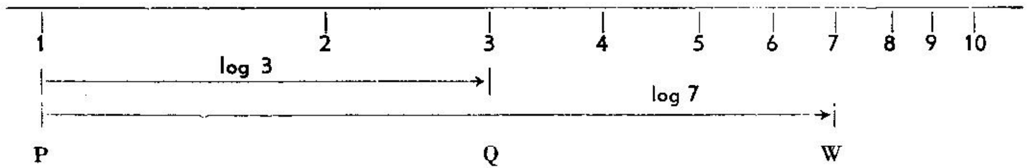


Fig. 1

Für den Logarithmus 10 = 1 wurde auf der untersten Teilung (D genannt) eine Strecke von 25 cm gewählt (die Zeichnung ist verkleinert). Die zwischen 1 und 10 liegenden Logarithmen sind auf dieser Linie maßstabgetreu aufgetragen. So ist z. B. log 3 = 0,4771 · 25 cm = 11,93 cm lang und reicht von P bis Q, log 7 = 0,8451 · 25 cm = 21,13 cm lang und reicht von P bis W. Log 10 wird demnach genau 25 cm lang, und log 1 wird zu einem Punkt P, da log 1 = 0 ist.

Hieraus folgt das Wesen des Stabrechnens. Anstatt die Logarithmen zu addieren und zu subtrahieren, hat man die Strecken aneinanderzusetzen oder voneinander abzuziehen. Ursprünglich führte man das mit einem Zirkel aus, aber die aneinander gleitenden Teilungen haben diesen überflüssig gemacht. In Fig. 2 ist das Schema der Multiplikation, in Fig. 3 das Schema der Division dargestellt.

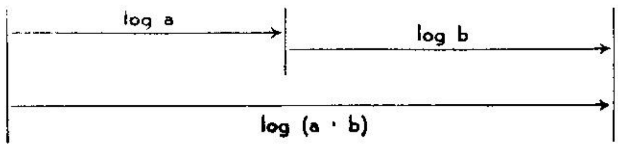


Fig. 2

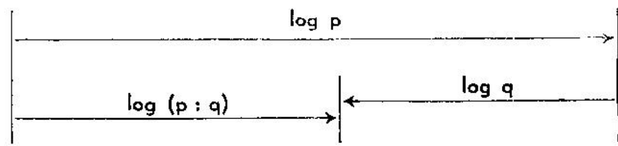


Fig. 3

Damit das Aneinandersetzen der Logarithmen recht bequem vor sich geht, sind die verschiedenen Teilungen auf dem Rechenstab aufgetragen und mit zahlreichen Unterteilungen versehen. Über deren Einrichtung gibt der nächste Abschnitt Auskunft.

Der zweite Weg

Man rechnet auf dem Rechenstab, indem man die **Teilungen** benutzt, die auf ihm aufgetragen sind. Erfahrungsgemäß verwirren sie den Anfänger durch die Fülle der eingetragenen Teilstriche, und deshalb sei es die erste Aufgabe, sich über die Bedeutung dieser Teilstriche klar zu werden. Wir gehen dabei von der untersten Teilung (D genannt) auf dem Stabe aus und richten unsere Augen zunächst nur auf die wichtigsten Teilpunkte, die durch Ziffern bezeichnet sind. Fig. 1a zeigt sie aus anderen Teilstrichen herausgehoben.

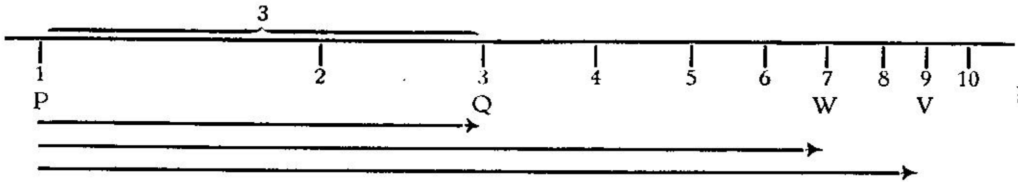


Fig. 1a

Die bei Q zu lesende 3 bezeichnet die Strecke 3, und der Anfänger wolle beachten, daß diese Strecke von P bis Q reicht. Sie müßte eigentlich mit einer Klammer gekennzeichnet werden, wie sie darüber eingezeichnet ist. Da das aber für alle Zahlenstrecken unausführbar würde, hat man die Benennung der Zahlenstrecken stets **an ihr Ende** gesetzt. Die Zahlenstrecke 7 reicht also von P bis W, die Strecke 9 von P bis V. Die Strecke 1 reicht von P bis P, ist also nur ein Punkt.

Der Leser bemerkt als besonderes Kennzeichen der Teilung, daß sie nach rechts zu immer enger wird. Die Zahlenstrecken sind nämlich nach einem mathematischen Gesetz aufgetragen, das diese Verengung der Teilung bewirkt, uns im übrigen aber nichts angeht.

Um nun zu erkennen, wie man mit diesen Teilungen „rechnen" kann, betrachtet man die Figuren 2a und 3a.

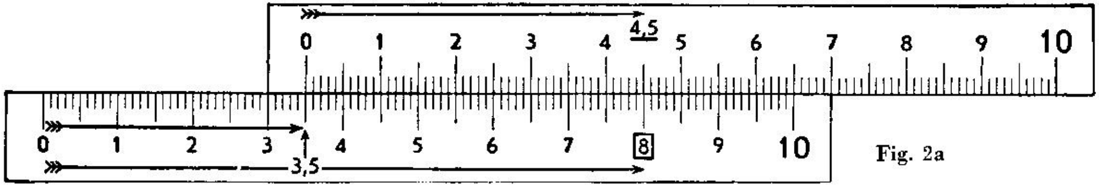


Fig. 2a

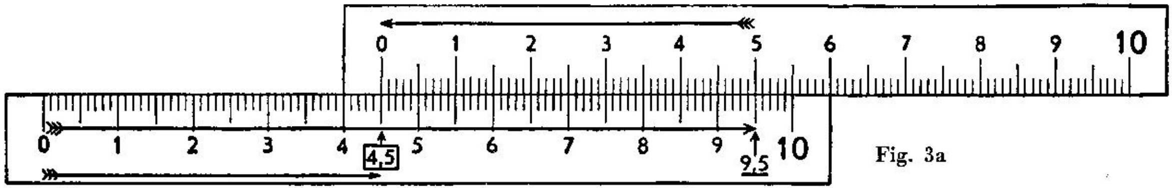


Fig. 3a

Hier sind zwei Millimeterteilungen aufgetragen, und man hat mit ihnen „gerechnet"; in Fig. 2a ist die Aufgabe 3,5 + 4,5 = 8, in Fig. 3a die Aufgabe 9,5—5 = 4,5 ausgerechnet worden. Im ersten Falle hat man die Zahlen 3,5 und 4,5 als Strecken aufgefaßt und aneinandergesetzt (addiert), im zweiten Falle hat man die Strecke 5 von der Strecke 9,5 abgezogen. Genau so arbeitet der Rechenstab, nur daß er, weil die Teilungen entsprechend aufgebaut sind, durch das Aneinandersetzen nicht die **Summe**, sondern das **Produkt** der Zahlen liefert, im zweiten Falle nicht die **Differenz**, sondern den **Quotienten.** Will man dieses einfache Verfahren anwenden, so muß man sich zuvor mit der Unterteilung der Teilungen vertraut machen. Dazu verhilft uns der folgende Abschnitt.

Die Einrichtung des Rechenstabes

Wir unterscheiden beim Rechenstab **drei** Teile:

1. den eigentlichen **Stabkörper,**
2. den **Schieber,** der im Stabkörper beweglich ist und
3. den **Läufer,** der mit einem Ablesestrich versehen ist und über den Teilungen gleitet.

Nach seinem mittleren Teil wird das Instrument oft auch Rechen„schieber" genannt.

Den Kern des Rechenstabes bilden seine **Teilungen.** Sie finden sich oben und unten auf dem Stabkörper sowie auf der Vorder- und bei vielen Stäben auch auf der Rückseite des Schiebers.

Das Lesen auf den Teilungen

Wir greifen aus den vielen Teilungen des Stabes zunächst die allerwichtigsten heraus; die beiden Teilungen, die die obere Gleitfuge einschließen und mit A und B bezeichnet werden, und die beiden Teilungen, die die untere Gleitfuge einschließen und C und D genannt werden. Die Teilungen A und D liegen also auf dem Stabkörper, B und C auf dem Schieber. Bringt man den Schieber in die Normalstellung, so daß er vollkommen im Stabkörper liegt, so erkennt man, daß die oberen Teilungen A und B übereinstimmen und auch die unteren Teilungen C und D einander gleich sind.

Um uns in der wechselnden Unterteilung zurechtzufinden, beginnen wir mit einer genauen Betrachtung der Teilungen C und D.

Der Abschnitt von 1 bis 2

Hier finden wir zunächst die Zehntel eingetragen: 1,1; 1,2; 1,3; ... bis 1,9. Dazwischen sehen wir noch einmal Zehntel, die aber nicht beziffert sind. Eine Teilung bleibt nämlich um so übersichtlicher, je weniger Schrift sie erhält. In Fig. 4 ist ein Teilabschnitt herausgegriffen, wobei alle Werte angeschrieben wurden. Es macht jetzt keine Mühe mehr,

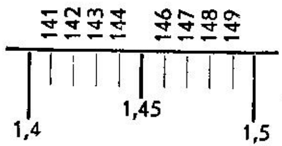


Fig. 4

den ganzen Abschnitt von 1 bis 2 Strich für Strich durchzulesen. Dabei muß man daran denken, die Nullen an zweiter Stelle nicht zu vergessen. Wir lesen also 1-0-0; 1-0-1; 1-0-2; 1-0-3; ... bis 1-9-7; 1-9-8; 1-9-9; 2-0-0.

Der Abschnitt von 2 bis 4

Der nächste in sich gleichmäßig unterteilte Abschnitt reicht von 2 bis 4. Hier sind zwar auch wieder die Zehntel eingetragen, aber nicht mehr beziffert. Zwischen ihnen haben nur noch die Fünftel Platz finden können.

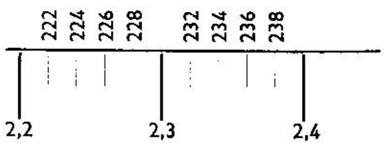


Fig. 5

In Fig. 5 ist ein Teilabschnitt mit allen Werten dargestellt. Nach seinem Muster lesen wir auch diesen Abschnitt von Anfang bis zu Ende durch, also von 2-0-0; 2-0-2; 2-0-4; 2-0-6; 2-0-8; 2-1-0; 2-1-2; ... bis 3-9-6; 3-9-8; 4-0-0.

Der Abschnitt von 4 bis 10

Im letzten Abschnitt sind außer den Zehnteln nur noch deren Hälften eingetragen, wie ein Teilabschnitt in Fig. 6 zeigt.

Fig. 6

Liest man diesen Abschnitt durch, so hat man zu beginnen mit 4-0-0; 4-0-5; 4-1-0; 4-1-5; 4-2-0; ... und zu enden mit 9-9-0; 9-9-5; 1-0-0-0.

Die oberen Teilungen

Vergleicht man die oberen Teilungen mit den unteren, so sieht man, daß sie nur halb so lang sind, dafür aber zweimal hintereinander aufgetragen wurden. Da ihre Zwischenräume enger sind, mußte man anders unterteilen. Zwischen 1 und 2 hat man die Zehntel und deren Fünftel, wie unten zwischen 2 und 4. Man liest also 1-0-0; 1-0-2; 1-0-4; ... 1-9-6; 1-9-8. 2-0-0. Zwischen 2 und 5 hat man die Zehntel und deren Hälften, wie unten zwischen 4 und 10. Man liest also 2-0-0; 2-0-5; 2-1-0; 2-1-5; ... 4-8-0; 4-8-5; 4-9-0; 4-9-5; 5-0-0. Im letzten Abschnitt endlich sind überhaupt nur die Zehntel eingetragen, so daß man liest 5-0; 5-1; 5-2; . . . 9-8; 9-9; 1-0-0.

Die anderen Teilungen des Rechenstabes lasse man einstweilen unberücksichtigt.

Der Leser gehe nicht zu dem nächsten Abschnitt über, ehe er das Lesen auf den Teilungen vollkommen beherrscht. Dabei sei er eindringlich vor **den beiden Hauptfehlern** gewarnt:

1. die **Null an zweiter Stelle zu vergessen,** also 3-4 anstatt 3-0-4 zu lesen, 1-6 anstatt 1-0-6.
2. **Fünftel und Zehntel zu verwechseln,** also 2-1-3 anstatt 2-1-6 zu lesen, 3-5-1 anstatt 3-5-2.

Das Einstellen auf den Teilungen

Beim Arbeiten auf dem Rechenstab hat man es nicht immer mit Werten zu tun, die durch einen Teilstrich bezeichnet sind. In den meisten Fällen werden die Werte **zwischen** zwei vorhandenen Teilstrichen liegen. Auch dann muß man richtig ablesen können, was nur einiger Übung bedarf. Für dieses **„Schätzen"** des Wertes gibt es drei typische Fälle, die in den Figuren 7 bis 9 abgebildet sind.

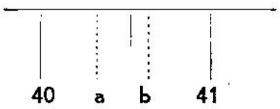


Fig. 7

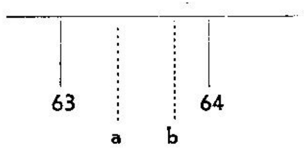


Fig. 8

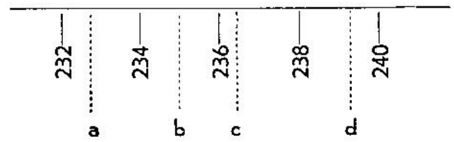


Fig. 9

In Fig. 7 haben wir zwischen zwei Teilstrichen noch die Hälfte bezeichnet, und man muß entweder links oder rechts davon ablesen. Bei a hätten wir 4-0-3, bei b dagegen 4-0-6. Man trifft die Werte am besten, wenn man die (nicht bezeichneten Mitten) 4-0-2-5 und 4-0-7-5 ins Auge faßt.

In dieser Art geht das Einstellen zwischen 2 und 5 auf den oberen und zwischen 4 und 10 auf den unteren Teilungen vor sich. Man stelle den Läuferstrich irgendwo in diesen Abschnitten ein und übe sich im Ablesen.

In Fig. 8 haben wir zu schätzen, **ohne** daß die Mitte bezeichnet ist. Die Stellung a wäre 6-3-4, b wäre 6-3-8. In den Gebieten zwischen 5 und 10 der oberen und zwischen 1 und 2 der unteren Teilungen muß so geschätzt werden. Auch hier empfiehlt es sich, die Mitte (6-3-5) ins Auge zu fassen. Man stelle wieder den Läuferstrich irgendwo ein und übe sich im Schätzen.

Noch größere Aufmerksamkeit erfordert das Schätzen in Fig. 9. Hier hat man zu beachten, daß **nur die Fünftel** vorhanden sind. Am einfachsten ist es, wenn man beim Schätzen wie bei Fig. 8 verfährt und dann verdoppelt:

Stellung a: man schätzt auf 4, verdoppelt gibt 8, Ergebnis 2-3-2-8
Stellung b: man schätzt auf 6, verdoppelt gibt 12, Ergebnis 2-3-4-0 + 1-2 = 2-3-5-2
Stellung c: man schätzt auf 2, verdoppelt gibt 4, Ergebnis 2-3-6-4
Stellung d: man schätzt auf 7, verdoppelt gibt 14, Ergebnis 2-3-9-4

So hat man zwischen 2 und 4 auf den unteren und zwischen 1 und 2 (10 und 20) auf den oberen Teilungen zu arbeiten. Man stelle wieder den Läufer beliebig ein und lese ab.

Es ist eine ausgezeichnete Übung, wenn man dem Schieber eine beliebige Stellung gibt, dann den Läufer irgendwo hinrückt und unter seinem Strich abliest, was er auf A, B, C und D zeigt. Außerdem liest man ab, was über B 1 auf A steht, was unter A 100 auf B steht, was unter C 1 auf D steht und was über D 10 auf C steht.

Bei der Benutzung des Rechenstabes ist in der Regel ein so genaues Ablesen, wie es hier gezeigt wurde, gar nicht nötig. Man gewöhne sich daran, drei Ziffern zu lesen. Nur wenn die erste Ziffer eine 1 ist, lese man vier Ziffern.

Das „Schätzen" zwischen zwei Teilstrichen macht dem Anfänger zuerst Schwierigkeiten. Man kann sich darin üben, wenn man sich einen Zentimeter in zehn Millimeter einteilt und diese Einteilung zunächst verdeckt (s. Fig. 10). Dann setzt man den Bleistift irgendwo zwischen die Endstriche und schätzt. An der aufgedeckten mm-Teilung sieht man, ob man richtig geschätzt hat.

Fig. 10

Es ist unerläßlich, Lesen und Einstellen genau zu beherrschen, ehe man zum eigentlichen Rechnen übergeht.
Man lege daher lieber noch einige Übungsstunden ein, ehe die folgenden Erklärungen begonnen werden.

Die Multiplikation

Bei den folgenden Rechnungsarten werden die Teilungen des Schiebers gegen die Teilungen des Stabes **bewegt.** **Addiert man** die Strecken zueinander, wie es in Fig. 2a gezeigt ist, so erhält man beim Rechenstab nicht die Summe, sondern **das Produkt** der beiden Zahlen. Das beruht auf der Eigenart der Teilungen, sich nach einem mathematischen Gesetz nach rechts zu verengen. So erhält man die folgende Multiplikationsregel:

Zwei Zahlen werden miteinander multipliziert, indem man die den Zahlen entsprechenden Strecken addiert.

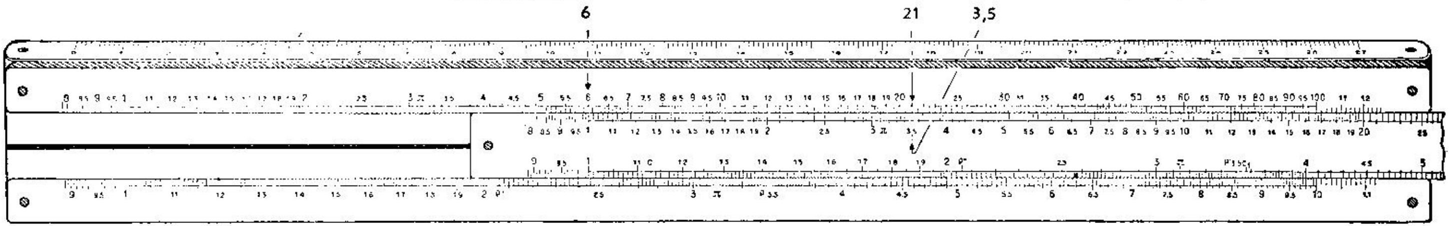


Fig. 11

In Fig. 11 ist die Aufgabe 6 · 3,5 auf den oberen Teilungen ausgeführt. Man hat B 1 unter A 6 gestellt. DieAddition der beiden Strecken reicht dann bis B 3-5, und über B 3-5 findet man auf A die Ziffernfolge 2-1. 21 ist das gesuchte Produkt.

Die Kommastellung gibt der Rechenstab also nicht; man findet sie durch einen **Überschlag mit abgerundeten Zahlen.** Bei praktischen Aufgaben weiß man außerdem stets welches Ergebnis ungefähr zu erwarten ist.

Übungen: 13,85 · 0,0967 = 1,34, abgerundet: 14 · 0,1 = 1,4. 54,5 · 7,65 = 417, abgerundet: 50 · 8 = 400. Haben die Zahlen mehr Stellen, so muß man angemessen abrunden: 204 245 · 0,089 5217. Beim Stabrechnen können von vorn gerechnet nur drei Ziffern berücksichtigt werden; nur wenn die Zahl mit 1 beginnt, sind es vier Ziffern. Mithin hat man hier abzurunden: 204 000 · 0,089 5. Es wird B 1 unter A 2-0-4 gestellt, der Läufer auf B 8-9-5; darüber steht auf A 1-8-2-6. Überschlag: 200 000 · 0,1 = 20 000, also heißt das Ergebnis 18 260.

Übungsaufgaben:	14,78 · 0,945 = 13,97	0,395 · 0,562 = 0,222
	236 · 4,06 = 958	29,4 · 123,6 = 3634
	2,34 · 0,409 = 0,957	7,77 · 66,3 = 515

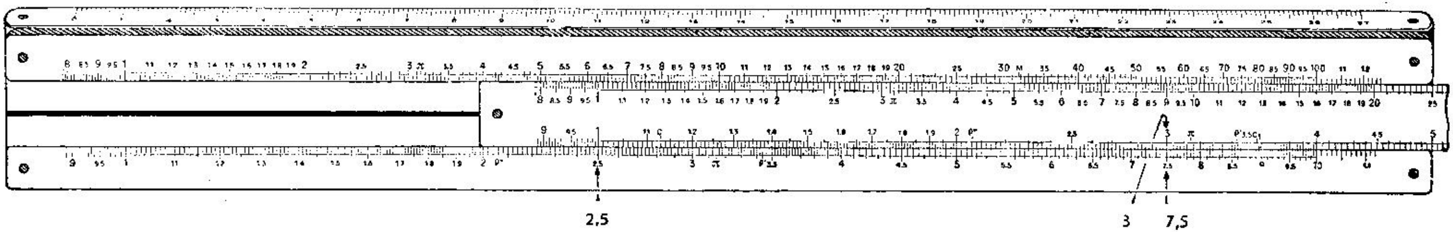


Fig. 12

In Fig. 12 ist die Multiplikation 2,5 · 3 = 7,5 auf den unteren Teilungen dargestellt. C 1 steht über D 2-5, und unter C 3 findet man das Ergebnis 7,5.

Versucht man auf den unteren Teilungen die Aufgabe 2,5 · 5 = 12,5 zu lösen, (Fig. 12), so findet man kein Ergebnis, weil unter 5 nichts mehr abgelesen werden kann. Der Schieber steht zu weit nach rechts. Fig. 13 zeigt, wie man in diesen Fällen zum Ziel kommt.Hier soll 7,5 · 4,8 ausgerechnet werden. Man hat das **rechte** Ende des Schiebers, also den Wert C 10 über D 7-5 zu stellen, dann findet man unter C 4-8 auf D die Ziffernfolge 3-6. Das Ergebnis ist also 36.

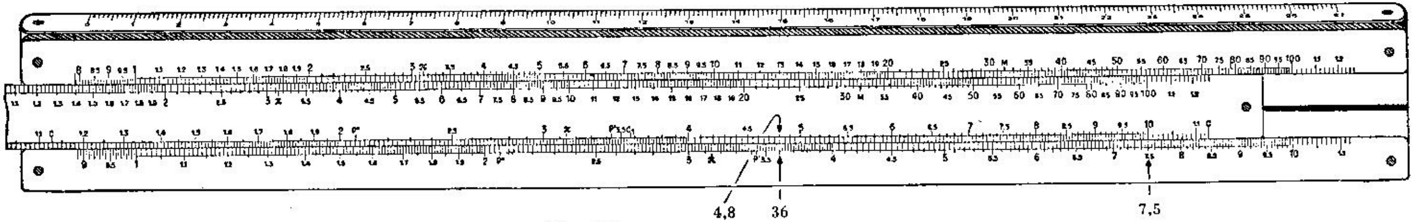


Fig. 13

Man findet die Erklärung für diesen Kunstgriff, wenn man die Aufgabe noch einmal auf den oberen Teilungen ausführt. Man sieht dann, daß das Ergebnis in die rechte Nachbarteilung fällt. Da sie unten nicht vorhanden ist, muß man den Schieber so einstellen, wie er in der Nachbarteilung steht, und das ist eben der Kunstgriff, den wir angewendet haben.

Wir kommen so zu der einfachen Regel:

Kommt man mit der Einstellung von C 1 nicht zum Ziel, so beginnt man mit der Einstellung von C 10.

Beispiel:

Der Preis einer bestimmten Holzsorte beträgt pro Festmeter 198 DM. Wie teuer kommen 0,72 Festmeter?

$$0{,}72 \cdot 198 = 142{,}5;$$

Es wird C 10 über D 1-9-8 gestellt. Man findet dann unter C 7-2 auf D die Ziffernfolge 1-4-2-5, das Ergebnis lautet also 142,5 (DM).

Multiplikation mit 3 und mehr Zahlen

In der Praxis kommt es sehr häufig vor, daß drei oder mehr Zahlen miteinander zu multiplizieren sind. Eine solche Aufgabe läßt sich auf dem Rechenstab sehr leicht lösen. Man multipliziert zunächst die ersten beiden Zahlen, beispielsweise auf den Teilungen C und D, liest aber das Ergebnis gar nicht ab, sondern „hält es mit dem Läuferstrich fest". Dann stellt man unter den Läufer die 1 der Teilung C, sucht auf der gleichen Teilung die dritte Zahl und stellt über sie den Läuferstrich. Soll man noch mit einer weiteren Zahl multiplizieren, dann macht man das gleiche nochmals. Erst wenn alle Faktoren multipliziert sind, liest man das Ergebnis ab. Sollte bei einer Einstellung mit C 1 der nächste Faktor nicht mehr im Teilungsbereich des Rechenstabes sein, dann stellt man mit C 10 ein.

Wir sparen also bei Multiplikationen mit drei und mehr Faktoren das Ablesen aller Zwischenergebnisse und erreichen somit eine bedeutende Zeitersparnis.

Beispiel: $$2{,}5 \cdot 3 \cdot 4{,}8 = 36.$$

Über D 2-5 wird C 1 gestellt, dann steht unter C 3 das Ergebnis 2,5 · 3 (Fig.12), das wir nicht abzulesen brauchen, sondern nur mit dem Läuferstrich festhalten, dann schieben wir C 10 unter den Läuferstrich (Fig. 13) und lesen unter C 4-8 das Ergebnis 36 ab. Über Multiplikationen mit drei oder mehr Faktoren siehe auch das Kapitel: „Die reziproke Teilung" (Seite 22).

Beispiel: Eine Dampfmaschine von 70 000 PS Leistung treibt einen Drehstromgenerator an, dessen Wirkungsgrad 94 % beträgt. Wie viele kW liefert der Generator?

$$N_a = \frac{70\,000 \cdot 736 \cdot 94}{100} = 700 \cdot 736 \cdot 94 = 48\,400 \text{ kW.}$$

Die Division

Das Verfahren der Multiplikation ist umzukehren, die Strecken sind voneinander abzuziehen, genauer:

Zwei Zahlen werden durcheinander dividiert, indem man die dem Nenner entsprechende Strecke von der Strecke abzieht, die dem Zähler entspricht.

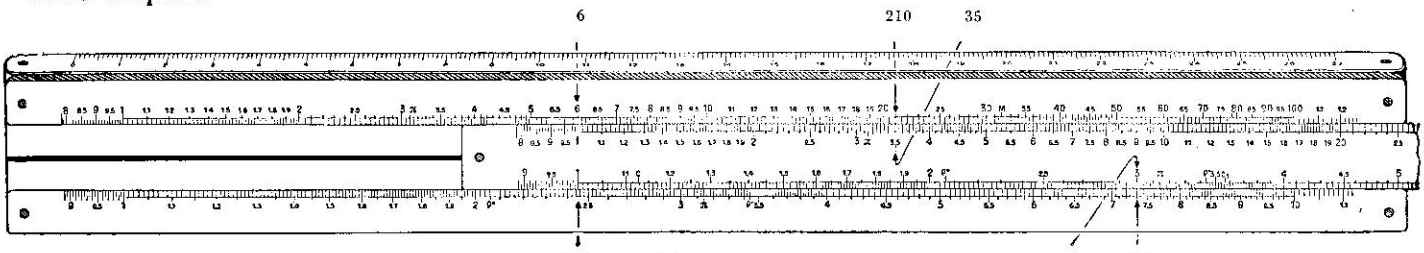


Fig. 14

In Fig. 14 ist auf den unteren Teilungen die Aufgabe 7,35 : 3 = 2,45 ausgerechnet. Von der Strecke 7,35 ist die Strecke 3 abgezogen, indem man C 3 über D 7-3-5 gestellt hat. Unter C 1 sieht man das Ergebnis dieser Streckensubtraktion, den Quotienten 2,45.

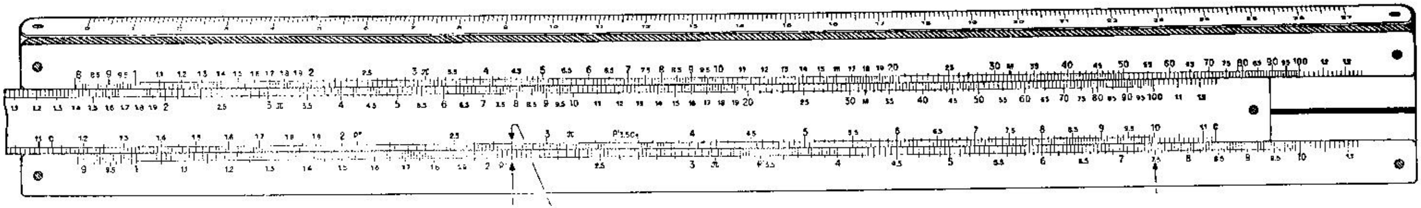
Wir können auch auf den oberen Teilungen dividieren. In Fig. 14 ist oben die Division 210 : 35 = 6 ausgerechnet. Von der Strecke 2-1-0 auf A ist die Strecke 3-5 auf B abgezogen worden, und über B 1 steht auf A das Ergebnis. Auf den oberen Teilungen kann man sich das Verfahren noch besonders deutlich machen: betrachtet man nämlich die Gleitfuge zwischen A und B als Bruchstrich, so hat man die Zahlen $\frac{210}{35}$ genau so untereinanderzustellen, wie sie auf dem Bruchstrich stehen.

In Fig. 12 ist auf den unteren Teilungen die Division 7,5 : 3 = 2,5 ausgerechnet.

Man wird vorzugsweise auf den unteren Teilungen rechnen, denn sie gestatten eine etwas genauere Ablesung. Man rechne aber die folgenden Übungen oben und unten aus.

Übungsaufgaben: 5,23 : 45,8 = 0,1142; 0,654 : 43,7 = 0,01497; 1934 : 11,34 = 170,5

Es kommt oft vor, daß der Schieber so weit nach links zu stellen ist, daß man unter C 1 nicht mehr ablesen kann; dann findet man das Ergebnis am rechten Ende unter C 10. Dieser Fall ist in Fig. 15 dargestellt. Um 210:28 zu teilen, hat man diese beiden Zahlen auf den



210 28 Fig. 15 7,5

unteren Teilungen übereinandergestellt, über D 2-1-0 steht C 2-8. Unter dem rechten Ende C 10 findet man die Ziffernfolge 7-5. Das Ergebnis ist also 7,5.

Es ist für das Dividieren daher ganz gleichgültig, an welchem Ende der Teilung man abliest. Überträgt man diese Erkenntnis auch auf die oberen Teilungen, so kann man die Divisionsregel so ergänzen:

Dividiert man auf den unteren Teilungen, so findet man das Ergebnis unter C 1 oder C 10, von denen immer ein Punkt innerhalb der Teilungen liegt. Dividiert man auf den oberen Teilungen, so findet man das Ergebnis über B 1, B 10 oder B 100, von denen immer ein, meist auch zwei Punkte innerhalb der Teilungen liegen.

Beispiel: Bei Anschluß an 442 V nimmt ein Spannungsmesser 1,475 mA auf. Wie groß ist der Widerstand des Voltmeters?

$$R = \frac{U}{J} = \frac{442}{0{,}001475} = 300\,000\ \Omega$$

Nach Beherrschung der Division kann man das auf Seite 12 angegebene zweite Multiplikationsverfahren noch anders erklären: man hat einfach vor Beginn der Multiplikation eine Division durch 10 vorgenommen, die aber die Ziffern des Ergebnisses nicht ändert.

Vereinigte Multiplikation und Division

Beim praktischen Rechnen hat man oft Aufgaben zu lösen, die aus einer Multiplikation und einer folgenden Division bestehen. Dazu sind aber nicht etwa zwei Einstellungen des Stabes erforderlich; man kommt in den meisten Fällen auf den unteren Teilungen mit einer Einstellung zum Ziel, auf den oberen Teilungen immer. Wir betrachten noch einmal die Fig. 14, ändern aber die Aufgabe um in $\frac{7{,}35 \cdot 16}{3}$. Die Einstellung ändert sich nicht, denn wir müssen die Regel befolgen, **stets mit der Division zu beginnen.**

Das Ergebnis der Division wird aber nicht abgelesen, sondern sofort mit 16 multipliziert, indem man den Läufer auf C 1-6 rückt. Darunter steht die Ziffernfolge 3-9-2, und das Ergebnis lautet 39,2.

Man gewöhne sich also daran, bei einer Rechnung, die aus Multiplikationen und Divisionen besteht, **stets mit der Division** anzufangen, da man auf diese Weise eine Schiebereinstellung und damit Zeit erspart.

Haben wir eine Aufgabe zu lösen, die aus mehreren Multiplikationen und Divisionen besteht, wie z. B. $\frac{23 \cdot 46 \cdot 57}{42 \cdot 76}$, dann beginnen wir mit der ersten Division (23 : 42), multiplizieren dieses Ergebnis mit dem zweiten Zähler (46), dividieren dieses Produkt durch den zweiten Nenner (76) und multiplizieren schließlich mit dem dritten Zähler (57). Dabei ist besonders zu beachten, daß die einzelnen Zwischen-Produkte und -Quotienten nicht abgelesen zu werden brauchen. Dadurch fallen eine Anzahl Fehlerquellen fort, die durch ungenaues Ablesen der Zwischenergebnisse entstehen könnten.

Die obige Aufgabe ist also auf folgende Weise zu lösen: 23 : 42 · 46 : 76 · 57. Ergebnis: 18,9.

Man überzeuge sich davon, daß beim Rechnen auf den oberen Teilungen die Aufgaben mit einer Einstellung möglich sind.

Beispiel: Bei 6,5 m Gefälle beträgt die Leistung einer Turbine mit 82% Wirkungsgrad 640 PS. Wie groß ist die Wassermenge pro Sekunde?

$$P = \frac{640 \cdot 75 \cdot 100}{82 \cdot 6{,}5} = 9000 \text{ kg} = 9 \text{ m}^3,$$

Jede Prozentrechnung ist eine Dreisatzaufgabe und muß sich daher in dieser Form lösen lassen. Es sei von DM 27.80, DM 30.50, DM 34.30, DM 36.50, DM 40.30 und DM 42.— anzugeben, um wieviel Prozent diese Summen einen Grundbetrag von DM 24.50 übersteigen. Alle diese Aufgaben stimmen in ihrem „Ansatz“ überein, in der Tatsache, daß DM 24.50 als 100% zu gelten haben. Die Lösung aller Aufgaben besteht einfach darin, daß man diese beiden Werte auf zwei entsprechenden Teilungen einander gegenüberstellt, und zwar wird C 1, das man hier als 100% zu lesen hat, über D 2-4-5 gestellt. Damit ist eine Tabelle gebildet, bei der auf D die Geldwerte, auf C die Prozent werte stehen. Sucht man auf D DM 27.80, so findet man darüber auf C 1-1-3-5, was 113,5% bedeutet. Diese Summe übersteigt also den Grundwert um 13,5%. Über D DM 30.50 findet man 124,5%, über DM 34.30 140%, DM 36.50 149%, über DM 40.30 164,5% und über DM 42.— endlich 171,4%.

Bei der Berechnung von Eisenstabgewichten ist stets eine Multiplikation mit dem spez. Gewicht 7,85 notwendig. Ersetzt man diese durch eine Division mit dem reziproken Wert 1 : 7,85 = 0,1274, so kann das Gewicht für jede beliebige Stablänge abgelesen werden, da eine Tabelle entstanden ist.

Beispiel: Gewicht von 6,3 m Flacheisen 85 mm x 16 mm. Querschnitt 1360 mm^2. Man stellt C 1274 über D 1360, dann stehen auf C die Längen und auf D die Gewichte, z. B. unter C 63 das Gewicht 67,25 kg.

Quadrat und Quadratwurzel

Das Ablesen der Quadrate und Quadratwurzeln

Dieses Kapitel erfordert zunächst nur Lese- und Einstellarbeit.

Die Tatsache, daß die oberen Teilungen im halben Maßstab der unteren aufgetragen sind, bewirkt, daß man auf A das Quadrat zu jeder Zahl auf D findet. In Fig. 16 ist die Aufgabe $3^2 = 9$ eingestellt.

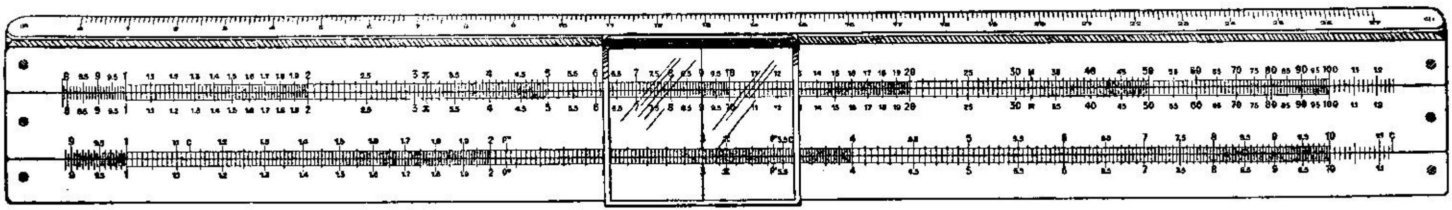
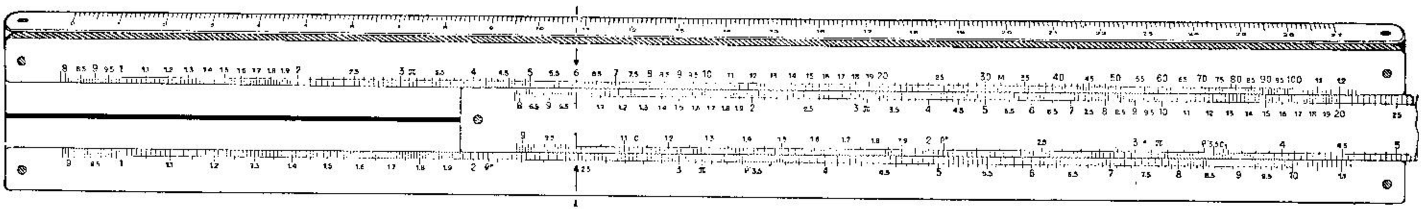


Fig. 16

Man findet ein Quadrat, wenn man die zu quadrierende Zahl auf D einstellt und nachsieht, welche Zahl auf A darüber steht.

Man kann dazu den Läuferstrich benutzen, wie in Fig. 16, man kann den Anfangsstrich der Schieberteilungen benutzen, wie in Fig. 17, und man kann die Einstellung auch mit dem Endstrich der Schieberteilung vornehmen. Fig. 17 zeigt die Aufgabe $2{,}45^2 = 6$.

6



2,45

Fig. 17

Man kann auch die zu quadrierende Zahl auf C einstellen und das Quadrat auf B ablesen.

Das Komma muß man stets durch einen Überschlag finden, wie es die folgenden Beispiele zeigen:

$0{,}369^2$. Man stellt den Läufer auf D 3-6-9 und liest auf A die Ziffernfolge 1-3-6 ab. Das Ergebnis muß zwischen $0{,}3^2 = 0{,}09$ und $0{,}4^2 = 0{,}16$ liegen, kann also nur 0,136 heißen.

$114{,}5^2$. Es wird auf D 1-1-4-5 eingestellt. Auf A steht die Ziffernfolge 1-3-1. Die Zahl muß über 100^2 liegen, also 13 100.

$7{,}47^2$. Mit dem Läuferstrich findet man über D 7-4-7 die Ziffernfolge 5-5-8. Das Ergebnis ist also 55,8.

Man gewöhne sich daran, sowohl beim Einstellen als auch beim Ablesen **nur mit den Ziffernfolgen** zu arbeiten und den Dezimalwert durch eine Überlegung nachträglich festzusetzen. Bei diesem Überschlagen ist großzügiges **Abrunden** der Zahlen der sicherste Weg, handelt es sich doch nur darum, daß man sich gegen Verzehnfachung oder Zehntelung schützt.

Übungsaufgaben: $1{,}345^2 = 1{,}81$; $4{,}57^2 = 20{,}9$; $0{,}765^2 = 0{,}585$; $67{,}3^2 = 4530$.

Wenn der Übergang von einer unteren zu einer oberen Teilung ins Quadrat erhebt, muß der umgekehrte Weg die Quadratwurzel liefern.

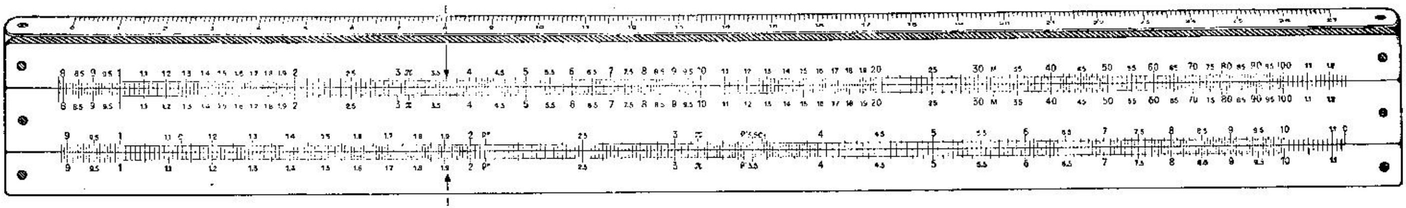
Man findet die Quadratwurzel, wenn man den Radikanden auf A einstellt und nachsieht, welche Zahl auf D darunter steht.

Die beiden letzten Figuren zeigen $\sqrt{9} = 3$ und $\sqrt{6} = 2{,}45$.

Das Quadratwurzelziehen ist aber nicht ganz so einfach wie das Quadrieren, was wir an dem folgenden Beispiel erkennen können.

Es soll $\sqrt{3{,}65}$ gezogen werden. In Fig. 18 ist dargestellt, wie man den Läuferstrich auf A 3-6-5 gestellt hat und darunter auf D die Ziffernfolge 1-9-1 findet. Es ist also $\sqrt{3{,}65} = 1{,}91$.

$\sqrt{3,65}$



1,91 Fig. 18

Man hätte die Ziffern aber auch auf der rechten Hälfte von A einstellen können, wie es Fig. 19 zeigt. Dann hätte man auf D die Ziffernfolge 6-0-4 gelesen. Das ist $\sqrt{36,5}$.

$\sqrt{36,5}$

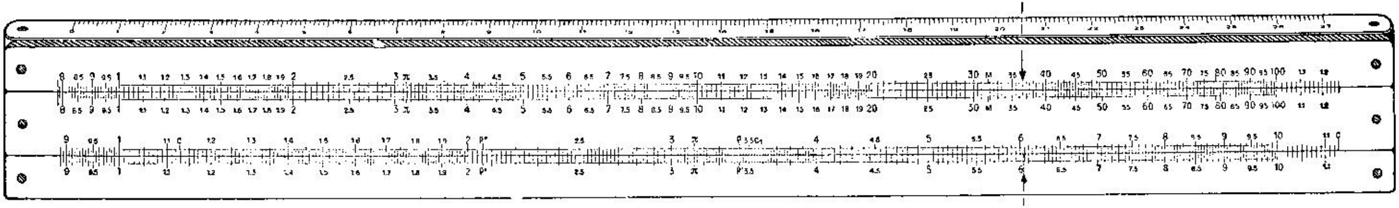


Fig. 19 6,04

Beim Quadratwurzelziehen muß man sich also **zuvor darüber Rechenschaft ablegen, ob man den Radikanden auf der linken oder auf der rechten Hälfte einstellen muß.** Links stehen die Radikanden von 1 bis 10, rechts die von 10 bis 100.

Übungsaufgaben: $\sqrt{4,56} = 2,14$; $\sqrt{7,68} = 2,77$; $\sqrt{45,3} = 6,73$; $\sqrt{70,8} = 8,41$

Liegt der Radikand unter 1 oder über 100, so verlegt man ihn durch eine kleine Rechnung zwischen 1 und 100.

Beispiele: $\sqrt{1935}$. Man zerlegt $\sqrt{1935} = \sqrt{100 \cdot 19,35} = 10 \cdot \sqrt{19,35} = 10 \cdot 4,4 = 44$

$\sqrt{0,543} = \sqrt{54,3 : 100} = \sqrt{54,3} : 10 = 7,37 : 10 = 0,737$; $\sqrt{0,003\,78} = \sqrt{37,8 : 10\,000} = \sqrt{37,8} : 100 = 6,15 : 100 = 0,0615$

$\sqrt{145,8} = \sqrt{100 \cdot 1,458} = 10 \cdot \sqrt{1,458} = 10 \cdot 1,207 = 12,07$; $\sqrt{507\,000} = \sqrt{10\,000 \cdot 50,7} = 100 \cdot \sqrt{50,7} = 100 \cdot 7,12 = 712.$

Beispiel: Berechne den Durchmesser einer Welle für N = 50 PS und n = 400 U / min.

$$d = 12 \cdot \sqrt[4]{\frac{N}{n}} = 12 \cdot \sqrt{\sqrt{\frac{N}{n}}} = 12 \cdot \sqrt{\sqrt{\frac{50}{400}}} = 12 \cdot \sqrt{\sqrt{0{,}125}} = 12 \cdot 0{,}595 = 7{,}14 \text{ cm};$$

N. R.: $\sqrt{0{,}125} = \sqrt{12{,}5} : 100 = \sqrt{12{,}5} : 10 = 3{,}54 : 10 = 0{,}354$;

$\sqrt{0{,}354} = \sqrt{35{,}4} : 100 = \sqrt{35{,}4} : 10 = 5{,}95 : 10 = 0{,}595$; Zunächst wird die Division 50 : 400 ausgeführt, indem man A 50 und B 4 untereinander stellt. Die Ziffernfolge des Quotienten 1-2-5 auf A zeigt das linke Ende des Schiebers, so daß die Wurzel daraus (0,354) unmittelbar darunter auf D abgelesen werden kann. Da nochmals radiziert werden muß, überträgt man die Ziffernfolge 3-5-4 als 35,4 (siehe N. R.!) auf A und erhält darunter auf D 5-9-5, welches mit 12 multipliziert das Endergebnis 7,14 cm ergibt.

Ein geschickter Rechner hat diese Umwandlungen aber gar nicht nötig, denn er stellt durch einen **voraufgehenden** Überschlag fest, was ungefähr herauskommt. $\sqrt{1935}$ muß zwischen 40 ($40^2 = 1600$) und 50 ($50^2 = 2500$) liegen, mithin muß man rechts einstellen; $\sqrt{145{,}8}$ muß etwas größer als 12 sein, denn $12^2 = 144$, also muß man links einstellen.

Beispiele: $\sqrt{0{,}0398} = 0{,}1995$. Schätzung: das Ergebnis muß fast 0,2 sein, denn $0{,}2^2 = 0{,}04$, also muß man links einstellen. $\sqrt{7600} = 87{,}2$. Schätzung: das Ergebnis muß zwischen $80^2 = 6400$ und $90^2 = 8100$ liegen, also muß man rechts einstellen.

Alle Aufgaben dieses Kapitels lassen sich auch mit den beiden Teilungen B und C erledigen.

Merkregel: Die Zahlen welche eine, drei, fünf usw. Stellen vor dem Komma oder eine, drei, fünf usw. Nullen hinter dem Komma haben, werden auf der linken Hälfte eingestellt; alle gradstelligen dagegen rechts.

Das Rechnen mit Quadraten und Quadratwurzeln

Es ist zu berechnen: $2{,}04^2 \cdot 3{,}65$. Man stellt C 1 auf D 204: dann zeigt der Anfang des Schiebers (B1) auf der oberen Teilung das Quadrat 4,16, das aber nicht abgelesen zu werden braucht.

Man führt sofort die Multiplikation mit dem zweiten Faktor aus, indem man den Läuferstrich auf B 365 richtet und darüber auf A das Produkt 15,19 abliest.

Gelegentlich wird eine Umstellung nötig, um oben weiter multiplizieren zu können, wie bei der Aufgabe $7{,}31^2 \cdot 0{,}182$. Man stellt C 10 auf D 731; dann zeigt B 100 auf A das Quadrat; man schiebt den Läuferstrich auf B 182 und liest auf A das Ergebnis 9,73.

Man soll $2{,}32^2 : 3{,}05$ berechnen. Man stellt den Läuferstrich auf D 232, dann zeigt er auf A das Quadrat, das man nicht abliest. Vielmehr zieht man B 305 unter den Läuferstrich und findet dann über B 1 auf A das Ergebnis 1,765.

Kommt der quadratische Faktor im Nenner vor, so hat man die untere Teilung C des Schiebers zu Hilfe zu nehmen.

Beispiel: $\frac{167{,}5}{(11{,}25)^2}$

Man sucht auf der Teilung A die Zahl 167,5 (A 1675) und hält sie mit dem Läuferstrich fest. Unter den Strich zieht man C 1-1-2-5, womit man zugleich $11{,}25^2$ auf B unter den Strich gestellt hat.

Die Einstellung der Division ist also fertig, und man liest über dem linken Ende des Schiebers das Ergebnis 1,32 auf A ab.

Bei den Aufgaben $(2{,}04 \cdot 3{,}65)^2$, $(2{,}04 : 3{,}65)^2$ und $\left(\frac{2{,}04 \cdot 3{,}65}{2{,}32}\right)^2$ hat man zunächst die Multiplikationen und Divisionen innerhalb der Klammern auf den Teilungen C und D auszurechnen und dann über diesem Ergebnis auf der Teilung A das Quadrat abzulesen.

In derselben Weise sind bei den Aufgaben $\sqrt{2{,}04 \cdot 3{,}65}$; $\sqrt{2{,}04 : 3{,}65}$ und $\sqrt{\frac{2{,}04 \cdot 3{,}65}{2{,}32}}$ die Ausdrücke unter dem Wurzelzeichen auf den Teilungen A und B zu berechnen. Die Wurzel findet man dann unter diesem Ergebnis auf der Teilung D.

Wir behandeln nunmehr solche Ausdrücke, in denen eine Quadratwurzel neben anderen Faktoren auftritt. Man hat sie an den Anfang zu stellen, den Radikanden auf den oberen Teilungen auszurechnen, geht dann auf die unteren Teilungen über und beendet dort die Rechnung.

$\sqrt{\frac{53}{9{,}809}} \cdot \pi$; (Foucaultscher Pendelversuch am Ulmer Münster zur Ermittlung der Schwingungsdauer)
Der Radikand liegt zwischen 5 und 6, hat also auf der linken Hälfte zu erscheinen.

Dies erreicht man, wenn man A 5-3 und B 9-8-1 untereinander stellt. Weitere Verstellungen des Schiebers sind nicht nötig, denn die Division 53 : 9,81 zeigt das linke Ende des Schiebers; die Wurzel daraus steht unmittelbar darunter auf D; die Multiplikation mit dem letzten Faktor erhält man, indem man den Läuferstrich auf C π richtet. Darunter steht auf der untersten Teilung das Endergebnis 7,3 (sec.)

Beispiel: $\frac{\sqrt{35{,}7} \cdot 18{,}5}{24{,}3}$; Überschlag: $\frac{6 \cdot 18}{24} = 4{,}5$

Man stellt den Läuferstrich auf A 3-5-7 ein, hat auf D die Wurzel, zieht darunter C 2-4-3 und schiebt den Läuferstrich auf C 1-8-5. Dann zeigt er auf D das Ergebnis 4,55 an.

Beispiel: Wie groß muß der ⌀ einer 1000 m langen Kupferleitung sein, wenn der Leitungswiderstand 2 Ohm nicht überschreiten soll und die Leitfähigkeit des Kupfers 56 $\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2}$ beträgt?

$$d = \sqrt{\frac{4\ 1}{k \cdot \pi \cdot R}} = \sqrt{\frac{4000}{112 \cdot \pi}} = 3{,}36 \text{ mm};$$

Man stellt B π unter A 40, hält das Ergebnis auf A mit dem Läuferstrich fest und stellt darunter B 1,12. Als Endergebnis findet man unter C 1 auf D 3,36.

Beispiel: $\dfrac{46{,}2 \cdot 64{,}8;}{\sqrt{11{,}7 \cdot 31{,}5}}$ Überschlag: $\dfrac{45 \cdot 66}{3 \cdot 6} = 15 \cdot 11 = 165.$

Wir zerlegen die Wurzel des Nenners in die beiden Wurzeln $\sqrt{11{,}7} \cdot \sqrt{31{,}5}$. Dann stellt man den Läuferstrich auf D 462 und zieht darunter B 117 auf der rechten Hälfte der Teilung B, womit man sofort auch die Division $46{,}2 : \sqrt{11{,}7}$ eingestellt hat. Dann rückt man den Läuferstrich auf C 648 und zieht darunter B 315, womit zugleich der Divisor $\sqrt{31{,}5}$ eingestellt ist. Unter dem linken Ende des Schiebers findet man dann das Gesamtergebnis 155,9.

Die reziproke Teilung

Verschiedene CASTELL-Rechenstäbe haben zwischen den Teilungen B und C eine in entgegengesetzter Richtung verlaufende Teilung, die man **reziproke Teilung** nennt und mit R bezeichnet. Sie ist unterteilt wie die Teilungen C und D, so daß uns das Lesen schon vertraut ist. Um Ablesefehler zu vermeiden, ist stets darauf zu achten, daß sie in entgegengesetzter Richtung verläuft. Es wird empfohlen, zunächst einige Lese- und Einstellübungen auf der Teilung R vorauszuschicken.

Durch die reziproke Teilung wird die Zahl der Anwendungsmöglichkeiten des Rechenstabes stark erhöht.

1. Es kommt sehr oft vor, daß man zu einer Zahl den reziproken Wert braucht. Das leistet diese Teilung, und zwar braucht man nur eine Einstellung des Läufers vorzunehmen. Zeigt nämlich der Läufer irgendeine Zahl auf C, etwa 5, so zeigt er auf R den reziproken Wert 1 : 5 = 0,2. Man liest natürlich nur die Ziffer 2, denn das Komma muß man selbst richtig einfügen. Man kann auch die Zahl auf R

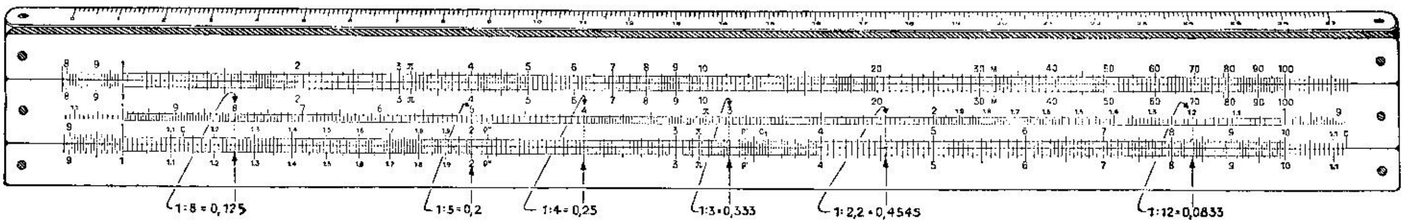


Fig. 20

einstellen, etwa 8, und findet dann auf C den reziproken Wert 1 : 8 = 0,125. In Fig. 20 sind diese und einige andere reziproke Werte eingetragen.

2. Sucht man $1 : a^2$, so richtet man den Läufer auf a der Teilung R und liest darüber auf B das Ergebnis $1 : a^2$.

Beispiel: $1 : 2{,}44^2 = 0{,}168$ (siehe Fig. 21a). Beispiel: Es ist der Widerstand R eines Verbrauchers gesucht, der bei einer Leistung N = 1320 Watt, einen Strom J = 6 A aufnimmt. $R = N \cdot \frac{1}{J^2} = 1320 \cdot \frac{1}{6^2} = 36{,}7\ \Omega$

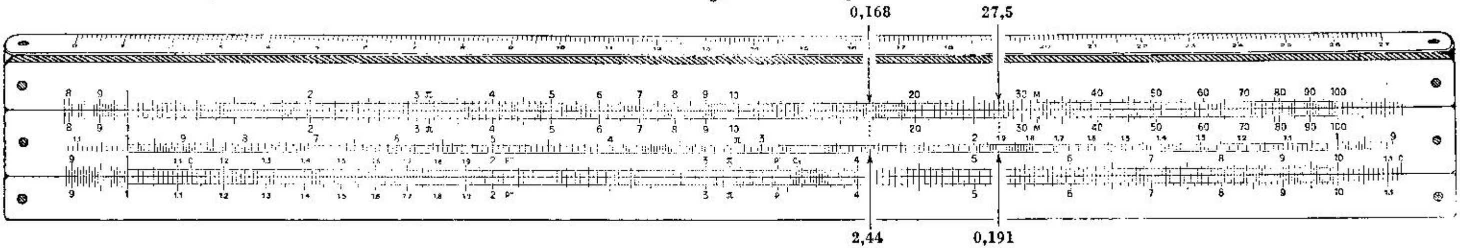


Fig. 21

3. Sucht man $1 : \sqrt{a}$, so stellt man den Läuferstrich auf a der Teilung B und findet darunter auf R das Ergebnis $1 : \sqrt{a}$.

Beispiel: $1 : \sqrt{27{,}5} = 0{,}191$ (siehe Fig. 21b). Beispiel: Umwandlung von 120 V Einphasenwechselstrom in Gleichstrom mittels Einankerumformer. $U = \frac{2 \cdot U}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\ U = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 240 = 170\ V.$

Lösung: B 2 über D 240 stellen, Endergebnis unter C 1 = 169,6 V

4. Man hat oft drei Werte miteinander zu multiplizieren, und dem Anfänger erscheint es natürlich, daß hierzu zwei Bewegungen auf dem Stab ausgeführt werden, wie wir das schon auf Seite 13 gezeigt haben.

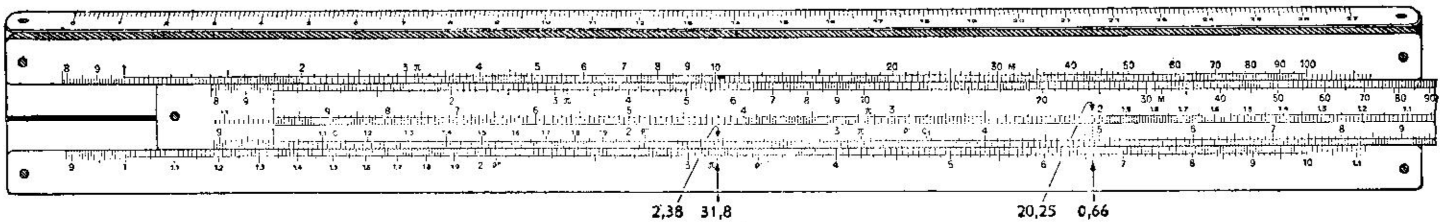


Fig. 22

Man multipliziert zuerst die ersten beiden Zahlen miteinander, dann das Ergebnis mit der dritten Zahl. Benutzt man aber die Teilung R, so geht alles mit **einer** Bewegung zu erledigen. In Fig. 22 ist die Aufgabe 0,66 · 20,25 · 2,38 ausgeführt. Man hat die erste Zahl (0,66) auf D einzustellen und dann mittels des Läuferstriches die zweite Zahl (20,25) auf R darüberzustellen. Man multipliziert diese mit der ersten also dadurch, daß man mit dem reziproken Wert der zweiten Zahl dividiert. Sucht man dann die dritte Zahl (2,38) auf C, so liest man darunter auf D das Ergebnis. Man findet die Ziffernfolge 3-1-8; ein Überschlag ($^2/_3 \cdot 20 \cdot 2 \sim 26$) zeigt, daß es 31,8 heißen muß.

Als wesentlich merken wir uns die Reihenfolge, in der die drei Teilungen benutzt werden müssen: zuerst D, dann R, zuletzt C, Ergebnis auf D.

Beispiele:	$415 \cdot 2{,}16 \cdot 20{,}2 = 18\,110$	Schätzung: $500 \cdot 2 \cdot 20 = 20\,000$
	$0{,}505 \cdot 15{,}3 \cdot 246 = 1\,900$	zu klein: $\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 200 = 1\,500$
		zu groß: $\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 300 = 2\,250$. Dazwischen muß es liegen.

Immer geht es nicht so bequem; wenn die drei Zahlen schlecht liegen, muß man auf den Vorteil verzichten und in zwei Gängen nacheinander multiplizieren, oder aber man verdoppelt einen Faktor und halbiert dafür einen anderen z. B. statt

$$58 \cdot 6{,}92 \cdot 0{,}396 = 116 \cdot 3{,}46 \cdot 0{,}396 = 159.$$

Übungsaufgaben:

Rechne auf die hier erklärte Art die Übungsaufgaben von Seite 14 aus.

5. Durch eine Umkehrung dieses Verfahrens lassen sich Divisionen durch zwei Divisoren lösen. Man stellt die beiden Teiler mit dem Läuferstrich auf D und R untereinander, richtet den Läufer dann auf den Dividenden der Teilung D und findet darüber auf C das Ergebnis.

Die reziproke Teilung gestattet auch noch die Ablesung der Werte $1 : a^3$ und $1 : \sqrt[3]{a}$, wenn auf dem Rechenstab eine Kubenteilung vorhanden ist (siehe hierzu das Kapitel „Kubus und Kubikwurzel werden mit Hilfe der Kuben-Teilung berechnet“ auf Seite 33).

Die trigonometrischen Teilungen

Diese Teilungen werden weit seltener gebraucht als die Grundteilungen auf der Vorderseite.

Die Sinusteilung

Bei den Rechenstäben **CASTELL** — 1/60, 1/98, 4/98, 67/91, 67/98 und dem einfachen Rechenstab 55/91 arbeitet sie mit der oberen Teilung B zusammen, doch muß man sich alle Werte auf B durch 100 geteilt denken. Die Teilung beginnt also mit 0,01 und endet rechts mit 1.

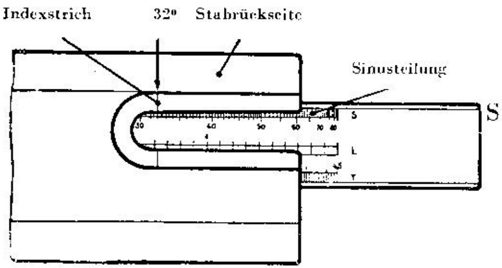


Fig. 23a

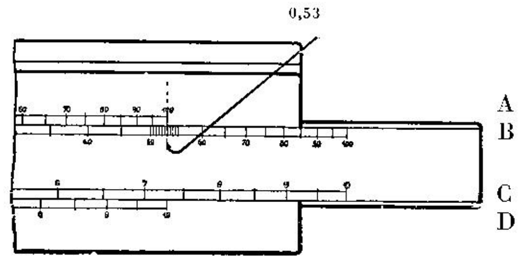


Fig. 23b

Es soll sin 32° abgelesen werden. Wir wenden den Stab um und ziehen den Schieber so lange nach rechts, bis unter dem oberen Ablesestrich der rechten Einfräsung die 32 der Sinusteilung erscheint (Fig. 23a). Dreht man dann den Stab wieder um, so liest man unter A 100 auf B die Ziffern 5-3 (Fig. 23b). Also ist sin 32° = 0,53.

Man hätte den Schieber auch nach links herausziehen können, bis S 32 unter dem linken oberen Ablesestrich erscheint, doch ist das nicht zu empfehlen, da dann der Schieber zu weit herausgezogen werden müßte. Die linke Einstellung wählt man bei den kleinen Winkeln, etwa wenn man sin 4,5° sucht. Man zieht den Schieber nach links, bis 4,5° unter den Ablesestrich kommt, wendet um und findet unter A 1 die Ziffern 7-8-5. Also ist sin 4,5° = 0,0785, denn die linke Hälfte von B reicht von 0,01 bis 0,1.

Bei den Rechenstäben **CASTELL** 1/87, 4/87, 67/87 und den einfachen Stäben 51/87 und 57/87 arbeitet die Sinusteilung mit der unteren Teilung C zusammen. Man liest den sin dann auf C über D 10 (bzw. D 1) ab, doch muß man sich alle Werte auf C durch 10 geteilt denken. Die Teilung beginnt also links mit 0,1 und endet rechts mit 1.

Übungsaufgaben:	$\sin 34^0 = 0{,}559$	$\sin 65^0 = 0{,}906$
	$\sin 17^0\ 30' = 0{,}301$	$\sin 45^0 = 0{,}707$

Will man eine Kosinusfunktion ablesen, so bedient man sich der Beziehungen $\cos \alpha = \sin (R - \alpha)$.

Die Tangensteilung

Die Ablesung geschieht in ähnlicher Weise. Die Tangensteilung arbeitet mit der unteren Teilung C zusammen, die man von 0,1 bis 1 lesen muß. Hier kann man **nur** den unteren Ablesestrich der linken Ausfräsung benutzen. Es soll tg 7° 40′ abgelesen werden. Der Schieber wird so lange nach links gezogen, bis 7° 40′ der Tangensteilung über dem linken Ablesestrich steht (Fig. 24a). Wendet man dann den Stab um, so liest man über D 1 auf C die Ziffernfolge 1-3-4-6 (s. Fig. 24b). Es ist also tg 7° 40′ = 0,1346.

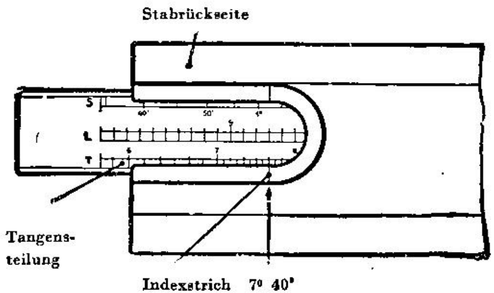


Fig. 24a

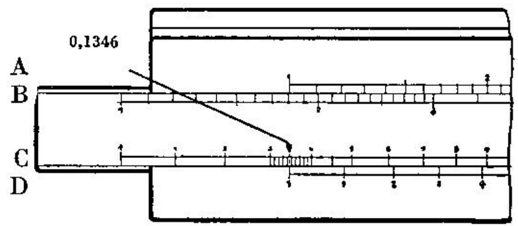


Fig. 24b

Hat man hintereinander viele Sinus- und Tangenswerte abzulesen, so ist es weit bequemer, den Schieber umgewendet einzuführen, wie es Fig. 25 zeigt. Dann liegt S an A und T an D, und man hat sowohl eine Sinus- als auch eine Tangenstafel vor sich, auf der man nur abzulesen braucht. Man suche die oben angegebenen Werte auf.

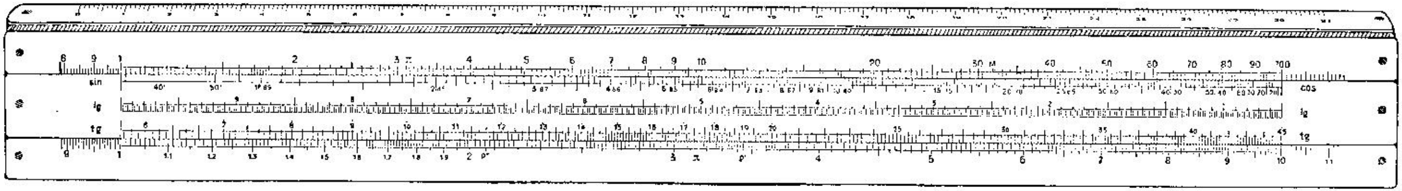


Fig. 25

Bei dem Stab **CASTELL** — 4/98 gehört die **T**-Teilung zu der oberen Stabteilung. Das Ablesen ändert sich daher etwas: Man stellt ein, wie beschrieben, liest aber unter **A** 1 auf **B** ab. Die abgelesenen Werte sind durch 100 zu dividieren.

Die Tangenswerte der Winkel über 45° und die Kotangenswerte findet man unter Beachtung der Beziehungen ctg α = tg (R — α) und ctg α = 1 : tg α.

Beispiel: Es soll die Höhe eines Turmes berechnet werden, wenn in 25 m Entfernung vom Fußpunkt desselben die Turmspitze unter einem Winkel von 55° anvisiert wird.

$$h = 25 \cdot \text{tg } 55^0 = 25 \cdot 1{,}43 = 35{,}8 \text{ m}$$

Die Sinus-Tangens-Teilung

Die Rechenstäbe **CASTELL** 1/87, 67/87 und die einfachen Stäbe 51/87 und 57/87 tragen auf der Schieber-Rückseite außer der S- und T-Teilung eine vereinigte Sinus-Tangens-Teilung (S & T) der Winkel von 34′ bis 5° 43′. Will man Funktionen dieser kleinen Winkel

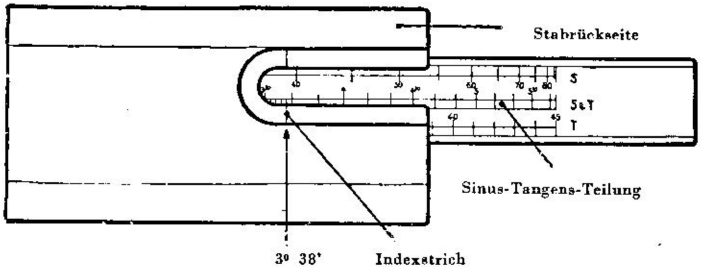


Fig. 26a

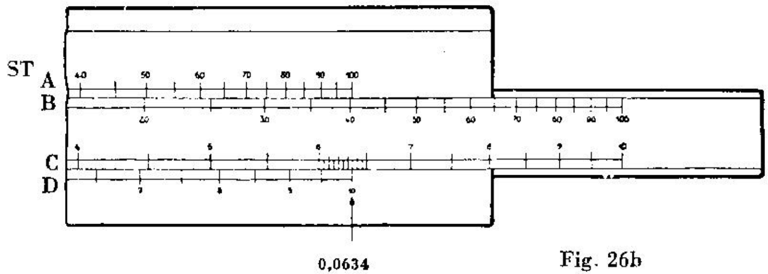


Fig. 26b

ablesen, so benutzt man diese **S & T**-Teilung, da sich Sinus und Tangens solch kleiner Winkel nicht mehr merkbar voneinander unterscheiden. Die Differenz ist bei 35′ in der vierten Dezimale nicht mehr wesentlich, und bei 5° 40′ beträgt sie etwa 0,0005. Zum Ablesen dient der rechte untere Indexstrich, wobei die abgelesenen Werte auf der Teilung **C** durch 100 zu dividieren sind. Die auf **D** abgelesenen Kontangenswerte sind mit 10 zu multiplizieren.

Es soll sin 3° 38′ oder tang 3° 38′ abgelesen werden.

Man stellt den Winkel 3° 38′ der **S & T**-Teilung über den rechten unteren Ablesestrich, dreht den Stab um und liest über **D** 10 auf **C** das Ergebnis 0,0634 ab (Fig. 26).

Die Marken ϱ', ϱ'' und ϱ

Zum Ablesen der Funktionen sehr kleiner Winkel dienen die Marken ϱ' und ϱ''. Beide sind auf der Teilung **C** der CASTELL-Präzisions-Rechenstäbe zu finden und zwar zwischen den Werten **C** 34 und **C** 35 bzw. zwischen **C** 20 und **C** 21.

ϱ' wird verwendet, wenn der Winkel in Minuten, ϱ'', wenn er in Sekunden gegeben ist.
Bei solch kleinen Winkeln sind die trigonometrischen Funktionen sin und tg vom arc praktisch nicht mehr zu unterscheiden.

Beispiel: sin 17′ $\approx$ tg 17′ $\approx$ arc 17′ = 0,00495.

Man stellt die Marke ϱ' über **D** 17 und findet die Funktion unter **C** 10 auf der Teilung **D**.
Beispiel: sin 43″ $\approx$ tg 43″ $\approx$ arc 43″ = 0,0002085.
Man stellt die Marke ϱ'' über **D** 43 und findet die Funktion unter **C** 1 auf der Teilung **D**.

Bei Stäben mit neuer Winkelteilung (100^g Teilung des Quadranten) verfährt man ebenso mit der Marke ϱ (zwischen **C** 63 und **C** 64 eingeritzt), gleichgültig, ob es sich um Centiminuten oder Centisekunden handelt.

Beispiel: sin $0{,}17^g \approx$ tg $0{,}17^g \approx$ arc $0{,}17^g = 0{,}00267$.
sin $0{,}0040^g \approx$ tg $0{,}0040^g \approx$ arc $0{,}0040^g = 0{,}0000628$.

Multiplizieren und Dividieren mit Sinuswerten

Die Erklärungen beziehen sich auf den Regelfall, daß die Sinusteilung mit den oberen Stabteilungen **A** und **B** zusammenarbeitet. Gehört sie zu den unteren Teilungen **C** und **D**, wie z. B. bei den CASTELL-Rechenstäben System Rietz, so hat man an die Stelle von **A** und **B** stets **D** und **C** zu setzen.

Man arbeitet am zweckmäßigsten mit dem umgekehrten Schieber, so daß die Sinusteilung an der **A**-Teilung gleitet:

Fig. 27

Soll man $18{,}5 \cdot \sin 26^0$ ausrechnen, so setzt man den Anfang der Sinusteilung unter **A** 185, schiebt den Läuferstrich auf **S** 26^0 und liest darüber auf **A** das Ergebnis 8,11.

Beispiele: $144 \cdot \sin 13^0\ 50' = 34{,}4$;

$21{,}4 \cdot \sin 27^0 = 9{,}72$.

Auch bei diesen Multiplikationen läßt sich eine Umstellung nicht immer vermeiden. Man hat dann statt des Anfangsstriches den Endstrich der Sinusteilung unter den zahlenmäßig gegebenen Faktor zu stellen und im übrigen zu verfahren, wie oben angegeben.

Diese Aufgaben können auch gerechnet werden, ohne den Schieber umzudrehen:

Beispiel: $18{,}5 \cdot \sin 26^0 = 8{,}11$.

Man stellt an der oberen Marke des rechten Ausschnittes 26^0 ein, dreht den Stab um, setzt den Läufer auf **A** 185 und liest unter dem Läuferstrich auf **B** den Wert 8,11 ab.

Auch bei Divisionen kann man sich zweckmäßig des umgekehrten Schiebers bedienen. Zur Ausführung der Aufgabe $\frac{19{,}6}{\sin 48^0}$ stellt man 196 auf **A** und 48^0 der Sinusteilung untereinander und liest über dem Ende des Schiebers, das innerhalb des Stabes liegt, das Ergebnis 26,37 ab.

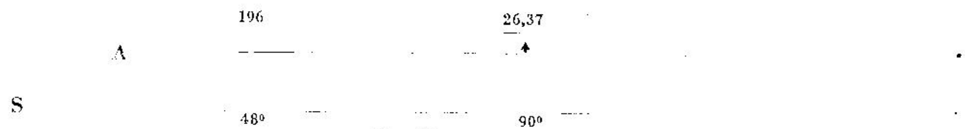


Fig. 28

Übungsbeispiele: $\frac{38{,}2}{\cos 22{,}5^0} = \frac{38{,}2}{\sin 67{,}5^0} = 41{,}35$; $\frac{112}{\sin 19^0} = 344$; $\frac{0{,}425}{\sin 16^0\,20'} = 1{,}511$.

Kommt der Sinus lediglich im Nenner vor, so ist der Schieber nicht umzukehren.

Soll wieder die Aufgabe $\frac{19{,}6}{\sin 48^0}$ berechnet werden, so kann man den Schieber so weit nach rechts ausziehen, bis man an der oberen Marke des Ausschnittes 48^0 eingestellt hat. Dann findet man unter **A** 100 den sin 48^0, also über **B** 1 auf **A** den reziproken Wert $\frac{1}{\sin 48^0}$. Um diesen noch mit 19,6 zu multiplizieren, hat man den Läuferstrich auf **B** 196 zu setzen. Dann zeigt er auf **A** das Ergebnis 26,37. Man rechne die obigen Beispiele auch auf diesem Wege.

Das Multiplizieren und Dividieren mit Tangenswerten geht in der gleichen Weise vor sich.

Die Teilung für die dekadischen Logarithmen

An Stelle der im letzten Abschnitt erklärten Teilung S & T befindet sich auf den meisten Rechenstäben die Teilung L. Sie dient zum Ablesen der Logarithmen. Dabei muß man den Schieber **stets** nach **rechts** ziehen und am unteren Ablesestrich arbeiten. Es soll log 1,35

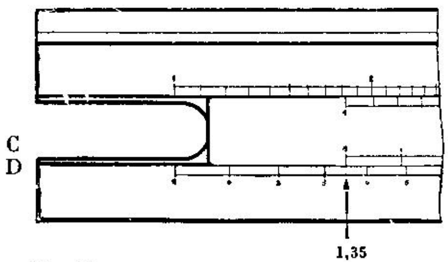


Fig. 29a

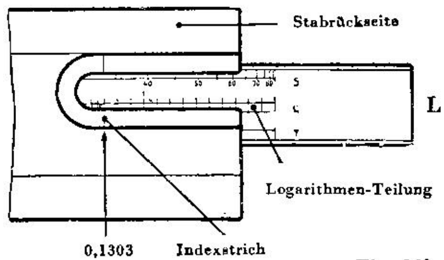


Fig. 29b

gefunden werden. Wir ziehen den Schieber so lange nach rechts, bis C 1 über D 1-3-5 steht (Fig. 29a). Dann wenden wir um und sehen über dem rechten Ablesestrich auf der L-Teilung die Ziffern 1-3-0-3. Das ist die Mantisse. Die Kennziffer ist 0,..., also ist log 1,35 = 0,1303 (Fig. 29b).

Kehren wir das Verfahren um, so finden wir zum Logarithmus den Numerus. Es sei gegeben der Logarithmus 2,374. Wir trennen die Kennziffer 2,... ab und suchen die Mantisse 3-7-4, d. h. der Schieber wird so lange nach rechts gezogen, bis 3-7-4 der Teilung L über dem rechten Ablesestrich erscheint. Wendet man dann um, so liest man unter C 1 die Ziffern 2-3-6-6. Da die Kennziffer 2 hieß, ist der gesuchte Numerus 236,6.

Ist die Logarithmenteilung auf der Vorderseite der Stäbe angebracht, dann erfolgt die Ablesung noch einfacher durch Setzen des Läufers über D 135. Ablesen unmittelbar unter dem Läuferstrich auf der L-Teilung.

Übungsbeispiele:

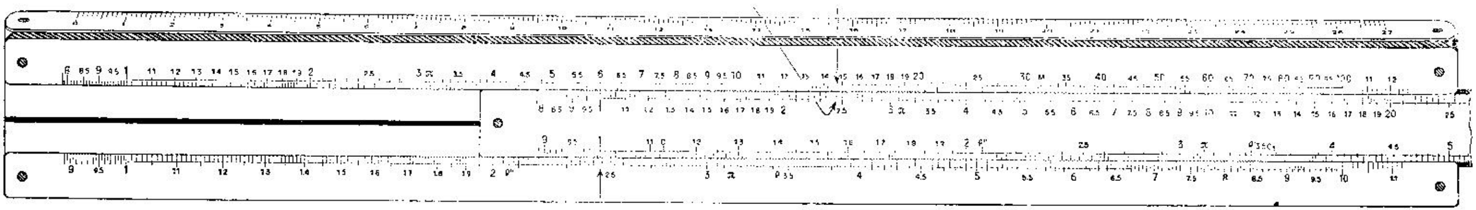
a) log 57,3 = 1,758; b) log 0,237 = 0,375 — 1; c) log 1938 = 3,287; d) log 9,06 = 0,957.

Kubus und Kubikwurzel

A. Kubus und Kubikwurzel werden mit Hilfe der bisher erklärten Teilungen A, B, C und D berechnet (ohne Kubenteilung)

Um eine Zahl in die dritte Potenz zu erheben, zerlegt man sie in $a^2 \cdot a$. Das Quadrat findet man durch den Übergang von der Teilung D auf A, und dort hat man nur noch mit a zu multiplizieren. In Fig. 30 ist nach diesem Verfahren $2{,}45^3$ ausgerechnet worden.

2,45 14,7



2,45

Fig. 30

Man hat C 1 über D 2-4-5 gestellt; dann steht über B 1 auf A das Quadrat ($2{,}45^2$), das man aber nicht abzulesen braucht. Vielmehr stellt man den Läuferstrich auf B 2-4-5 und liest darüber auf A die Ziffern 1-4-7. Die Kubikzahl ist also 14,7.

So kann man mit Zahlen verfahren, die unter 4-6-4 liegen. Liegen sie darüber, so ist rechts oben keine Ablesung mehr möglich. In diesem Falle hat man die erste Einstellung mit C 10 vorzunehmen.

Beispiel: $0{,}628^3$. Man stellt C 10 über D 6-2-8. Der Läuferstrich kommt auf B 6-2-8, und darüber stehen auf A die Ziffern 2-4-8.

Überschlag: $0{,}6^3$ ist 0,216, also ist das Ergebnis 0,248.

Übungsaufgaben: $4{,}73^3 = 105{,}8$; $7{,}56^3 = 432$; $0{,}0987^3 = 0{,}000962$; $34{,}2^3 = 40\,000$.

Man kann sich desselben Verfahrens bedienen, wenn man die Kubikwurzel ausziehen will, nur muß man es umkehren. Nehmen wir das in Fig. 30 dargestellte Beispiel und fragen: Wie groß ist die Kubikwurzel aus 14,7? Eine Schätzung sagt uns, daß die Zahl mit 2, ... anfangen muß. Ferner ist klar: Wenn wir die Wurzel hätten, müßte unter C 1 auf D und unter A 1-4-7 auf B die gleiche Ziffernfolge stehen. Da man das nicht sofort einstellen kann, verlegt man sich auf das Probieren. Man stellt zunächst den Läuferstrich über A 1-4-7. Dann macht man den ersten Versuch mit 2-4, d. h. man stellt probeweise C 1 über D 2-4. Unter dem Läuferstrich steht dann auf B etwa 2-5-5, und das ist zu viel.

Man geht jetzt mit C 1 auf D 2-4-2, dann steht oben unter dem Läuferstrich auf B 2-5-1, das ist schon bedeutend besser. Ein Versuch 2-4-3 unten gibt oben 2-4-9, 2-4-4 unten gibt oben 2-4-7, und bei 2-4-5 hat man unter C 1 und B unter A 1-4-7 die gleichen Ziffern. 2,45 ist also die gesuchte Wurzel.

Wenn man das Verfahren einige Male geübt hat, findet man die Kubikwurzel sehr rasch. Man beachte aber, daß stets eine rohe Einschätzung der Wurzel vorauszuschicken ist und daß man auch gelegentlich mit C 10 arbeiten muß, wie es oben beim Kubieren erläutert wurde.

Übungsaufgaben: $\sqrt[3]{7{,}56} = 1{,}962$; $\sqrt[3]{8{,}34} = 2{,}03$; $\sqrt[3]{67{,}9} = 4{,}08$; $\sqrt[3]{0{,}487} = 0{,}787$.

Wem das Probieren zu bequem ist, der kann sich eines anderen Verfahrens bedienen, bei dem der Schieber nicht bewegt zu werden braucht.

Es sei an dem Beispiel $\sqrt[3]{12}$ erklärt (Fig. 31).

Da 12 zwischen 8 und 27 liegt, muß die Wurzel zwischen 2 und 3 liegen. Man zieht nun den Schieber ganz aus dem Stab heraus und führt ihn **gegenläufig** wieder ein, d. h. so, daß seine Ziffern auf dem Kopf stehen, also die Teilung C an A gleitet. Auf diesen beiden Teilungen sucht man nun **zwei gleiche Zahlen, die untereinander stehen.** Setzt man zum ersten Versuch den Läuferstrich auf C 2-2, so

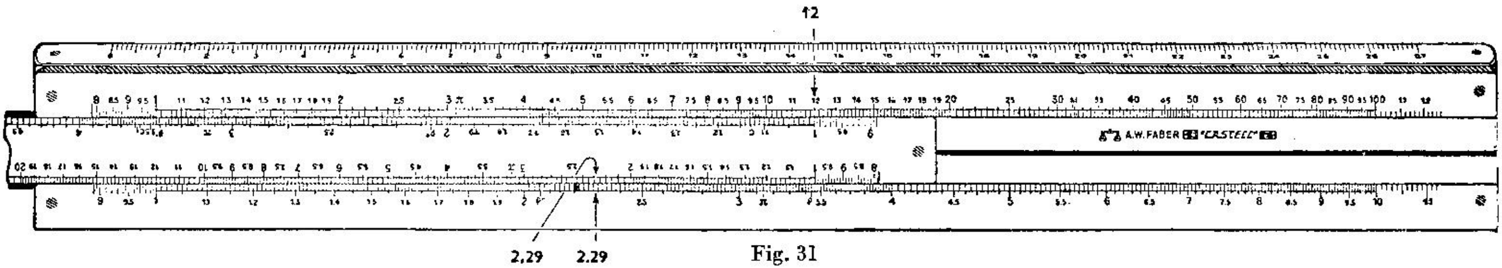


Fig. 31

steht darüber auf A etwa 2-5; ein zweiter Versuch mit dem Läufer auf C 2-3 gibt auf A 2-2-7. Die Wurzel muß also zwischen 2-2 und 2-3 liegen, aber dicht an 2-3. Man findet endlich, daß über C 2-2-9 auch auf A die Ziffern 2-2-9 stehen. Damit ist die Wurzel 2,29 gefunden.

Es soll $\sqrt[3]{1200}$ gezogen werden. Da wir beim Stabrechnen nur mit der Ziffernfolge zu tun haben, kann sich die Einstellung des Schiebers nicht ändern. Wir müssen also bei gleicher Stellung auch diese Kubikwurzel finden können. Eine Schätzung ergibt, daß sie dicht bei 10 zu suchen ist, denn $10^3 = 1000$. Wir finden sie bei 10,63.

Auch $\sqrt[3]{120}$ (rund 5) ist so zu finden, nur muß man den Schieber nach rechts herausziehen, damit das Intervall um 5 zugänglich wird. Man zieht ihn nach rechts so weit heraus, daß C 10 unter A 1-2 steht. Sucht man dann in der Nähe von 5, so findet man bei 4,93 auf C und A die gleichen Ziffern. Die gesuchte Wurzel ist also 4,93.

Dieses zweite Verfahren führt schneller zum Ziel, hat aber die Unbequemlichkeit, daß man auf dem Kopf stehende Ziffern lesen muß. Auch muß man immer bedenken, daß in den beiden aneinander gleitenden Teilungen die Unterteilungen verschieden sind.

Übungsaufgaben: $\sqrt[3]{7,65} = 1,970$; $\sqrt[3]{76,5} = 4,245$; $\sqrt[3]{765} = 9,15$; $\sqrt[3]{0,739} = 0,904$.

B. Kubus und Kubikwurzel werden mit Hilfe der Kuben-Teilung berechnet

Die Rechenstäbe nach System Rietz und einige andere haben eine besondere Teilung, die das Kubieren und Kubikwurzelziehen ermöglicht, ohne daß der Schieber bewegt wird. Man braucht hierzu nur den Läufer, wie Fig. 32 zeigt.

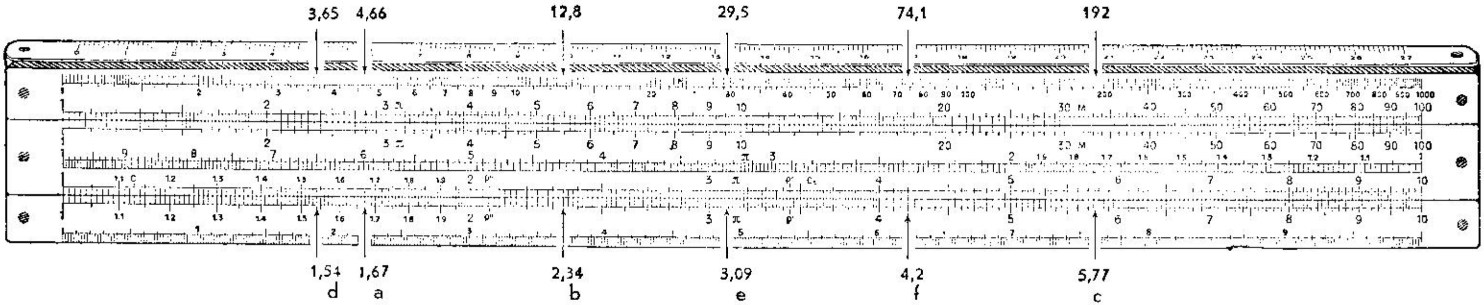


Fig. 32

Die Kubenteilung K besteht aus drei gleichen Abschnitten, die von 1 bis 10, von 10 bis 100 und von 100 bis 1000 reichen. Will man eine Zahl in die dritte Potenz erheben, so sucht man sie auf D mit dem Läufer auf und liest den Kubus darüber auf K. Aus Fig. 32 kann man so ablesen: $1{,}67^3 = 4{,}66$(a); $2{,}34^3 = 12{,}8$ (b); und $5{,}77^3 = 192$(c).

Übungsaufgaben: Man rechne die Aufgaben von Seite 32 auf der Kubenteilung aus und überzeuge sich davon, daß man zwar schneller ans Ziel kommt, aber nicht so genau ablesen kann.

Will man Kubikwurzeln ausziehen, so hat man den umgekehrten Weg zu gehen; auf K ist einzustellen und auf D abzulesen. In Fig. 32 liest man $\sqrt[3]{3{,}65} = 1{,}54$ (d); $\sqrt[3]{29{,}5} = 3{,}09$ (e); $\sqrt[3]{192}$ $5{,}77$ (c); und $\sqrt[3]{74{,}1} = 4{,}2$ (f).

Liegt der Radikand unter 1 oder über 1000, so muß man, ähnlich wie bei den Quadratwurzeln (Seite 19), durch Absondern geeigneter Potenzen von 10 den Radikanden in das Intervall von 1 bis 1000 verlegen.

$$\sqrt[3]{0{,}645} = \sqrt[3]{645} : \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{645} : 10 = 8{,}64 : 10 = 0{,}864$$

$$\sqrt[3]{1953} = \sqrt[3]{1{,}953} \cdot \sqrt[3]{1000} = 10 \cdot \sqrt[3]{1{,}953} = 10 \cdot 1{,}25 = 12{,}5$$

$$\sqrt[3]{0{,}00953} = \sqrt[3]{9{,}53} : \sqrt[3]{1000} = \sqrt[3]{9{,}53} : 10 = 2{,}12 : 10 = 0{,}212$$

Beispiel: Es soll der ϕ einer 1600 g schweren Eisenkugel ($\gamma = 7{,}86$) berechnet werden.

$$1600 = \frac{4}{3} \cdot r^3 \, \pi \cdot 7{,}86; \; r^3 = \frac{1600 \cdot 3}{4 \cdot \pi \cdot 7{,}86} = \frac{400}{\pi \cdot 2{,}62} = 48{,}6; \quad r = \sqrt[3]{48{,}6} = 3{,}64 \text{ cm}; \; d = 7{,}28 \text{ cm}.$$

Diese Anbringung der Kuben-Teilung auf der Vorderseite des Rechenstabes gestattet sogar Potenzen mit den Exponenten $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{2}$ auszurechnen (Fig. 33).

Man benutzt hierbei nur die beiden Teilungen K und A. Will man in die Potenz $\frac{3}{2}$ erheben, so sucht man die Grundzahl auf A und das Ergebnis auf K.

Will man dagegen in die Potenz $\frac{2}{3}$ erheben, so geht man den umgekehrten Weg:

$7{,}5^{\frac{3}{2}} = 20{,}5$ (Fig. 33 a) $\qquad 132^{\frac{2}{3}} = 25{,}9$ (Fig. 33 b).

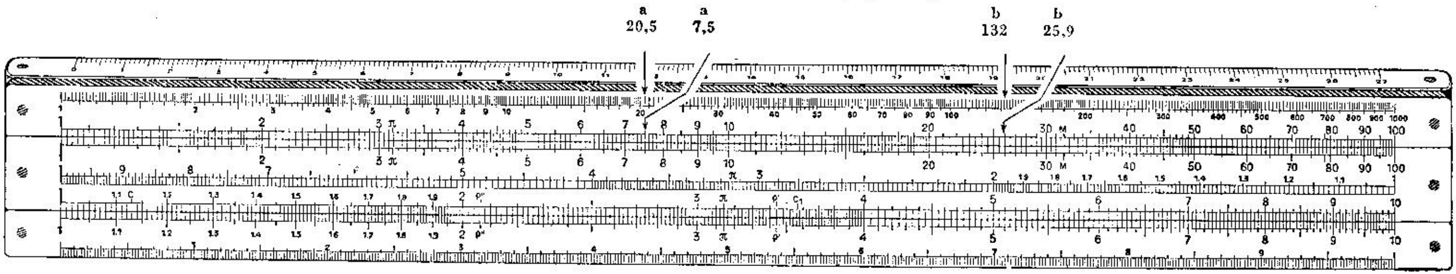


Fig. 33

Das Rechnen mit den festen Marken

Die Werte π, M und $\frac{\pi}{4}$

Auf jedem Rechenstab sind feste Marken eingeritzt, die das Rechnen erleichtern. So ist z. B. die Zahl π stets durch einen Strich bezeichnet, ebenso ihr reziproker Wert $1 : \pi$, der M genannt wird, oft auch $\frac{\pi}{4} = 0{,}785$ auf den oberen Teilungen. Das Rechnen mit ihnen macht keine Schwierigkeiten. Es sind aber noch einige andere Marken vorhanden, deren Verwendung erklärt werden muß.

Die Querschnittsmarken C und C_1

Um die Fläche eines Kreises zu berechnen, benutzt man die Formel: $F = r^2 \cdot \pi$.

Ersetzt man r durch d/2, dann heißt die Formel: $F = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi$

$$\text{Wir ändern sie etwas: } F = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi = \frac{d^2}{4} \cdot \pi = \frac{\frac{d^2}{4}}{\pi} = \left(\frac{d}{2\sqrt{\frac{1}{\pi}}}\right)^2$$

Da der Wert $2 \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi}}$ konstant ist, kann man ihn für alle Rechnungen dieser Art im voraus ausrechnen. Er ist 1,128 und wird mit C bezeichnet. Er ist auf dem Rechenstab besonders angegeben.

Es ist noch eine zweite Marke $2 \cdot \sqrt{\frac{10}{\pi}} = 3{,}57$ unter der Bezeichnung C_1 eingetragen. Sie leistet dieselben Dienste denn $C_1^2 = \frac{4}{\pi} \cdot 10$ unterscheidet sich von $C^2 = \frac{4}{\pi}$ nur durch das Komma, also auf dem Rechenstab überhaupt nicht.

Die Formel zur Berechnung des Flächeninhaltes eines Kreises mit dem Durchmesser d heißt also jetzt:

$$F = \left(\frac{d}{C}\right)^2 \quad \text{oder} \quad F = \left(\frac{d}{C_1}\right)^2$$

Man hat also den Durchmesser auf der Teilung D aufzusuchen, teilt diesen durch C, indem man die Marke C auf der Teilung C darüberstellt. Dann steht unter der 1 der Teilung C der Wert d/C auf der Teilung D, den wir aber nicht abzulesen brauchen, denn wir brauchen ja dessen Quadrat. Dieses steht aber über B 1 auf der Teilung A.

Beispiel: Setzt man die Marke C über 2,82 cm auf D, so liest man auf A 6,24 cm² als Querschnitt ab.

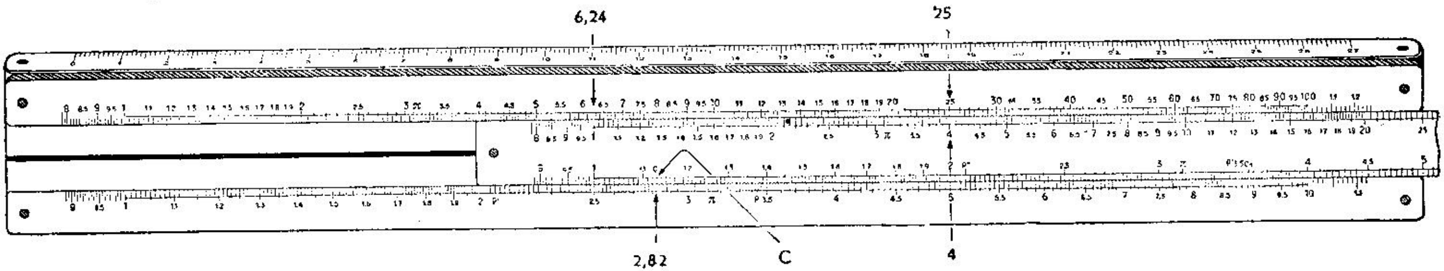


Fig. 34

Um aus dem Querschnitt den Inhalt eines Zylinders zu finden, ist nur noch eine Multiplikation mit der Höhe des Zylinders erforderlich. Liest man also über **B** h auf **A** ab, so findet man den Inhalt $\frac{d^2 \cdot \pi \cdot h}{4}$ des Zylinders mit dem Durchmesser d und der Höhe h.

Beispiel (mit der Einstellung des letzten Beispiels): Über **B** h = 4 cm liest man den Inhalt der Walze 25 cm³ ab.

Wenn der Schieber beim Einstellen mit der Marke C zu weit nach rechts verschoben werden muß, so daß er mit mehr als der Hälfte über den Rand des Rechenstabes reicht, benutzt man zu obigen Aufgaben die Marke C_1.

Der Mehrstrichläufer

Der Mehrstrichläufer (Fig. 35), der für verschiedene Stäbe geliefert werden kann, hat neben dem Hauptstrich noch zwei weitere Striche, die beide in der Entfernung C aufgetragen sind. Mit Hilfe dieser Striche lassen sich dieselben Berechnungen durchführen wie mit der festen Marke C (s. Seite 36).

Außerdem ist damit die Berechnung des Gewichtes eines gegebenen Volumens aus Flußstahl, Flußeisen oder Gußstahl möglich.

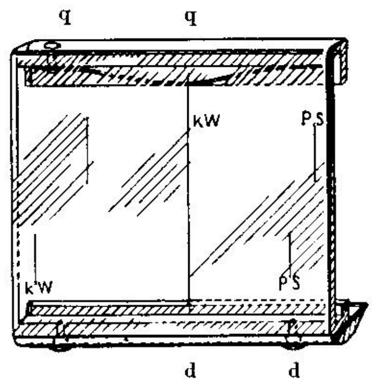


Fig. 35

Die mit „d“ und „q“ bezeichneten Läuferstriche dienen zur Erleichterung der Berechnung von Kreisflächen und Zylinderinhalten, wie oben erklärt; die mit „kW“ und „PS“ gekennzeichneten Läuferstriche zur Umrechnung von Watt in Pferdestärken und umgekehrt.

Beispiel: Man stellt den Hauptstrich auf das Volumen 192 cm^3 auf der oberen Teilung **A.** Dann findet man unter seinem linken Nachbarstrich, ebenfalls auf der oberen Teilung **A,** das Gewicht 1,51 kg.

Diese Eigenschaft ist besonders wichtig in Verbindung mit der Benutzung der Marken C und C_1. Stellt man z. B. die Marke C_1 über den Durchmesser 6,5 cm auf der unteren Teilung **D** und den mittleren Läuferstrich auf die Länge 5,3 cm der Teilung **B,** so findet man unter dem linken Nachbarstrich auf der oberen Teilung **A** das Gewicht einer Stahlwalze von 6,5 cm Durchmesser und 5,3 cm Länge zu 1,38 kg.

Wertvolle Dienste leistet der Mehrstrichläufer außerdem bei der Ermittlung des Metergewichts von Eisenstäben. Man stellt zu diesem Zweck den rechten Läuferstrich über den Stabdurchmesser auf D und kann sodann unter dem linken Läuferstrich auf A das zugehörige Metergewicht des Stabes ablesen.

Der Teilstrich rechts oben dient zur Umwandlung von KW in PS und umgekehrt.

Beispiel: Es sollen 4,5 KW in PS umgerechnet werden.

Man stelle den **Läuferstrich kW** über 4,5 der oberen Stabteilung **(A)** und lese unter dem **Läuferstrich PS** die gesuchte Pferdestärkenzahl = 6,1 PS (auf **A**) ab.

Übungsaufgaben:

Berechne den Querschnitt eines Drahtes von 1,5 mm Durchmesser! — Ergebnis: 1,77 mm^2.

Berechne den Querschnitt eines Stammes von 43 cm Durchmesser! — Ergebnis: 1451 cm^2.

Berechne den Kubikinhalt eines Stammes von 35 cm Durchmesser und 22 m Länge! — Ergebnis: 2,115 Festmeter.

Die logarithmische Teilung der Logarithmen

Auf den Rechenstäben **CASTELL** — 1/98 und 4/98 befindet sich am oberen und am unteren Rand der Vorderseite eine Teilung für die Werte (log a), die sogenannte „log-log-Teilung" oder Exponentialteilung. Sie beginnt am linken oberen Rand mit 1,1, erstreckt sich bis 3,2 (mit **Lo** bezeichnet), setzt sich dann links unten fort, wobei der Bereich 2,5 bis 3,2 wiederholt wird, und endet rechts unten mit 100 000 **(Lu).**

Durch die in bestimmter Weise unter sich und zur Stabteilung erfolgte Anordnung dieser beiden Teile der log-log-Teilung ergeben sich zahlreiche Verwendungsmöglichkeiten.

1. Unter jeder Zahl der oberen log-log-Teilung **(Lo)** steht deren 10. Potenz auf der unteren log-log-Teilung **(Lu).**

Beispiel:

$1{,}1072^{10} = 2{,}769$ (Fig. 37 a). $1{,}204^{10} = 6{,}4$ (Fig. 37 b). $1{,}443^{10} = 39{,}15$ (Fig. 37 c). $0{,}1443^{10} = \left(\frac{1{,}443}{10}\right)^{10} = \frac{39{,}15}{10^{10}}$

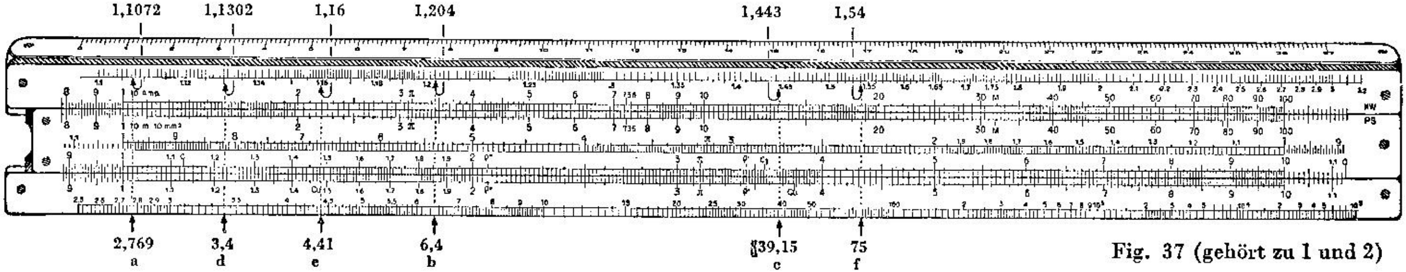


Fig. 37 (gehört zu 1 und 2)

2. Über jeder Zahl der unteren log-log-Teilung (**Lu**) steht deren 10. Wurzel auf der oberen log-log-Teilung (**Lo**).

Beispiel: $\sqrt[10]{3{,}4} = 1{,}1302$ (Fig. 37 d). $\sqrt[10]{4{,}41} = 1{,}16$ (Fig.37 e) $\sqrt[10]{75} = 1{,}54$ (Fig. 37 f)

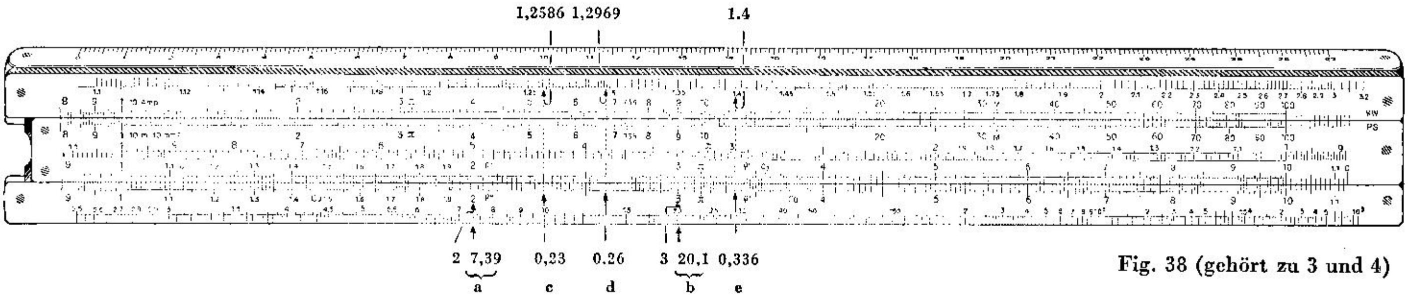


Fig. 38 (gehört zu 3 und 4)

3. Unter jeder Zahl n der unteren Stabteilung (D) steht e^n auf der unteren log-log-Teilung (**Lu**).
Beispiel: $e^2 = 7{,}39$ (Fig. 38 a). $e^3 = 20{,}1$ (Fig. 38 b).

4. Über jeder Zahl n der unteren Stabteilung **D** steht $e^{\frac{n}{10}}$ auf der oberen log-log-Teilung (**Lo**).
Beispiel: $e^{0,23} = 1,2586$ (Fig. 38c). $e^{0,26} = 1,2969$ (Fig. 38 d). $e^{0,336} = 1,4$ (Fig. 38 e).
Beispiel: Von einer Bandbremse, deren Bremsband die Trommel zweimal umspannt, soll die Spannkraft im auflaufenden Band ($T_{aufl.}$) berechnet werden.

$$T_{abl.} = 22\ \mathrm{kg};\ \alpha = 2 \cdot 360^0 = \mathrm{arc}\ 4\pi = 12,56;\quad \text{Reibungskoeffizient } \mu = 0,18;$$

$$T_{aufl.} = T_{abl.} \cdot e^{\mu \cdot \alpha} = 22 \cdot e^{2,261} = 22 \cdot 9,60 = 211,2\ \mathrm{kg};$$

5. Will man Wurzeln aus e ziehen, so kann man den Wurzelexponenten in eine Dezimalzahl verwandeln und wie bei Absatz 4 verfahren. Ist aber der Exponent eine gebrochene Zahl, so bedient man sich der Teilung **R.**
Beispiel: $\sqrt[2,17]{e} = 1,5853$ (Fig. 39 a).

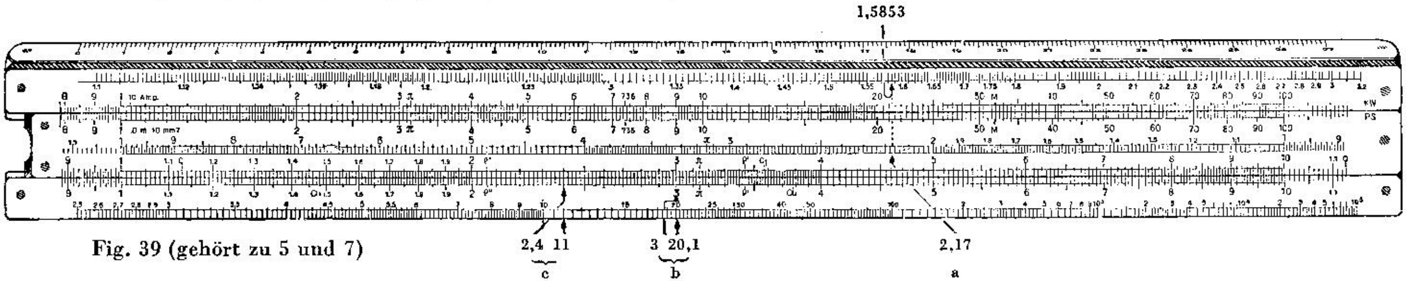


Fig. 39 (gehört zu 5 und 7)

6. Ist der Exponent negativ, so liest man zunächst e^{+n} ab und rechnet dann auf dem Stabe den reziproken Wert aus.
7. Soll die Exponentialgleichung $e^x = a$ gelöst werden, so stellt man a auf der log-log-Teilung ein und liest x auf der unteren Stabteilung **D** ab.
Beispiel: $e^x = 20,1$. $x = 3$ (Fig. 39 b). $e^x = 11$. $x = 2,4$ (Fig. 39 c).
8. Die Exponentialgleichung $e^{\frac{1}{y}} = a$ ist mit Hilfe der Teilung **R** genau so leicht lösbar.
Beispiel: $e^{\frac{1}{y}} = 1,485$. $y = 2,529$ (Fig. 40a).
9. Die Werte auf der Teilung **D** stellen die natürlichen Logarithmen der Zahlen auf der log-log-Teilung dar.
Beispiel: ln 94 = 4,54 (Fig. 40 b). Beispiel: ln 1,87 = 0,626 (Fig. 40 c)

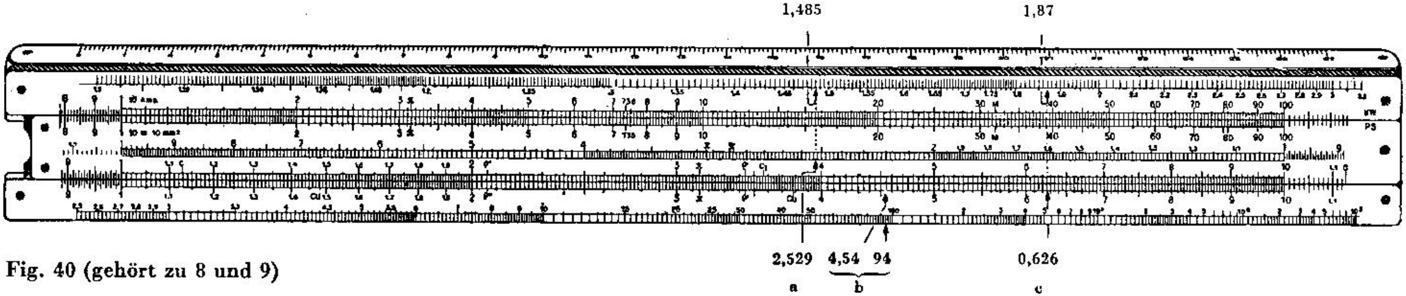


Fig. 40 (gehört zu 8 und 9)

Bisher wurde nur der Läufer benutzt; verwendet man aber auch den Schieber, so sind noch folgende Rechnungsarten möglich:

10. Potenzieren mit gebrochenen Exponenten. Beispiel a: $1.277^{2,22} = 1,72$ (Fig. 41).

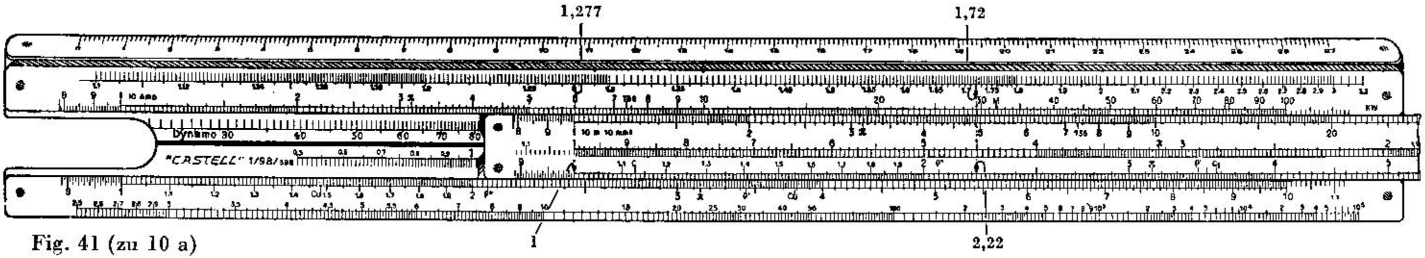


Fig. 41 (zu 10 a)

Man stellt mit dem Läuferstrich **C** 1 unter **Lo** 1,277 und liest nun über **C** 2_{22} auf **Lo** das Ergebnis 1,72 ab.
Beispiel b: $11,5^{2,53} = 483$ (Fig. 42).

Hierbei ist auf der unteren log-log-Teilung (**Lu**) einzustellen und abzulesen.

Fällt der Teilstrich auf **C** nach rechts außen, so daß keine Ablesung unter oder über ihm möglich ist, so stellt man **C** 10 unter oder über die Grundzahl. Übersteigt der Exponent den Wert 10, so kann die Potenz oft ausgerechnet werden, indem man den Übergang von **Lo** nach **Lu** ausnützt.

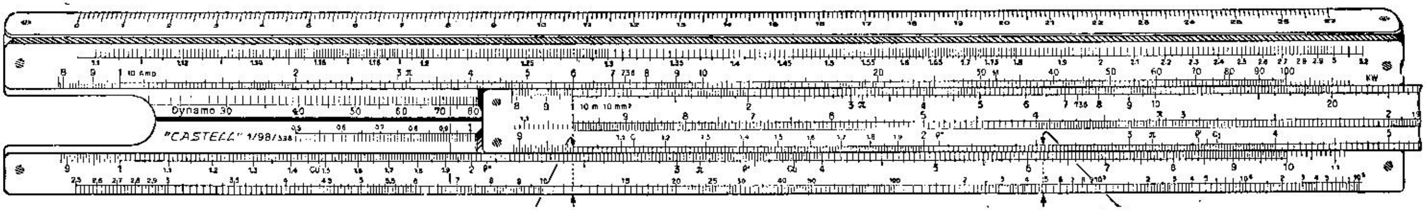


Fig. 42 (zu 10b)

Beispiel: Gesucht ist der Verdichtungs-Enddruck p_c eines Einzylinder-Viertakt-Leuchtgasmotors, dessen Ansaugdruck p_s = 0,95 ata, Verdichtungsverhältnis ε = 4,7 und dessen Exponent der Polytrope n = 1,35 beträgt.

$$p_c = 0{,}95 \cdot 4{,}7^{1{,}35} = 0{,}95 \cdot 8{,}065 = \underline{7{,}66} \text{ ata;}$$

11. Exponentialgleichungen von der Form $a^x = b$.

Hierbei ist **C** 1 oder **C** 10 mittels des Läuferstriches unter oder über a auf der log-log-Teilung zu bringen. Dann stellt man den Läuferstrich auf b auf der log-log-Teilung und liest auf **C** ab.

Die Bodenteilungen der Elektro-Rechenstäbe

(CASTELL — 1/98 und 4/98.)

Die Teilung für die Wirkungsgrade

Vorausgesetzt wird Gleichstrom oder induktionsfreier Wechselstrom. Die obere der beiden Bodenteilungen dient zur Berechnung des Wirkungsgrades von Dynamomaschinen und Elektromotoren.

Die **linke** Hälfte dieser Teilung (**W**) gilt für Dynamomaschinen. Hier wird selbständig die Division durch 736 ausgeführt (736 Watt = 1 PS). Die Stäbe Nr. 1/98 und 4/98 werden mit einem Mehrstrichläufer geliefert, der die Umwandlung von Watt in PS und vom Durchmesser zum Querschnitt ohne weiteres ermöglicht.

Beispiel: Man berechne den Nutzeffekt einer Dynamomaschine von 134 PS und 80 KW.

Man stellt die Zahl 80 auf der **A**-Teilung (rechts außen mit KW bezeichnet) und die Zahl 134 (13,4) auf der **B**-Teilung (rechts außen mit PS bezeichnet) mit Hilfe des Läuferstriches untereinander. Die Schieberschneide zeigt dann auf der **W**-Teilung 81% Wirkungsgrad an (Fig. 43).

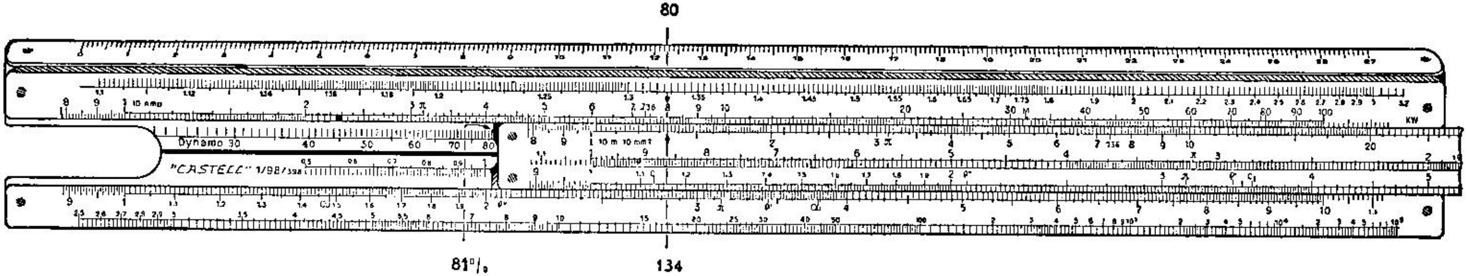


Fig. 43

Beispiel: Welche elektrische Leistung erhält man bei 30 PS von einer Dynamomaschine mit 88% Wirkungsgrad?

Man stellt die Schieberschneide auf 88% der **W**-Teilung (Dynamoseite), sucht auf der **B**-Teilung die Zahl 30 (3) und findet darüber auf **A** das Ergebnis 19,4 KW.

Sollte das Ergebnis im vorliegenden Falle nicht befriedigen, so liefert der Stab in der obigen Einstellung eine Tabelle, aus der man für jede auf die Dynamowelle übertragene PS die gelieferten KW ablesen kann; z. B.: 35 PS werden 22,7 KW, 43 PS werden 27,9 KW usw.

Die **rechte** Hälfte der Teilung **W** dient zur Berechnung des Wirkungsgrades von **Motoren.**

Beispiel: Welchen Wirkungsgrad hat ein Motor, der bei 17,1 KW 20 PS liefert?

Man stellt die beiden Zahlen auf der **A**- und **B**-Teilung untereinander, wobei man darauf zu achten hat, daß die Schneide auch wirklich auf der **rechten** Hälfte der **W**-Teilung erscheint. Ergebnis 86%.

Beispiel: Welche Kraft liefert ein Motor von 80% Wirkungsgrad bei 500 Volt und 12 Amp. (also 6 KW)?

Man rückt die Schneide auf 80% der **W**-Teilung (**rechts**!), sucht auf **A** die Zahl 6 und findet darunter auf **B** 6,5 PS. Um Irrtümer beim Einstellen zu vermeiden, sind auf den Elektrostäben rechts die Bezeichnungen KW und PS angebracht.

Bei den **Rechenstäben 111/98** sind die Teilungen für die Ermittlung der Wirkungsgrade an der unteren Stabkörperwange angeordnet. Der Rechenvorgang ist analog dem der Ausführung 1/98, nur wird beim Ablesen und Einstellen der Werte auf den Teilungen **Motor** oder **Dynamo** der **Läufer** in der **Einstellung** über C 1 (bzw. C 10) benutzt.

Beispiele: Berechne den Nutzeffekt einer Dynamomaschine von 134 PS und 80 KW!

Man stellt A 8 (80 KW) und B 1,34 (134 PS) untereinander, bringt den Läufer auf C 10 und liest unter dem Läuferstrich auf der Teilung Dynamo 81 % ab.

Welche elektrische Leistung erhält man bei 30 PS von einer Dynamomaschine mit 88 %?

Man stellt mit Hilfe des Läufers C 1 über 88 % der Dynamo-Teilung, sucht auf Teilung B die Zahl 3 (30 PS) und findet darüber auf A das Ergebnis 19,4 KW.

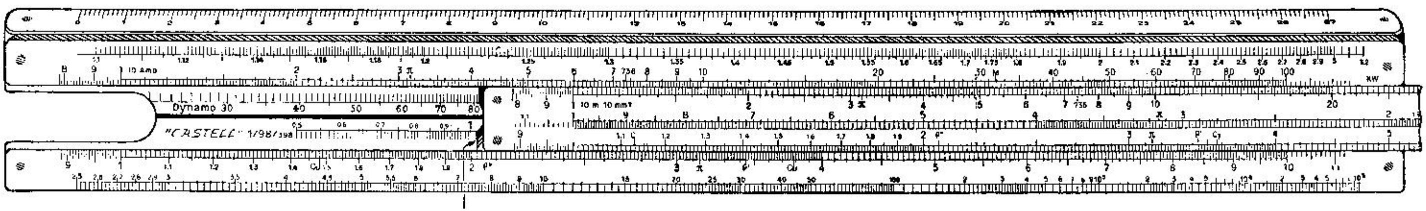
Die Teilung für den Spannungsabfall

Der Spannungsabfall einer Leitung wird auf der unteren rot bezifferten Bodenteilung abgelesen. Sie führt die Division durch c aus, wobei c = 56 die spezifische Leitfähigkeit des **Kupfers** bei 20° Celsius ist.

Der Spannungsabfall einer einfachen Kupferleitung für Gleichstrom oder für Wechselstrom mit induktionsfreier Belastung berechnet sich nach der Formel: $e = \frac{J \times L}{c \times q}$. Man hat J (Stromstärke) mit L (Leitungslänge) zu multiplizieren und durch q (Leitungsquerschnitt) zu dividieren. Die Schneide zeigt dann das Ergebnis.

Beispiel: Man berechne den Spannungsverlust einer einfachen Kupferleitung von 76 m Länge bei 70 mm² Querschnitt und 53 Amp. Stromstärke.

Man stelle 1 der oberen Schieberteilung (**B** 1) unter 53 Amp. der oberen Stabteilung ($A\ 5_3$) — diese beginnt laut roter Bezifferung mit 10 Amp. —, rückt den Läufer auf 76 m der Teilung B — sie beginnt mit 10 m —, zieht **B** 7 unter den Läuferstrich und liest an der Schneide das Ergebnis 1,03 Volt ab (Fig. 44).



1,03

Fig. 44

Die Bodenteilung gibt das Komma nur dann richtig an, wenn sich die Werte J, L und q auf den oberen Teilungen einstellen lassen, wobei die roten Anfangszahlen links zugrunde zu legen sind. Wären z. B. bei der obigen Aufgabe 760 m einzustellen, was nicht direkt möglich ist, so hilft man sich durch Einstellung von 76 m und Verzehnfachung des Resultats (10,3 Volt). Sind 5,3 Amp. einzustellen, so nimmt man 53 Amp. und reduziert das Ergebnis auf den zehnten Teil (0,103 Volt).

Beispiel: Man berechne den Spannungsabfall in einem 4 km langen Bahnstromkreis mit 50 mm² Querschnitt im Fahrdraht und 29 Amp. Stromverbrauch. — Ergebnis: 41,4 Volt.

Bei den **Rechenstäben 111/98** sind die Teilungen für die Ermittlung des Spannungsabfalls an der unteren Stabkörperwange angeordnet. Der Rechenvorgang ist analog dem der Ausführung 1/98, nur wird beim Ablesen und Einstellen der Werte auf der Teilung Volt der Läufer in der Einstellung über C 1 (bzw. C 10) benutzt.

Beispiel: Berechne den **Spannungsabfall** einer einfachen Kupferleitung von 76 m Länge bei 70 mm² Querschnitt und 53 Amp. Stromstärke.

Man stellt B 1 unter A 5,3 (53 Amp.), rückt den Läufer auf 7,6 (76 m), zieht B 7 (70 mm²) unter den Läuferstrich und bringt nun den Läufer auf C 10. Auf der Volt-Skala liest man 1,03 V ab.

Tabellenbildung:

Für einen zulässigen Spannungsabfall (z. B. 35 V) bei gegebenem Leitungsquerschnitt (z. B. 60 mm²) empfiehlt sich die Bildung einer Tabelle, die das Verhältnis von Belastung zur Leitungslänge ablesen läßt.

Man stellt die Schneide auf den zulässigen Spannungsabfall 35 V und den Läufer auf den gegebenen Querschnitt B 6 (hier 60 mm²). Dann wendet man den Schieber so, daß die Zahlen auf dem Kopf stehen und rückt B 1 unter den Läuferstrich. Nun stehen die Ampère auf der Teilung A und die dazugehörigen Leitungslängen auf der Teilung B untereinander.

Beim Rechenstab 111/98 stellt man C 1 mittels des Läuferstrichs über 35 Volt Spannungsabfall, schiebt den Läuferstrich über den gegebenen Querschnitt B 6 (60 mm²). Dann wendet man den Schieber so, daß die Zahlen auf dem Kopf stehen und rückt B 1 unter den Läuferstrich. Nun stehen die Ampère auf der Teilung A und die dazugehörigen Leitungslängen auf B untereinander.

Beispiel für beide Einstellungen:

30 Amp. und 3920 m	50 Amp. und 2350 m
35 Amp. und 3360 m	60 Amp. und 1960 m
40 Amp. und 2940 m	70 Amp. und 1680 m

Übungsaufgaben:

Der Nutzeffekt einer Dynamomaschine ist zu berechnen von 860 KW und 1260 PS! — Ergebnis: 93%.

Welche elektrische Leistung kann man bei 47 PS einer Dynamomaschine mit 92% Wirkungsgrad entnehmen? — Ergebnis: 31,8 KW.

Man berechne den Spannungsverlust einer Kupferleitung von 85 m Länge bei 60 mm² Querschnitt und 75 Ampère Stromstärke! — Ergebnis: 1,9 Volt.

Die (schwarze) Widerstands- und die (rote) Gewichtsmarke auf den Elektrostäben

Die **schwarze** Marke **Cu** (nicht zu verwechseln mit C und C_1) dient zur Berechnung des Ohmschen Widerstandes von Kupferleitungen (bei 20° C).

Beispiel: Wie groß ist der Ohmsche Widerstand einer kupfernen Leitung von 5 mm² Querschnitt und 126 m Länge?

Man stellt mittels des Läuferstriches 5 mm² auf der oberen Stabteilung (A5) und 126 m auf der oberen Schieberteilung (**B** 126) gegenüber. Dann liest man unter der schwarzen Marke **Cu** den Widerstand 0,45 Ohm auf **B.**

Die **rote** Marke **Cu** dient zur Berechnung des Leitungsgewichtes.

Beispiel: Wieviel wiegt eine kupferne Leitung von 1,5 mm² Querschnitt und 1,4 m Länge?

Man stellt mittels des Läuferstriches 1,4 m auf der oberen Schieberteilung (**B** 14) unter die rote Marke **Cu** (auf **A**). Dann liest man unter 1,5 mm² der oberen Stabteilung **A** das Gewicht 18,7 g auf **B.**

In dieser Stellung findet man auch die Gewichte bei anderen Querschnitten, etwa für 2 mm² das Gewicht 25 g, für 2,5 mm² 31 g.

Übungsaufgabe:

Wie groß ist der Ohmsche Widerstand einer kupfernen Leitung von 8 mm² Querschnitt und 153 m Länge? — Ergebnis: 0,342 Ohm.

Sonstige Teilungen

Auf verschiedenen Stäben sind außer den schon beschriebenen Teilungen noch einige andere Skalen vorhanden, z. B.:

cm-Maßteilung, zumeist an der oberen Schrägkante.

Zoll-Maßteilung, zumeist an der unteren Seitenfläche.

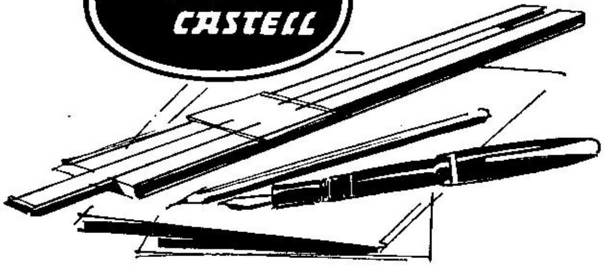
Reduktions-Teilung 1 : 25 für maßstäbliches Zeichnen, zumeist an der unteren Seitenfläche an Stelle der Zollteilung.

Stichmaß auf der inneren Bodenfläche, dient zum Messen von Hohlgefäßen oder als langer Maßstab. Man kann mit ihm auch Entfernungen messen. Vergleiche hierzu Karl Menninger, „Der Rechenschieber als Entfernungsmesser" in der „Zeitschrift für math. und naturw. Unterricht aller Schulgattungen". 68. Jahrgang (1937) Heft 3.

Die Beispiele dieser Handanleitung sind als Einführung in das Stabrechnen zu betrachten. Sie erklären also stets die einfachsten Wege, die zum Ziel führen. Will der Leser sich über weitere Möglichkeiten orientieren, so sei ihm die große Hauptanleitung in Buchform der Firma A. W. FABER empfohlen, die zahlreiche Anwendungen aus allen Gebieten der Praxis bringt.

Zeichenerklärung: $\sim$ = ähnlich $\approx$ = ungefähr gleich $\sqrt{}$ = Wurzel aus

FABER-CASTELL



Wer mit FABER-CASTELL arbeitet

bleibt dabei

Gebr. Wichmann GmbH

Zeichengeräte · Vermessungsinstrumente
Technische Papiere · Lichtpausanlagen

1/798 d

HAMBURG 1 BRAUNSCHWEIG BREMEN
DÜSSELDORF FRANKFURT/M. STUTTGART-N. BERLIN-CHARLOTTENBURG